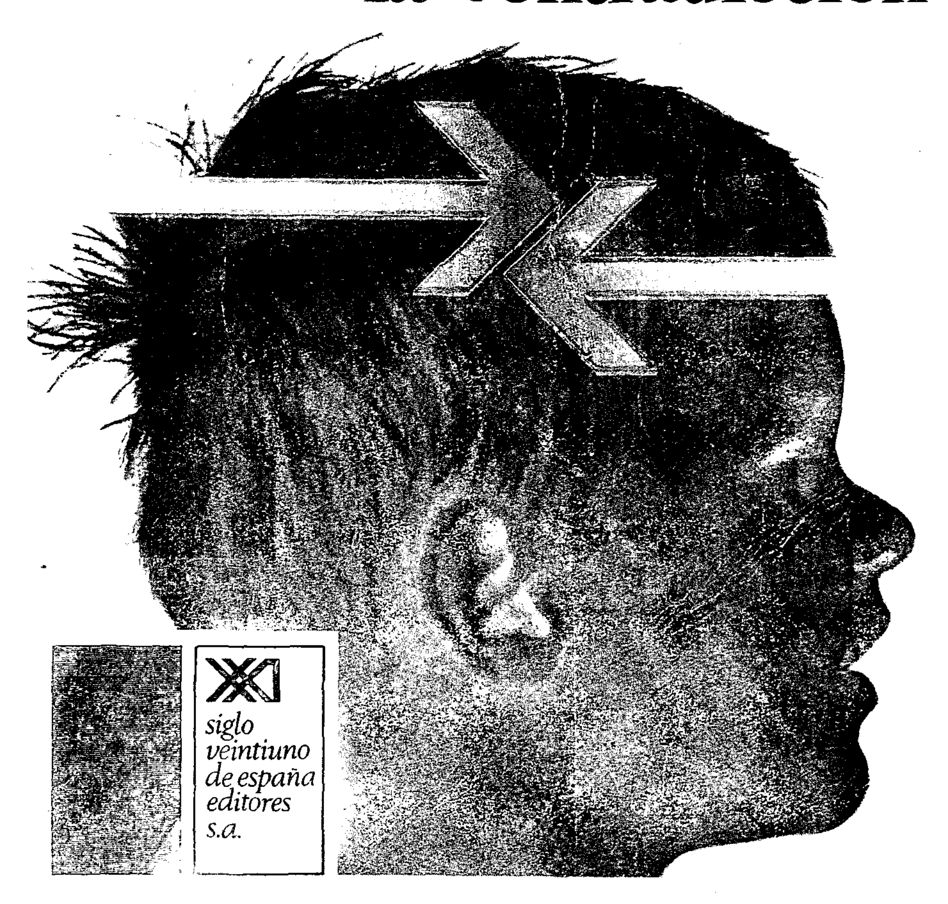
ganz1912

Jean Piaget

A. Blanchet, Cl.-L. Bonnet, J.-P. Bronckart, A. Bullinger, A. Cattin, G. Cellerier, C. Dami, J.-J. Ducret, M. Gainotti-Amann, Ch. Gilliéron, A. Henriques-Christophides, C. Kamii, M. Labarthe, J. De Lannoy, R. Maier, D. Maurice, J. Montangero, O. Mosimann, A. Munari, Ch. Othenin-Girard, I. Papandropoulou, S. Parrat-Dayan, M. Robert, S. Uzan y Th. Vergopoulo.

Investigaciones sobre la contradicción



Traducción de
JUAN DELVAL
y MARIO CARRETERO

INVESTIGACIONES SOBRE LA CONTRADICCION

por

JEAN PIAGET

Con la colaboración de

A. Blanchet, Cl.-L. Bonnet, J.-P. Bronckart, A. Bullinger, A. Cattin, G. Cellerier, C. Dami, J.-J. Ducret, M. Gainotti-Amann, Ch. Gilliéron, A. Henriques-Christophides, C. Kamii, M. Labarthe, J. de Lannoy, R. Maier, D. Maurice, J. Montangero, O. Mosimann, A. Munari, Ch. Othenin-Girard, I. Papandropoulou, S. Parrat-Dayan, M. Robert, S. Uzan y Th. Vergopoulo





siglo veintiuno editores, sa
CERRO DEL AGUA 248, MEXICO 20, D.F.

siglo veintiuno de españa editores, sa
C/PLAZA 5, MADRID 33, ESPAÑA

siglo veintiuno argentina editores, sa

siglo veintiuno de colombia, ltda
AV 3a 17 73 PRIMER PISO BOGOTA D.E. COLOMBIA



Primera edición en español, mayo de 1978

Calle Plaza, 5. Madrid-33

Primera edición en francés, 1974

Título original: *Recherches sur la contradiction. 1. Les différentes formes de la contradiction (Etudes d'Epistemologie génétique, XXXI)* y *2. Les relations entre affirmations et négations (Etudes d'Epistémologie génétique, XXXII)*

Impreso y hecho en España
Printed and made in Spain

ISBN: 84-323-0314-3
Depósito legal: M. 19.072-1978

Impreso en Closas-Orcoyen, S. L.
Martínez Paje, 5. Madrid-29

INDICE

PROLOGO

La publicación de los hechos que hemos reunido en relación con el desarrollo de las relaciones causales tardará todavía en terminarse. Pero para no fatigar al lector de los «Estudios de epistemología genética» [1], intercalamos este año entre las obras acerca de la causalidad dos cortos volúmenes sobre un tema de actualidad: el problema de la contradicción, tan central con respecto a la naturaleza del pensamiento dialéctico. En este fascículo XXXI [capítulos 1-7] se tratará sobre todo de describir algunos datos, una vez planteados los problemas en una Introducción. En el tomo XXXII [capítulos 8-Conclusiones], por el contrario, se analizará lo que parece ser la fuente originaria de las contradicciones: la dificultad para hacer corresponder las afirmaciones con las negaciones, y esto a causa de la primacía sistemática e ilegítima de las primeras. Una Conclusión general relacionará estos problemas con los referentes a la equilibración.

Al mismo tiempo que permanecemos fieles al pensamiento dialéctico y al estructuralismo constructivista, creemos, de esta manera, adoptar con respecto a la contradicción un punto de vista muy poco defendido; sostenemos que no constituye ni una necesidad interna del pensamiento, ni un accidente debido a simples defectos de formalización, sino

---

[1] Serie en la que se publican los trabajos realizados en el Centre International d'Epistémologie Génétique de Ginebra que dirige Piaget. Los últimos volúmenes publicados a los que alude el autor son: *Les théories de la causalité* (Volumen XXV, 1971), *Les explications causales* (XXVI, 1971), *La transmission des mouvements* (XXVII, 1972), *La direction des mobiles* (XXVIII, 1972), *La formation de la notion de force* (XXIX, 1973), *La composition des forces* (XXX, 1973), y *L'équilibration des structures cognitives* (XXXIII, 1975). (Trad. castellana: *La equilibración de las estructuras cognitivas*, Siglo XXI de España, Madrid, 1978.) Entre ellos están los dos volúmenes aquí traducidos (XXXI y XXXII de la serie). Todos ellos han sido publicados en París por Presses Universitaires de France (N. de los T.).

que es la expresión de desequilibrios inicialmente inevitables debidos a la falta de ajuste recíproco entre los factores positivos y negativos, puesto que toda acción, toda percepción y toda noción se orientan, en sus comienzos, solamente hacia los elementos positivos de la realidad.

P. D. Permítasenos expresar aquí nuestro agradecimiento al Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique y a la Fundación Ford, cuyos constantes apoyos han permitido a nuestro Centre International d'Epistémologie Génétique realizar las investigaciones descritas en esta obra, así como en las precedentes.

INTRODUCCION

El objetivo de esta obra es investigar las relaciones entre la contradicción y los desequilibrios de la acción o del pensamiento. Un desequilibrio cognitivo, ¿es simplemente el resultado de contradicciones, sentidas o no por el sujeto, pero a las cuales se les podría conferir desde el principio una forma lógica, como si todas las definiciones estuvieran dadas y todas las inferencias explicitadas, consistiendo la contradicción entonces en una falta formal de cálculo, única causa de las perturbaciones o desequilibrios? O, por el contrario, ¿el desequilibrio constituye, tanto en este campo cognitivo como en otros, un hecho elemental bajo la forma de inadaptaciones, conflictos, oposiciones, etc., difíciles de formular por falta de estructuración suficiente de las nociones que intervienen o de procedimientos regulares de deducción, pero que, en la conciencia del sujeto, se presentarán tarde o temprano en forma de contradicciones? Estas podrían entonces tomar múltiples formas conscientes o inconscientes y presentar diversos grados antes de ser formulables lógicamente. Tal problema tiene más sentido de lo que parece por las razones siguientes.

En primer lugar, es paralelo al problema que nos ha preocupado con respecto a las relaciones entre la reversibilidad operatoria y la equilibración. Hace algunos años, en una crítica a nuestro trabajo, J. Bruner consideraba redundante la noción de equilibración, y creía que bastaba con referirse a los progresos de la reversibilidad. Pero en este caso, ¿de dónde proceden éstos? Porque si el juego de inversiones y reciprocidades no está dado desde el principio, es necesario entonces tratar de comprender cómo se forma. El examen de los hechos nos ha permitido desde entonces ver en la reversibilidad operatoria el punto de llegada de una sucesión

ininterrumpida y progresiva de regulaciones, o dicho de otra manera, de un proceso de equilibración. Si es así, podríamos esperar, aunque no fuera más que a título de contraprueba, una filiación de las contradicciones a partir de los desequilibrios y no a la inversa.

Pero en el caso de las contradicciones el problema es a la vez más difícil y más grave. Más grave porque, al analizar los desequilibrios de la acción y del pensamiento, encontramos efectivamente siempre contradicciones; pero si nos propusiéramos ver en éstas la fuente de aquéllos, nos limitaríamos a dar una explicación simplemente logicista del desarrollo, como si todo progreso no consistiera más que en corregir errores de razonamiento, y como si estos últimos se redujeran a desafortunados accidentes, que hubiera sido posible evitar desde el comienzo. Es cierto que todas las corrientes dialécticas, tan de moda hoy en día, consideran la contradicción como un hecho fundamental y necesario, que constituye además el motor de todo progreso tanto noético como praxeológico. Pero precisamente lo que la dialéctica llama contradicción no es una contradicción lógica o formal, en cuyo caso no podría ser «superada» nunca, sino simplemente corregida y eliminada, y este notable carácter no formal de lo que los dialécticos llaman «contradicción» (o a veces más prudentemente «oposiciones» y «conflictos») nos vuelve a llevar necesariamente al problema de las relaciones entre contradicciones y desequilibrios.

Pero éste es un problema más difícil que el de las relaciones entre la reversibilidad y la equilibración. En efecto, si las regulaciones y la reversibilidad son hechos positivos, relativamente fáciles de observar en las conductas y los razonamientos del sujeto, independientemente incluso de su toma de conciencia, las contradicciones son mucho más difíciles de delimitar, porque cuando el sujeto no toma conciencia alguna de tal o cual contradicción, que sin embargo es flagrante para el observador, éste puede siempre preguntarse si no está proyectando sobre los hechos su propia lógica (esto se puede remediar, es cierto, refiriéndose a los estadios ulteriores que alcanzará rápidamente el propio sujeto), pero sobre todo puede preguntarse si llega a reconstruir con penetración suficiente lo que ocurre, en el nivel

que se considere, en la acción o en el pensamiento del niño interrogado.

Si la legitimidad de nuestro problema parece, sin embargo, sin discusión (y la referencia a la dialéctica muestra que se trata incluso de un problema muy general), ¿cuáles son las hipótesis directrices susceptibles de conducir a su solución? Se tratará en primer lugar, por supuesto, de precisar en toda investigación particular si las manifestaciones del desequilibrio se producen antes o después no sólo de la toma de conciencia detallada de la contradicción, sino además de los signos que muestran que existe un problema para el sujeto. Pero de esta manera sólo hemos desplazado el problema, porque queda por encontrar en qué puede consistir un desequilibrio inicial de ese tipo, susceptible de tomar, más tarde, la forma de una contradicción que no se suponía previamente.

Los dos caracteres más generales de un estado de equilibrio (físico y biológico, así como cognitivo) son la estabilidad y lo que la hace posible, es decir, la compensación de las perturbaciones. Por ejemplo, una seriación de elementos de tamaños crecientes será considerada en equilibrio si se conserva (y da lugar, entre otras cosas, a inferencias constantes de transitividad) y si la introducción de nuevos elementos no perturba las relaciones ya establecidas. Diremos, pues, que las primeras manifestaciones de un desequilibrio susceptible de conducir a contradicciones relativas a la falta de estabilidad consistirán en que una misma acción (comprendidas las acciones interiorizadas en forma de afirmaciones o juicios) no conduce siempre a los mismos resultados. En este caso el sujeto sentirá tarde o temprano una perplejidad que constituye el aspecto funcional, pero todavía no estructural, de la contradicción; ésta comenzará a estructurarse cuando exista comparación de diferentes resultados y se ponga en tela de juicio la identidad, real o aparente, de la propia acción.

Ahora bien, si la inestabilidad de los resultados de una acción constituye una primera forma de desequilibrio fuente de contradicción, una segunda forma se deriva necesariamente de ella: en la medida en que una misma acción no conduce siempre a los mismos resultados, la acción contra-

ria (la que normalmente la compensa) no anula siempre a la primera. El resultado de esta situación consiste en compensaciones incompletas y es entonces cuando el desequilibrio de los sistemas de acciones se aproxima más a la contradicción lógica, que se reduce al producto no nulo (a la compensación incompleta, pues) de una afirmación y de su negación.

Además, y en tercer lugar, si hay desequilibrio en el doble sentido de la inestabilidad del resultado de las acciones y de la compensación incompleta, desde el punto de vista cognitivo se deriva un tercer carácter: las composiciones inferenciales (coordinación de las acciones o de los enunciados) no podrían conducir a productos necesarios, sino que dejan subsistir indecisiones, y por tanto, incoherencias parciales, de donde se deriva una tercera fuente de contradicciones posibles.

Pero estos tres aspectos de los desequilibrios praxeológicos y cognitivos ¿no implican desde el comienzo contradicciones propiamente dichas, en lugar de constituir los factores explicativos de formación como trataremos de mostrar? Por el contrario, nos parece que subsisten dos diferencias fundamentales entre las raíces psicogenéticas de la contradicción lógica y los caracteres de ésta. La primera es que no se trata todavía más que de funcionamiento, mientras que la contradicción propiamente dicha supone estructuras: funciones o identidades, y luego operaciones. Ahora bien, el funcionamiento precede y prepara las estructuras; de ahí la anterioridad del desequilibrio en relación con las contradicciones relativas a las estructuras. Pero sobre todo, la segunda diferencia —cercana a la precedente, pero no la misma— es que las oposiciones nacidas de los desequilibrios no dependen más que de los contenidos de la acción o del pensamiento, mientras que la contradicción lógica supone un mínimo de formalización en el sentido de una construcción de formas con, por lo menos, un juego de definiciones, ya que dos enunciados son contradictorios o no según las definiciones de las nociones empleadas, mientras que las oposiciones entre contenidos, o esbozos funcionales de la contradicción, dependen de intuiciones inmediatas, es decir,

de sentimientos subjetivos de los desequilibrios, o inclusive de acciones insuficientemente o no conceptualizadas [1].

Por todas estas razones, el problema que nos proponemos estudiar en esta obra parece poder plantearse en términos legítimos. Buscar las fuentes de la contradicción en las situaciones en que una misma acción parece no ocasionar los mismos resultados, en que dos acciones contrarias no se compensan enteramente y en que las coordinaciones inferenciales carecen de necesidad, supone ciertamente, en un sentido, referirse de antemano a las contradicciones lógicas debidas a defectos de identidad, de reversibilidad (por ejemplo, cuando una involución no vuelve a llevar al punto de partida) o de composición deductiva, pero esto se impone en la medida en que los problemas de conservación, de reversibilidad y de producción inferencial aparezcan bajo formas prelógicas desde los niveles elementales, lo que obliga a examinar de cerca las relaciones entre las contradicciones y los desequilibrios, como complemento de las relaciones entre la reversibilidad del pensamiento y la equilibración.

La obra que el lector tiene entre manos posee dos partes (vols. XXXI y XXXII de los «Estudios»). En la primera parte (vol. XXXI) [Introducción-capítulo 8], se encontrará el análisis de un cierto número de hechos que responden a las consideraciones precedentes: desequilibrios o «contradicciones» que provienen de falsas identidades, de compensaciones incompletas o de inferencias mal reguladas. Estos hechos, a su vez, serán agrupados en dos categorías según se trate (capítulos 1-3) de los aspectos lógico-matemáticos o (capítulos 4-6) de los aspectos físicos. Ya que el resultado de estos análisis es que en la fuente de tales desequilibrios se encuentran siempre compensaciones insuficientes entre las afirmaciones y las negaciones (lo que, además, es evidente, pero quedaba por mostrar bajo qué formas múltiples se presenta este carácter general), el problema principal que

[1] En los capítulos que siguen, simplificaremos nuestro vocabulario y hablaremos de contradicciones en general para designar tanto las formas funcionales elementales (desequilibrios) como las formas superiores, excepto naturalmente cuando la distinción de estas diferentes variedades sea útil.

se planteaba entonces era el del porqué de los desequilibrios iniciales y de estas faltas de compensaciones.

A su solución se ha dedicado la segunda parte, y de nuevo según dos aspectos: los capítulos 7-11 se refieren a las cuestiones lógico-matemáticas y los capítulos 12-15 a las cuestiones físicas. Ahora bien, esta solución, que habría sido, sin embargo, fácil de imaginar o de deducir, sin más, de los hechos anteriormente conocidos, sólo se ha impuesto en el momento de la comparación de los resultados de las investigaciones descritas en esos capítulos, sin que se haya establecido previamente la hipótesis, probablemente porque era demasiado simple. Si en el curso de los estadios iniciales existe una falta de compensación entre las afirmaciones y las negaciones, esto no se debe a una especie de estado primitivo de desorden o de caos (o, peor aún, de este pecado cognitivo original que imaginan algunos dialécticos, que quisieran situar las contradicciones, conflictos y oposiciones en el origen de todo conocimiento en desarrollo): se debe, de forma mucho más natural, a que toda acción, percepción o cognición en general tiende espontáneamente a dirigirse hacia la afirmación y los caracteres positivos de lo real; por el contrario, la negación, bajo sus formas necesarias, no es más que el producto de elaboraciones secundarias, y, bajo sus formas contingentes, de perturbaciones ocasionales.

La acción consiste en modificar lo real, y por consiguiente en tender hacia un fin positivo, y es necesario un esfuerzo suplementario de reflexión retroactiva para darse cuenta de que aproximarse a este fin implica un alejamiento en relación con los puntos de partida y una negación de estos estados iniciales. Percibir consiste en captar propiedades positivas dadas, y es preciso una espera o una anticipación no satisfecha para comprobar que una presencia esperada no se verifica (lo que supera, además, el campo de la percepción). Representarse o juzgar supone la afirmación o la atribución de predicados positivos, y es a través de un paso no inmediato como el sujeto descubre que cada predicado *a*, no se distingue simplemente de otro *b*, *c*, etc., igualmente positivos, sino que los hace, por ello mismo, negativos *(no-a)* según complementariedades relativas a los encajamientos diversos. En una palabra, si de forma más o menos dura-

dera, hay falta de compensación entre las afirmaciones y las negaciones, no es, salvo en caso de perturbación local y particular, porque haya conflicto entre ellas, sino más simplemente porque las afirmaciones son mucho más pregnantes y prevalecen sistemáticamente sobre las negaciones a falta de simetrías, comprendidas como necesarias desde el comienzo. Por esto las contradicciones nacidas de estas disimetrías permanecen en general inconscientes durante tanto tiempo, porque su toma de conciencia implica la construcción de las negaciones no dadas al principio, ya que esta construcción conduce entonces simultáneamente a la percepción consciente y a la superación de tales contradicciones. Sólo en el caso de que una anticipación sea infirmada por un hecho exterior, la contradicción entre ambos se hace consciente más o menos rápidamente, pero sólo porque entonces la negación está impuesta desde fuera en lugar de exigir una construcción endógena.

Tales son los temas generales que se encontrarán desarrollados en la segunda parte de esta obra. Todavía una observación en cuanto a la composición del conjunto de los capítulos. Algunos de ellos se basan en hechos nuevos, no descritos en nuestros trabajos colectivos anteriores: en este caso se detallarán, nivel por nivel, siguiendo nuestros métodos habituales. Otros, por el contrario, se limitan a un reexamen de algunos hechos conocidos, pero retomándolos solamente desde el punto de vista de la contradicción y de las relaciones entre afirmaciones y negaciones; en este caso la exposición de los datos experimentales (aunque éstos hayan sido recogidos de nuevo y en un número tan grande como en los otros capítulos) será mucho más breve, puesto que el lector puede igualmente referirse a publicaciones anteriores, y la discusión se limitará a los problemas centrales abordados en este trabajo.

Finalmente, sin duda es útil repetir que, si el que firma estas líneas ha redactado él mismo el conjunto de los capítulos, los colaboradores no se han limitado simplemente a efectuar las entrevistas, sino que han tomado parte decisiva en la invención de los problemas planteados y en el perfeccionamiento de las técnicas.

PRIMERA PARTE

LAS DIFERENTES FORMAS DE LA CONTRADICCION

1. TRANSITIVIDAD Y ADITIVIDAD DE LAS DIFERENCIAS INFRALIMINALES

Con A. Bullinger

La contradicción de que se tratará aquí es la que señalaba Poincaré en su célebre oposición entre continuo matemático y continuo físico: este último es por sí mismo contradictorio debido a que perceptivamente (e incluso a veces métricamente) $A = B$, $B = C$, pero $A < C$ y la superación de esta contradicción supone la intervención de operaciones lógico-matemáticas que permiten construir diferencias infinitamente pequeñas y someterlas a las leyes de transitividad y aditividad. Sin salir del campo psicofísico, W. Köhler se ha referido a la misma contradicción, cuando las diferencias $A < B$ y $B < C$ permanecen infraliminales y sólo se percibe la diferencia $A < C$, para mostrar que perceptivamente el todo ABC no es igual a la suma de las partes y no supone, pues, composición aditiva, puesto que la percepción da en este caso $A = B$, $B = C$ y $A < C$. Pero Köhler ha olvidado decir que lo característico de la inteligencia es precisamente introducir, incluso en este caso, tales composiciones, lo que la hace irreductible al modelo perceptivo de las *Gestalten*.

En los párrafos siguientes no nos situaremos en el punto de vista de la teoría de las percepciones, sino que investigaremos cómo 45 sujetos de 5 a 12 años han descubierto poco a poco, y luego han tratado de eliminar, la contradicción entre las observaciones perceptivas relativas a siete elementos aparentemente no diferentes, en el orden $A = B = C = D = E = F = G$, y una desigualdad sensible entre los extremos $A < G$. El interés de este problema es doble.

Se trata, en primer lugar, de una contradicción entre dos enunciados que no está dada directamente: p (G es mayor que A) y $\bar{p}$ (G es igual a A), sino entre un enunciado p cuyo contenido es observable ($G > A$) y un enunciado $\bar{p}$ que debe ser deducido de $A = B$, $B = C$, etc., y $F = G$. Es, pues, evidente que, sin esta inferencia que se basa en la transitividad ($A = G$ si $A = B$, $B = C \ldots$, y $F = G$), el sujeto no podría ser sensible a la contradicción inicial, ni a las que encuentra después al querer construir dos subclases de equivalencia ($= A$ y $= G$). Por otra parte, para eliminar esta contradicción entre $\bar{p} = A = G$ deducida y $p = A < G$ comprobada, no basta formular la hipótesis de que hay diferencias imperceptibles, lo que ya es muy difícil para los sujetos jóvenes, hace falta, además, construir una nueva operación en el plano de la inteligencia y comprender la aditividad posible de estas diferencias aparentemente nulas, de tal forma que las diferencias imperceptibles $\Delta 1 + \Delta 2 + \Delta 3$, etc., sean iguales en su suma a la diferencia comprobable ΔAG, o sea $(\Sigma \Delta 1 \rightarrow 6) = (\Delta AG > 0)$. Ahora bien, es ésta una operación que, en sí misma, puede parecer contradictoria en el nivel concreto de los 7 a los 11 años y es interesante investigar cómo se elimina esta pseudocontradicción.

§ 1. TÉCNICA.—El material está formado por una tablilla rectangular taladrada con siete agujeros, cada uno de los cuales está ocupado por un disco. Estos discos tienen un mismo grosor, pero su diámetro crece paulatinamente desde el primero al séptimo según diferencias infraliminales de 0,2 mm.: el círculo A tiene 58,8 mm. de diámetro y el de G 60,0 mm. Los discos están dispuestos al tresbolillo en dos hileras $^{A}\searrow_{B}\nearrow^{C}\searrow_{D}$, etc., y los discos de A a F están mantenidos por una cadenita que permite únicamente la comparación de cada uno con el siguiente hasta la relación de F con G. El último disco G está, por el contrario, libre, lo que permite su comparación con A (diferencia netamente supraliminal) y con cada uno de los otros.

La entrevista comienza con una exploración del material, centrando la atención del niño en el tamaño de los discos (diámetros). Desde el primer contacto el sujeto, a menudo, dice estar seguro de la igualdad de los círculos por simple percepción visual. Se proponen, a continuación, mediciones más precisas y es interesante darse cuenta de las sugerencias espontáneas de los sujetos. En este caso particular, realizar la medición por superposición o congruencia no es algo obvio antes de los 7-8 años.

La manipulación dura hasta que el niño emite un juicio acerca del conjunto de los objetos y se examina durante esta fase el papel eventual de la transitividad comprobándola en caso necesario (es interesante en particular anotar si las mediciones han tenido lugar en el orden *AB*, *BC*, etc., o *AB*, *CD*, *EF* sin relación entre estos pares).

Cuando el niño admite la igualdad de todos los discos, se le pregunta acerca de la relación de *G* con *A*, que primero debe anticipar, y luego verificar, diciendo qué piensa al respecto. Si las mediciones precedentes del sujeto han seguido un orden dependiente de la transitividad, el sujeto toma conciencia, en general, de la contradicción. Si las mediciones han sido desordenadas se provocan otras nuevas en un orden que sugiera relaciones transitivas, de forma que el sujeto vea un problema en la distribución de las igualdades o desigualdades.

Comienza entonces la parte esencial de la entrevista, que consiste en examinar cómo trata de eliminar el sujeto la contradicción o cómo se representa la totalidad de los elementos *A-G* con sus relaciones. Si el sujeto, como ocurre a menudo, se entrega a una dicotomía de clases de equivalencia, por ejemplo *EFG* iguales a *G* y *ABCD* iguales a *A*, se le pregunta cuál es la relación entre *E* y *D*, y luego se hace que la compruebe. Si el sujeto pasa entonces a las clases *DEFG* y *ABC* se le hace la misma pregunta en cuanto a la relación entre *D* y *C*, etc.

En general es en esta estructura de conjunto donde se encuentran las contradicciones más interesantes, cuyo inventario se trata de realizar, así como de ver si el sujeto toma conciencia de ellas y cómo lo hace, y finalmente, de qué manera las soporta o llega a eliminarlas.

§ 2. El estadio i (5-7 años).—Los sujetos de este estadio no llegan en absoluto a la transitividad y permanecen, pues, insensibles a la contradicción relativa al círculo *G*. He aquí dos ejemplos del nivel ia:

Jos (5;0) dice que los elementos son «*todos del mismo tamaño*». Se le muestra la verificación posible (*A* sobre *B*) y superpone entonces *B* sobre *C* y *D* sobre *E*, etc., sin ocuparse de la relación *C-D*. «¿Qué dices ahora? — *Estos (E* y *F; C* y *D; A* y *B) son del mismo tamaño.* — ¿Y éste (*G*)? — (Compara *F* y *G*). — *Son todos del mismo tamaño.*» Pero una vez comparados *A* y *G* concluye simplemente que *A, B, C, D, E* y *F* «*son del mismo tamaño, son más pequeños que (G).* — ¿Y *G* y *F*? — *(F) será más pequeño.* — Prueba. — *Sí, sobresale* (niega, pues, la igualdad aparente)».

PAS (6;1) afirma la igualdad de todos los elementos mirándolos y luego rodeándolos con las dos manos. Acepta las superposiciones de *A* sobre *B* y de *B* sobre *C*, así como la igualdad $A = C$ pero «*mirando*» y no por transitividad inferencial. Continúa diciendo: «*Son todos lo mismo.* — ¿Y *G* y *A*? — *Son lo mismo.* — Mira bien. — *No.* — ¿Entonces son todos lo mismo? — *Salvo (G) y (A).* — ¿*G* es lo mismo que qué? — *Que (B, C, D, E, F).* — ¿Y *A*? — *Es lo mismo que (B, C, D, E, F).* — ¿Y *A* y *G*? — *No son lo mismo.* — ¿Es una buena explicación? — *No sé.* — Explícaselo al señor (el estudiante [que toma el protocolo de la entrevista]). (Repite que $G = B, C, D, E, F$ y $A = B, C, D, E, F$, pero que *G* es mayor que *A*.) — ¿Y *G* y *C*? — *Creo que (G) es un poco mayor.* — ¿Y *G* y *B*? — *(G) es mayor.* — ¿Y *G* y *F*? — *Son lo mismo.* ¿Y *G* y *D*? — *También.* — ¿Y *G* y *E*? — *También.* — ¿Entonces? — *(G) es mayor que (A, B* y *C) y es lo mismo que (D, E* y *F).* — ¿Y *C* y *D*, cómo son? — *No sé.* — ¿Qué crees? — *(D) es mayor que (C).* — Prueba. — *(D) es un poco mayor... no, son lo mismo.* — ¿Y *G* y *D*? — *Son lo mismo.* — ¿Y *C* y *D*? — *Lo mismo.* — ¿Es cierto eso? — *Sí.* — ¿Entonces, cómo son todos? — *(G) es mayor que (C, B* y *A) y es lo mismo que (D, E* y *F).* — ¿Y *C* y *D*? — *Son lo mismo.* — ¿Cómo puedes llamar a estos tres *(A, B* y *C)*? — *Son pequeños.* — ¿Y *D, E, F* y *G*? — *Son grandes.* — ¿Hay diferencia entre los grandes y los pequeños? — *(G* y *D) son lo mismo y (C* y *D) también... ¡Ah! Ya entiendo: (G) es lo mismo que (F, E* y *D). Y (A, B, C, D) son lo mismo* (entre sí), *pero (G) es mayor que (C, B,* y *A)*».

Se puede distinguir, por el contrario, un nivel IB donde se observan esbozos de transitividad, pero insuficientes para imponer la conciencia de la contradicción:

ALA (6;6) mide *A* y *B*: «*Son iguales porque no sobresale.* — ¿*B* y *C*? — *También.* — ¿Y *A* y *C*? — (Intenta medir, sin éxito). — ¿Cómo piensas que son? — *Son lo mismo porque todos son lo mismo.* — ¿*D* y *E*? — *También.* — ¿*F* y *G*? — *También.* — ¿Y si se pone *G* sobre *A*? — *Serán lo mismo porque son todos lo mismo de grandes.* — Prueba. — *Lo mismo.* — ¿No sobresale? — *Un poquito, entonces (G) es mayor que (A).* — ¿Te parece esto normal? — *No sé.* — Antes me has dicho que eran todos lo mismo. — *Sólo el (G) no es lo mismo.* — ¿Y *F* y *G*? — *Lo mismo. No, no, (G) sobresale.* — ¿Entonces cómo son todos los redondeles? — *(A, B, C, D, E, F) son lo mismo, (G) es mayor y (G) es lo mismo que (F).* — Mira *G* y *A*. — *(G) sobresale, es mayor.* — ¿*G* y *B*? — *(G) Sobresale.* — ¿*G* y *C*? — *También.* — ¿*G* y *D*? — *También.* ¿*G* y *E*? — *Son lo mismo.* — ¿*G* y *F*? — *También lo mismo.* — ¿Entonces? — *Son todos lo mismo excepto (G).* — Piénsatelo bien. — *Entonces (AB, CD) son lo mismo y son más pequeños*

que (G). — ¿Y *E, F, G?* — *Son lo mismo* (entre sí). — ¿Y *D* y *E?* — *Son del mismo tamaño, pero (G) es mayor que (A)*».

Cri (6;5) comienza con estimaciones visuales y luego comparando dos círculos querría «*ponerlos uno al lado del otro* (lo que permitiría el trazado visual de las líneas desde los vértices a las bases). — ¿Y si fueran galletas? — *Las pongo encima.* — Bien. Hazlo. — *(FG) Son del mismo tamaño. (DE) Es el mismo tamaño. (BC) Estos también. (AB) Estos también.* — ¿*A* es lo mismo de grande que *B?* — *Sí.* — ¿Y *B* que *C?* — *Sí.* — ¿Y *A* y *C?* — *Son del mismo tamaño, porque se pueden poner los dos sobre (B).* — Bien, prueba con *CD.* — *Son del mismo tamaño.* — ¿Entonces *AB?* — *También.* — ¿*BC?* — *También.* — ¿*AC?* — *También.* — ¿*CD?* — *También.* — ¿*AD?* — *No hemos probado.* — ¿Qué te parece? — *Es difícil.* — ¿No se puede saber? — (Prueba a superponer *A* sobre *D*.) — *¡Ah! sí, se puede, porque (D) es lo mismo que (C) y (C) que (A), entonces (D) y (A) son lo mismo*». Continúa midiendo *E* y *F*, luego *F* y *G* y concluye que «*son todos del mismo tamaño.* — ¿Merece la pena hacer *G* y *A?* — ... *No estoy muy seguro* (¡la transitividad naciente de Cri no va acompañada todavía de necesidad!). — ¿Normalmente? — *Son todos lo mismo.* — Entonces hazlo. — *¡(G) sobresale un poco!* — ¿Es normal? — *No, es (F) el que no es lo mismo que (G)*». — Compara entonces *G* con *F*, «*es lo mismo*», luego con *C*: «*(G) es mayor que (C)*», luego «*es mayor que (B)*» y también mayor que *D*, pero *G* y *E* y luego *F* «*son lo mismo*». — ¿Bueno, cómo son estos redondeles? — *Los hay grandes (E, F, G) y pequeños (A, B, C, D).* ¿Y cómo son *D* y *E?* — *(D) es más pequeño que (E).* — Prueba. — *Son del mismo tamaño.* — ¿Qué pasa entonces? — *No sé. Quizás (G) se hace más grande cuando se toca.* — (Se le da la explicación). — ¿Es posible esto? — *Sí.* — ¿Has comprendido bien? — *Sí.* — ¿Puedes repetirlo? — *Entonces (A) es pequeño, (B) es más grande, (C) es más pequeño, (D) es más grande, (E) es más pequeño, (F) es más grande y (G) ... se agranda*».

Sia (7;1) las mismas reacciones: *G* a veces es igual a *D*, a veces mayor. «¿Qué pasa, cambia? — *Sí, de grosor.* — ¿Cómo lo sabes? *Porque lo he visto*».

Ick (7;3) habiendo creído comprobar que $D = E$, les encuentra luego la relación $D < E$: «¿Qué sucede? — *Cambia.* — ¿De tamaño? — *Sí.* — ¿Es posible? — *Sí*».

Oli (7;0). Después de unas comparaciones de *G* con *A* y *B*: «*El (G) no es lo mismo con todos.* — ¿*A* es a veces lo mismo que *B*

y a veces más pequeño? — *Sí, (A) a veces es pequeño y a veces es grande.* — ¿Cambia de tamaño, de grosor? — *Sí*».

Los sujetos del nivel IA presentan dos tipos de contradicciones. La más elemental parece poco interesante desde el punto de vista lógico, pero se trata de un factor previo indispensable para la toma de conciencia de toda contradicción: es el recuerdo de los datos anteriores (comprobaciones o inferencias). Cuando Jos afirma la igualdad de todos los elementos, de *A* a *G*, y luego descubre que *G* es mayor que *A*, concluye sin más que *G* es entonces superior a todos los demás, incluido *F*, sin ver en esto contradicción, ya que olvida enseguida que ha verificado $F = G$. En el momento inmediato, no hay contradicción, y esto tanto menos cuanto que al repetir la comparación de *F* y *G* niega lo observable perceptivo, es decir, su igualdad aparente. Solamente hay contradicción en relación con uno de los datos admitidos anteriormente, que no es discutido sino simplemente olvidado y esto constituye la forma más simple de contradicción. Ahora bien, a pesar de todo, no está desprovista de significación lógica, pues cuando una afirmación precedente se olvida tan fácilmente, es que no tiene nada de necesaria, y esto es natural entre sujetos como Jos, que no presentan ni transitividad (véanse sus mediciones *EF*, *CD*, etc., sin relaciones *DE*, etc.), ni tendencia espontánea a la verificación por congruencia, y se contentan con estimaciones visuales.

El sujeto Pas por el contrario, se acuerda de los datos anteriormente admitidos e intenta entonces eliminar la contradicción entre «todos lo mismo» y $G > A$, subdividiendo este «todos» en clases de equivalencia de caracteres distintos. Pero el hecho fundamental es que vuelve a caer entonces en otra contradicción sistemática y de la cual no parece, al principio, tomar la menor conciencia. En efecto, estas clases están definidas una por igualdad con *G*, es decir los grandes, o sea $X = B, C, D, E, F$, y la otra por igualdad con *A*, es decir, los pequeños, o sea *no-X*. Pero *no-X* está formada por los mismos elementos *B, C, D, E, F*, de tal manera que estas dos clases, que deberían ser disjuntas (puesto que una está caracterizada por la igualdad con *G*, y la otra por la no igualdad con *G)*, ¡se conciben como idénticas! Si la no

contradicción puede definirse por la reversibilidad o compensación completas $X \cdot no\text{-}X = 0$, estamos, pues, en este caso en presencia de la contradicción máxima $X = no\text{-}X$. Por el contrario, después de nuevas aplicaciones de G sobre los otros elementos, el sujeto encuentra una solución mejor: X (igualdad con G) $= D, E, F$ y $no\text{-}X = A, B, C$. Estas clases son, pues, disjuntas y la contradicción parece eliminada; de ahí la conclusión lógica de Pas de que D debe ser mayor que C. Desgraciadamente, la medición muestra de nuevo $C = D$, de lo que resulta un nuevo obstáculo. El sujeto lo supera entonces («¡Ah! ya entiendo») aceptando una vez más una contradicción, pero más débil: $X = D, E, F$ y $no\text{-}X = A, B, C, D$; la compensación permanece, pues, incompleta, puesto que $X \cdot no\text{-}X = D$, es decir, que D es igual a la vez a G y a A, aunque $G > A$. La insensibilidad a esta contradicción depende, seguramente, por un lado, de la carencia de transitividad, pero también probablemente de una significación insuficiente atribuida a las negaciones.

En cuanto a los sujetos del nivel IB, entre los cuales vemos dibujarse un esbozo de transitividad, el caso de Ala sigue siendo análogo al de Pas (salvo que no comienza por $X = no\text{-}X$); admite, por ejemplo, que G «es mayor y es lo mismo que (F)», y luego construye dos clases no disjuntas $ABCD$ y EFG con igualdad de D y E, lo que equivale a la compensación parcial con la cual se contenta Pas respecto a C y D. Cri llega a la misma situación sin salida: el elemento D es a la vez igual a EFG y a ABC aunque $G > A$. Su solución es entonces, simplemente, que G cambia de tamaño según que se le compare con ciertos elementos o con otros, permaneciendo todos iguales entre ellos si no se los compara. Se prueba entonces a dar a Cri la explicación correcta basada en las diferencias no perceptibles, pero la comprende tan escasamente que la reduce a una simple alternancia de tamaños: «G se agranda». Finalmente Sia, Ick y Oli eliminan las contradicciones entre $G > D$ y $G = D$, etc., admitiendo, como Cri, que G «cambia de grosor», o incluso D y A.

En una palabra, lo característico de los sujetos del estadio I es llegar a clases de equivalencia cuyos caracteres distintivos son excluyentes (x igual a G e y distinto de G, luego $y = \bar{x}$), pero que no se sienten como tales con respecto

a una parte común de estas clases que deberían ser complementarias o disjuntas. Entonces, o bien el sujeto acepta esta situación, que para nosotros es contradictoria, o bien trata de explicarla recurriendo a la no conservación del tamaño de *G*. Pero no trata, como va a ocurrir en el nivel IIA, de remediar la contradicción modificando las clases de equivalencia, esperando encontrar una dicotomía exacta.

§ 3. EL ESTADIO II, NIVEL IIA.—Este estadio está caracterizado por la transitividad y por una conciencia de la contradicción, pero sin que el sujeto logre superarla. En el nivel IIA, confía en el desplazamiento de la frontera entre los «pequeños» y los «grandes» como si estas manipulaciones sucesivas fueran a aportar la solución. He aquí dos ejemplos, comenzando por un caso intermedio:

STÉ (7;6) cree que todos los redondeles son iguales «*porque miro.* — ¿Y si se quiere ver si son completamente iguales? — *Se pone uno sobre otro* (Sté es, pues, el primero de nuestros sujetos que utiliza espontáneamente la congruencia). — Prueba con *A* y *B*. — *Sí, son del mismo tamaño porque no hay uno que sobresalga.* — ¿Y *B* y *C*? — *Del mismo tamaño?* — ¿Y *A* y *C*? — *No, (C) es mayor que (A), me parece.* — Has dicho que $A = B$ y $B = C$, ¿entonces *A* y *C*? — *¡Ah!, ¡pero (C) es del mismo tamaño que (A) puesto que (A = B) y (B = C)!* — ¿Cómo son todos? — *Hay que probarlos todos para ver* (procede por parejas con interferencias *AB*, *BC*, etc., excepto *CD*). — ¿Cómo son todos? *Del mismo tamaño.* — ¿Y *G* con *A*? — (Sigue el zigzag con los dedos). *Del mismo tamaño porque (A = B, B = C, C = D,* etc.) *y (F = G).* — Prueba. — *Es mayor que (A).* — ¿Es normal? — *No sé. No, puesto que son todos lo mismo de grandes, no es normal.* — ¿Cómo son ahora? — *Son diferentes de tamaño.* — ¿Todos? — *No, (G) es el mayor de todos...* (Prueba de nuevo y divide todo en pequeños, *A* y *B*, y en grandes de *C* a *G*). — ¿Y *B* y *C*? — *(C) es mayor que (B). ¡Ah!, no* (prueba), *todos éstos (A, B, C) son pequeños y éstos* (de *D* a *G*) *son grandes*». Después prueba *C* y *D*. «¿Por qué haces esto? — *Porque había cometido un error*». Le invade pues la duda acerca de la coherencia de su dicotomía: «*¡Ah!, no, (C) es mayor.* — Pero lo tienes inclinado. — *A pesar de todo, es más grande.* — ¿Seguro? — *Sí* (divide de nuevo en *ABC* y *DEFG*, y, sin embargo, luego corrige espontáneamente, a *ABCD* y *EFG*). — ¿Y *D* y *E*? — *Son diferentes* (sin prueba)». Después de una nueva medición vuelve a *A*, *B*, *C* «*pequeños*», y *D*, *E*, *F*, *G* «*grandes*». — ¿Entonces, qué ocurre? — *¡Este (C) cambia de tamaño! No sé, es difícil de ver.* — ¿A veces

es pequeño y otras grande? — *Porque antes me había equivocado, he visto mal. Hay que ver si me he equivocado*». Prueba entonces de nuevo *D* y *E* y ríe: «*Me he equivocado: (G) y (F) son grandes y los demás son pequeños.*» Pone entonces *G sobre* los otros redondeles y ríe cada vez: «*Hay truco puesto que esto se hace pequeño y grande. Es una cosa rara.* — ¿Cambia de forma? — *No, no, pero quizás a causa de los agujeros* (según que el redondel percibido esté encajado o fuera de su agujero).» Se le da entonces la explicación y concluye: «*Haría falta tener un microscopio o una lupa. Es raro porque cambia de tamaño* (aparente).»

LAU (7;3) comprueba que $A = B$ y $B = C$. Con *A* y *C*: «*Del mismo tamaño.* — Pero no los has puesto juntos. — *Es porque (A = B) y (B) no es mayor que (C).*» Igualmente $D = C$, luego $= A$, etc. Después de haber reconocido que $G > A$, Lau concluye que *G* «*será mayor que (F)*». Después de medir deduce que *F* y *G* son grandes y *A, B, C, D, E* pequeños. «¿Y *E* y *F*? — (Prueba.) *Del mismo tamaño.* — ¿Entonces? — *(A, B, C, D) son pequeños y (E, F, G) mayores.*» Después de la comparación de *D* y *E*, los únicos que son pequeños son *A, B* y *E*. «¿Y *C* y *D*? — *(C) será más pequeño que (D).*» Después de la comprobación de su igualdad, Lau concluye entonces que «*son todos grandes*». Se vuelve a $G > A$: «*(A) es más pequeño que los demás.* — ¿Es más pequeño que *B*? — *Sí.* — Prueba. — *(B) es mayor* (deformación de lo observable aparente).»

NAD (8;1) dice que, para estar segura de la igualdad aparente, «*vamos a ponerlos uno sobre otro*». Después de las mediciones concluye que $C = A$ «*porque (A) es igual que (B), (B) es igual que (C), entonces (C) y (A) se igualan*», lo mismo que *E* y *B*, etc., hasta *G* y *A*: «¿Vale la pena probar *G* y *A*? — *No.* — Vamos a probar a pesar de todo. — *Sí... No, (G) es mayor que (A).* — ¿Te parece esto normal? — *No, no. Quizás he mirado mal (G) y (F).* — Pues bien, mira. — *Son iguales. Entonces (F) es mayor que (A).* ¿Y *F* con *E*? — *Son lo mismo.* — ¿Entonces *E* es mayor que *A*? — *No.* — ¿Y *F* y *A*? — *Son lo mismo: es (G) el que es mayor que (A).* — ¿Entonces *F* y *A* son del mismo tamaño, *G* y *F* también y *G* es mayor que *A*? — *Sí, así es. No, no, no es verdad.* — ¿Entonces? — *Estos cuatro (A, B, C, D) son iguales, estos cuatro (C, D, E, F) también, (E) y (F) también, (F) y (G) también, y (G) no es igual que (A).* — ¿Pero cómo son todos? — *Medianos.* — ¿Hay grandes y pequeños? — *No todos lo mismo.* — ¿Y *G* y *A*? — *No, (G) es mayor que (A).* — Explícame esto. — *Estos dos son lo mismo. Había verificado mal.* — (Nueva medición). — ¿Qué pasa? — *No sé. (G) es mayor que todos los demás, salvo (F).* — ¿Y *E* y *F*? — *Lo mismo. Sí, (F) es lo mismo que (G), (E)*

es lo mismo que (F), pero quizás no sea lo mismo que (E). — ¿Cómo puede ser esto?...» Nad, después de nuevas mediciones, pasa entonces a las divisiones: *E, F, G* son iguales, los demás más pequeños y *A* el más pequeño de todos, y luego, después de haber medido *A* y *B*, «*(A, B, C) son pequeños y (D, E, F, G) son grandes.* — ¿Y si se comparan *C* y *D*? — *Son lo mismo.* — ¿Entonces *C* es pequeño, *D* es grande y son lo mismo? — *¡Ah! no, no es cierto.* — Prueba a poner *G* encima de todos los demás. — (Lo hace y concluye que *G* = *F, E, D* y *C*, y *G* > *B* y *A*.) *(A* y *B) son más pequeños que (C, D, E, F, G).* — ¿Y *B* y *C*? — *(C) es mayor que (B).* — Prueba. — *Lo mismo.* — ¿Qué ocurre? —*No sé*». Se le da la explicación: acepta bien la idea de las pequeñas diferencias invisibles, pero en lugar de concebirlas como iguales y aditivas, las concibe crecientes: «*la diferencia entre (B) y (C) es mayor que la diferencia entre (A) y (B)*».

TIO (8;10) cree en la igualdad general y después de la comparación entre *G* y *A* coloca *G* sobre cada uno y concluye: «*(G) es mayor que (A, B) y (C, D, E, F) son igual que (G)*», pero quiere, espontáneamente, controlar la relación entre *B* y *C* «*para ver si es como tiene que ser.* — (Prueba). — *¡Son lo mismo de grandes!* — ¿Y *G* sobre *B*? — *(B) es más pequeño.* — ¿Entonces? — *(A) y (B) son más pequeños que (G), (C, D, E, F) son iguales que (G) y estos cuatro (C, D, E, F) son lo mismo que (A y B).* — ¿Es posible esto? — *O son todos lo mismo, o son más pequeños que (G)*». Después llega a la hipótesis: «*(A, B, C) son más pequeños que (D, E, F, G).* — ¿Y si pongo *D* sobre *C*? — *(C) será más pequeño que (D).* — ¿Quieres probar? — *¡No, a pesar de todo es lo mismo!*» «¿Cambia de grosor? — *No, se ha quedado como estaba, soy yo el que me he equivocado.* — ¿Entonces, cómo son todos estos redondeles? — *Parece que son todos lo mismo.* — ¿Y si *G* sobresale de *B*? — *Eso quiere decir que no son lo mismo.*» Se le da la explicación: Tio no está muy convencido.

Una vez comprobada la contradicción entre $G > A$ y la igualdad general de las mediciones, paso a paso, la solución de estos sujetos consiste naturalmente, como en el estadio I, en dividir los elementos en dos clases de equivalencia distintas. Pero el gran progreso debido a la transitividad y a la reversibilidad (consideración de las operaciones inversas, es decir, de las negaciones) les impide entonces contentarse con una compensación aproximada $X \, . \, no\text{-}X \neq 0$, dicho de otra manera, aceptar la existencia de una parte común que presente a la vez los caracteres *x* y *no-x:* por ejemplo, Tio, después de haber dividido los elementos en *A* y *B* (más pe-

queños que G) y C, D, E, F (iguales a G) compara espontáneamente B con C «para ver si es como tiene que ser», para ver, pues, si es cierto que $C > B$ y no que $C = B$. En los otros sujetos a los que se les ha pedido la comparación, la existencia de un término que fuese, a la vez, igual y diferente, se siente, inicialmente, como una contradicción y buscan otra cosa. La solución general consiste entonces en cambiar las clases de equivalencia, modificando la frontera entre $< G$ y $= G$. Se presentan entonces los problemas: ¿por qué, si estos sujetos creen en la transitividad, no saben de antemano que un desplazamiento de frontera conducirá a volver a encontrar el mismo problema a propósito de los dos nuevos elementos fronterizos? Y sobre todo, ¿por qué, en presencia de contradicciones ya sentidas no tratan de eliminarlas en la dirección de una estructura serial en lugar de atenerse a las dicotomías de clases?

La respuesta a la primera pregunta es, evidentemente, que una vez comprobadas una serie de igualdades transitivas desde A a G y luego una desigualdad imprevista $A < G$, es natural que tengan dudas acerca de sus mediciones («Había cometido un error», dice Sté, etc.) y puedan, pues, esperar encontrar una frontera fija entre las clases X y *no*-X. Pero esto supone precisamente una dicotomía: de ahí el segundo problema.

A este respecto, el interés de los hechos observados consiste en que nos sitúa en presencia de una evolución comparable a la de la seriación misma, pero con un desfase fácilmente explicable por el hecho de que las diferencias existentes entre cada paso son imperceptibles. En el caso de las diferencias perceptibles, los sujetos jóvenes comienzan, en efecto, por reacciones de dicotomía: uno pequeño y uno grande, etc., por pares yuxtapuestos, o los pequeños y los grandes por dualidad de clases. Sólo después de esto vienen los tríos (pequeños, medianos, grandes) y, finalmente, una búsqueda de la continuidad ($A < B < C < D$ ...). La razón de ello es que los caracteres «pequeño» y «grande» son predicados absolutos, más simples de manejar que las relaciones «más pequeño» = «menos grande». Igualmente, en el presente caso, la comprobación $A < G$, oponiéndose a una secuencia de igualdades aparentes, sugiere una simple dua-

lidad y es natural que los sujetos comiencen por una búsqueda de dicotomías entre clases de equivalencia.

Dicho esto, las contradicciones debidas a las fronteras artificiales así establecidas no se pueden, pues, eliminar. Los sujetos salen del apuro, ya como Lau deformando lo observable (sobre *A* y *B* al final), ya como Sté, admitiendo de nuevo que el tamaño de *G* varía, pero subjetivamente (según las comparaciones perceptivas y las posiciones), ya renunciando a comprender, como Nad y Tio.

§ 4. EL NIVEL IIB.—El criterio de este nivel de 9-10 años es que el sujeto, sin llegar todavía a eliminar la contradicción mediante una aditividad de las diferencias invisibles, sin embargo, vislumbra en algunos momentos dos ideas orientadas hacia la dirección adecuada, cuya mutua relación se tratará de precisar; una es la de diferencias múltiples, cuando no seriales, por oposición a las simples dicotomías en grandes y pequeños; la otra es la posibilidad de diferencias no perceptibles. He aquí algunos ejemplos, comenzando por un caso intermedio:

PIE (9;4): «*Son del mismo tamaño. No, hay dos pequeños, dos medianos... Es como una familia de judías: hay pequeños y medianos hasta el papá.* — ¿Pero para estar seguro? — *Hay que ponerlos por tamaños, se pueden colocar encima.* — Hazlo. — *(C* y *D) son del mismo grosor.* — *(A* y *B): Creo (B) más grueso* (grande) *que (A). (E* y *F): son casi del mismo grosor, pero es (F) el que gana ahora, es más grueso que (E).* — ¿En qué lo ves? — *Porque hay un poquito de banda que sobresale.* — Mira de nuevo. — *No, son iguales.*» Cambia entonces de posición y después de haber dicho que todos son iguales, los subdivide en $AF < G$ y luego en $AE < FG$, etc., llegando hasta admitir simultáneamente, $F = G$, $G > A$ y $F = A$.

MAR (9;9) comienza por una igualdad general y luego, comprobando que $G > A$, cree que «*antes se ha medido mal*». Vuelve a comenzar y supone que $AE < FG$. «¿Y si mides *E* y *F*? — *(F) será mayor que (E).* — Prueba. — *No, son del mismo tamaño. Quizás (EG) sean lo mismo y éstos (AD) más pequeños.* — ¿Y *D* y *E*? — *Pero se ha visto que son lo mismo. Es raro... Quizás es cada vez más pequeño, pero no se consigue ver.* — ¿Cómo puedes saberlo? — *Porque se ha probado todo.* — Pero se ha visto

que son todos del mismo tamaño. — *Sí, pero no se consigue ver cuando se hace cada vez más pequeño.* — ¿Entre *A* y *B*? — *El (B) se hace mayor, pero no se consigue verlo.*»

TIN (10;6) efectúa las comparaciones de *A* y *F* y luego $F = G$ y llega a través de la transitividad a una igualdad general. Una vez comprobado que $G > A$ dice simplemente «*es mayor que los demás.* — ¿Pero lo habrías visto antes? — ... — ¿Qué ocurre? ¿Cambia de tamaño? — *No, pienso que eran todos un poco mayores* (unos que otros). — No comprendo. — *Pienso que (A) y (B) son casi del mismo tamaño, entonces, no se ve la diferencia. Después es siempre así, entonces cuando se mide (G) con (A), se ve la diferencia*». Tin parece, pues, alcanzar la solución exacta, comprendida la aditividad de las diferencias no perceptibles, pero basta con una pregunta sugerente para hacerle cambiar de opinión: «¿Crees que existe una diferencia tan pequeña que no se ve? — *No, no creo que todos sean un poco mayores.*» Vuelve entonces a la hipótesis de las clases de equivalencia *(A, B, C)* < *(D, E, F, G)*, pero retorna enseguida a su idea precedente respecto a *C* y *D*: «*(D) será mayor que (C), habrá una pequeña diferencia.* — Prueba. — *Sí... no.*» Toma de nuevo *G* con *B-D* y concluye: «*(C) es mayor que (B), y (B) es mayor que (A). (G) y (D) son del mismo tamaño, sólo hay una pequeña diferencia: (D) es mayor que (C), un poquito.* — ¿Y *G* y *E*? — *Del mismo tamaño.* — ¿Y *E* y *D*? — *(E) es a pesar de todo un poco mayor, pero es difícil de decir.* — ¿Quizás haya una pequeña diferencia que no se ve? — *No, no creo. Pienso que (A, B, C, D, E, F) son del mismo tamaño y que todos son más pequeños que (G).* — ¿Por qué crees que tu explicación basada en las pequeñas diferencias es falsa? — *Porque he medido y no las he visto.* — ¿Pero si son minúsculas? — *Si son minúsculas, quizás no se vean.* — ¿Todas las minúsculas juntas pueden hacer una gran diferencia? — *No, eso no es posible.*

ROC (10;8) presenta las mismas oscilaciones. Después de haber admitido la igualdad general y la comprobación de $G > A$, pretende que entre *F* y *G* «*hay la misma diferencia*» (= 1 mm.). *No son todos iguales. Sí, son todos distintos.* — ¿Entre *G* y *E*? — *Hay medio milímetro de más.* — ¿Y *G* y *C*? — *¡Uf! o son iguales o hay un cuarto de milímetro.* — ¿Y *G* y *B*? — *¡Ahí sí hay una diferencia visible!* — ¿Y *D* y *B*? — *Son diferentes. Exactamente, no puedo decirlo; al tacto se siente.*» Pero después afirma que $D = F = G$: «*Sí, estos tres son iguales. Los otros son de otra familia. No, son todos iguales, a menos que haga falta distinguirlos.* — ¿Y *E* y *C*? — *Espere, no me aclaro.*» Etc. «¿Pero sería posible que hubiera una diferencia entre cada redondel y el siguiente? — *Sí. Le he dicho que no lo sabía exactamente.*»

El caso de Pie muestra, en primer lugar, que en el nivel de equilibrio de las operaciones concretas, hacia los 9 años, donde un cierto número de nociones se tornan relacionales, nuestros siete círculos cuyas relaciones de tamaño son difíciles de percibir pueden tanto sugerir un modelo serial como clases de equivalencia; desde el principio Pie evoca, en efecto, la posibilidad de «pequeños», «medianos» y «grandes». Es, pues, normal que en presencia de las contradicciones a que conducen las dicotomías, los demás sujetos de este nivel piensen en diferencias múltiples y seriables en lugar de quedarse en categorías discontinuas. Pero se derivan, entonces, dos consecuencias opuestas. La primera es que al imaginar diferencias entre cada elemento y el siguiente, el sujeto se ve conducido a reconocerlas como no perceptibles. Es lo que dice, por ejemplo, Mar de forma sorprendente: «Quizás es cada vez más pequeño, pero no se consigue ver. — ¿Cómo puedes saberlo? — Porque se ha probado todo (!).» Dicho de otra manera, es necesario, para salir de las dificultades, recurrir a las dimensiones imperceptibles. Pero entonces se deriva una segunda consecuencia, que viene a moderar las esperanzas, al menos en los límites que imponen al pensamiento del sujeto los modos de razonamiento inherentes a las operaciones concretas; si tales dimensiones no pueden ni percibirse ni medirse, no pueden, entonces, componerse entre sí, de ahí su no aditividad. Del mismo modo que en el plano físico es necesario esperar al estadio de las operaciones formales para que los cuerpos estén compuestos por corpúsculos microscópicos (con excepción del azúcar, en donde se ve disminuir a los granos progresivamente), pues las composiciones concretas permanecen semi-macroscópicas, igualmente en estos problemas de diferencias concebidas como imperceptibles, los sujetos de 9-10 años se ven obligados a efectuar la misma hipótesis para eliminar la contradicción entre las igualdades aparentes y la desigualdad final *(AG);* pero no están todavía en situación de deducir que ésta constituye la suma de las diferencias imperceptibles, debido a que les parece que lo imperceptible es de naturaleza distinta a los tamaños accesibles a leyes de composición racional y que su propia existencia no puede asegurarse con certeza: «Le he dicho, concluye Roc, que no lo

sabía exactamente.» Y Tin que, al principio de su entrevista, parece haber comprendido todo y haber alcanzado de esta manera el estadio III, no resiste la pregunta sobre si las diferencias invisibles «existen»: «quizás no se vean», pues existen a pesar de todo, «pero no es posible» que su suma dé una gran diferencia. De ahí, finalmente, las oscilaciones de estos diversos sujetos que, en general, no llegan a decidirse entre los dos modelos, el de la seriación con diferencias imperceptibles y el de las clases de equivalencia con las contradicciones que inevitablemente conllevan.

§ 5. EL ESTADIO III Y CONCLUSIONES.—Finalmente, hacia los 11-12 años, los sujetos que comprueban la desigualdad $G > A$, después de haber creído en una equivalencia general, eliminan la contradicción admitiendo la existencia de diferencias no perceptibles, susceptibles de sumarse hasta dar lugar a esta desigualdad visible. He aquí ejemplos, comenzando por un caso de transición entre los niveles IIB y III:

NAD (10;10) no ve más que igualdades hasta $G > A$: «¿Entonces? — *(A) es el más pequeño de todos.* — ¿Y *A* y *B* son iguales? *No.* — Prueba. — *¡Lo mismo! Hay un fallo.* — Explícate. — *Son... (G) es mayor que los demás.* — ¿Y $F = G$? — *No. Sí, iguales.* — ¿Entonces *G* es mayor? — *No.*» Nuevas verificaciones y Nad renuncia a comprender. «¿*G* se hincha? — *No.* — ¿*A* se hace más pequeño? — *No.* — ¿Hay una pequeña diferencia entre *A*, *B*, *C*, etc.? — *¡Sí!* — ¿Es posible? — *Sí.* — Explica. — *(A) tiene justamente una pequeña diferencia con (B), (B) con (C), etc., y entonces esto hace una gran diferencia entre (G) y (A).* — ¿Y entre *F* y *G*? — *También.* — ¿Se ve? — *No, no se ve.* — ¿Y entre *G* y *C*? — *Se ve.* — ¿Entre *G* y *E*? — *No se ve.* — ¿Son iguales? *No... cada vez hay una pequeña diferencia, entonces, finalmente hay una gran diferencia, porque (G y A) están más alejados y se les ha puesto en orden.*» Se ve que una simple pregunta que sugiere la posibilidad de pequeñas diferencias ha desencadenado la comprensión, mientras que en los niveles anteriores la explicación completa, propuesta por el experimentador, quedaba sin efecto.

PAT (11:4) cree, al principio, en la igualdad y luego comprobando que $G > A$ dice que *«lo que he hecho antes no es muy preciso»*. Cree, en principio, en dos clases $(A = B = C = D)$ y $(E = F = G)$. «¿Y *D* y *E*? — *No son iguales del todo.* — ¿Lo ves? — *Lo sien-*

to (!). — ¿Una gran diferencia? — *Muy pequeña.* — ¿Y *F* y *E?* — *Son desiguales también.* — ¿Podría haber una pequeña diferencia que no se ve? — *Voy a ver. Se puede decir que no hay. Si se mira con una lupa es posible que no sean del mismo tamaño.* — ¿Entonces son iguales? — *Son todos iguales pero hay una diferencia tan pequeña que varias pequeñas diferencias hacen una diferencia grande.* — ¿Te ha extrañado *G* sobre *A?* — *Sí, pero como había muchos, entonces hace una grande.*»

JER (11;9), después de las igualdades comprueba que $G > A$ y concluye que «*(F) será más pequeño que (G).* — Mira. — *Es igual. Es otro el que es más pequeño, quizás (E).* — Prueba. — *Del mismo tamaño.*» Luego *E* y *D, D* y *C,* etc., hasta *A.* «¿Es normal? — *No, cada vez son más pequeños con una pequeñísima diferencia.* — ¿Hay diferencias tan pequeñas que no se ven? — *Sí.*»

ARC (12;0): «*Son iguales.* — ¿Y *G* y *A?* — *Son iguales.* — ¿Seguro? — *Sí* (prueba). — *¡Ah! no, hay una diferencia.* — ¿Te sorprende? — *¡Ah, sí!* — ¿No va bien? — *Sí, los hay que son un poquito más pequeños, y no se ve a simple vista.* — ¿Entonces? *Hay una pequeña diferencia entre cada redondel.* — ¿Pero estas pequeñas diferencias, las has visto? — *Porque sumando todas las pequeñas diferencias y poniéndolas sobre (G), (G) es mayor.* — ¿Cómo has hecho para pensar en pequeñas diferencias que se añaden? — *Porque cuando se ponen juntos, no se puede poner, de una vez, la diferencia grande, si no se habría visto* (dicho de otra manera, porque hay seriación continua).»

ASC (12;7): «*Son todos iguales.*» Pero con *G* y *A:* «*Es mayor que (A).* — ¿Cómo puede ser esto? — *He medido mal.*» Vuelve a empezar *AB, BC,* etc., hasta *FG,* diciendo cada vez: «*Un poquito mayor. No es mucho. No se ve, se siente... con los dedos.* — ¿Se siente mucho? — *Casi nada, un poquito.* — ¿La diferencia entre *A* y *B* es la misma que entre *B* y *C,* etc? — *Siempre el que está debajo* (superposición) *es el mayor... Se agranda siempre un poco más* (en relación con *A) y el último es mayor que el primero* (en tanto que carácter visible de la diferencia *AG).*»

La aditividad de las diferencias imperceptibles está, pues, adquirida, lo que permite eliminar las contradicciones. En cuanto a saber de dónde proviene esta nueva operación, podría no verse en ello más que una generalización de la adición de las diferencias visibles, cosa que da lugar a una estructura coherente desde el nivel de las operaciones concretas. Pero se trata probablemente, de hecho, de una abs-

tracción reflexiva, con sus dos caracteres de proyección de un plano al otro (de lo perceptible real a lo imperceptible posible y deducido de forma necesaria) y de reorganización, ya que esta aditividad de los posibles va, indudablemente, emparejada con la distributividad.

Resumiendo, estos resultados son bastante instructivos en cuanto a la naturaleza de la contradicción, en cuanto a su toma de conciencia y en cuanto a los procesos lógicos de su superación. En lo que concierne a su naturaleza, hemos comprobado que consiste en una compensación o reversibilidad incompletas: cuando para dos clases de equivalencia *X* y *no-X*, su producto no se considera como nulo (compensación completa), sino que el sujeto les atribuye una parte común cuyos caracteres serán, pues, simultáneamente x y $\bar{x}$, hay contradicción. Hemos visto, por otra parte, que ésta supone grados, según la extensión de esta parte común (que en Pas, en § 2, comprende, al principio, los elementos *B, C, D, E, F*, todos, pues, salvo *A* y *G*, siendo estos cinco elementos, a la vez, iguales a *A* y *G*, aunque *G* se considere como mayor que *A)*.

Pero ni que decir tiene que definir la no contradicción por el hecho de que la negación *(no-X)* compense exactamente la afirmación *(X)*, subordina la noción de contradicción a la de negación: decir que la clase de los *X* está formada por elementos iguales a *G* y que la clase de los *no-X* está formada por círculos más pequeños que *G*, es admitir de entrada que «más pequeño» constituye una negación de «igual», al menos en nuestro conjunto de siete elementos de los cuales ninguno es $> G$. Pero, ¿es ésta la creencia de los sujetos de 5-6 años, puesto que no ven dificultad en admitir que uno, dos, tres o incluso cinco elementos son a la vez iguales a *G* y más pequeños que él? De hecho, hay dos alternativas: o bien el niño concibe, al igual que nosotros, el carácter «más pequeño» como equivalente a «desigual» y, por tanto, como una negación de «igual», pero no logra componer esta negación con la afirmación según una compensación completa, o bien introduce un término medio original entre nuestra negación y la afirmación, y este término medio permanece incomponible en términos de compensación.

Por el contrario, lo que es evidente es que el niño no dice (en su lenguaje) que tal elemento es a la vez «lo mismo» y «no es lo mismo» que *G:* interviene, pues, entre «más pequeño» y no igual o «no es lo mismo», un proceso inferencial que para nosotros es inmediato bajo una forma serial, pero que podría muy bien no imponerse al sujeto de 5-6 años bajo cualquier forma. Decimos entonces que el niño permanece insensible a la contradicción, pero ¿tenemos derecho a hacerlo? ¿No sería mejor mantener que, a falta de esta inferencia, no hay efectivamente contradicción? $E = G$, $E = A$ y $G > A$ serían, así, tres comprobaciones distintas que no es preciso tratar de relacionar, siendo cada una verdadera en su contexto limitado (y, añaden los sujetos del nivel IB, pudiendo los elementos *G* y *A* muy bien cambiar de tamaño de una situación a otra). Pero sucede que al pasar del estadio I al estadio II el niño no se convierte en un físico nuclear que se deleitase con estas ocurrencias complejas y viese en ellas casos elementales de complementariedad: el sujeto del estadio II encuentra efectivamente contradictorias tales afirmaciones, lo que nos permite decir que a los 5-6 años lo eran ya virtualmente, pero que el sujeto no tomaba conciencia a falta de las inferencias necesarias. De ahí nuestra segunda conclusión: la toma de conciencia de la contradicción supone una estructuración inferencial de los observables y de las comprobaciones, y así la hemos visto funcionar bajo las formas de la transitividad, concebida como necesaria, y de la composición de las afirmaciones y de las negaciones.

Finalmente, por lo que respecta a la superación de la contradicción (niveles IIB y III), observamos aquí los dos aspectos complementarios habituales: en extensión, una ampliación del referencial (hipótesis de las diferencias imperceptibles) y, en comprensión, una relativización de las nociones, transformándose los predicados absolutos «pequeños» y «grandes» en relaciones de diferencias seriales. A este respecto es de cierto interés volver a encontrar, entre los 7-8 y 11-12 años, una evolución muy parecida a la de los progresos de la seriación (supraliminal) entre 3-4 y 7-8 años, como se manifiesta en el paso de las dicotomías (7-8 años) a las tricotomías (Pie a los 9;4) y a las diferencias

continuas. En estos dos casos los predicados absolutos (pequeños y grandes) son reemplazados por relaciones ordenadas, pero en un caso éstas son manipulables y en el otro es necesario construirlas mediante puras inferencias.

En cuanto al tipo de las contradicciones estudiadas en este capítulo, se podría ver un conflicto entre un hecho comprobado ($A < G$) y un esquema de anticipación ($A = B = C = \ldots = G$), pero ni que decir tiene que las oposiciones ulteriores se basan ante todo en las relaciones entre esquemas distintos (clases de equivalencia y seriación) aplicables a los objetos tanto en sus caracteres observables como inobservables. Por lo que respecta, finalmente, al sentido general de la evolución observada, volveremos a esto en el parágrafo 5 del capítulo 2 que trata de un problema paralelo.

2. LA CONTRADICCION EN LAS COMPOSICIONES PARTITIVAS

Con J. - J. Ducret (Sección I)
y A. Henriques - Christophides (Sección II)

SECCIÓN I.—COMPOSICIONES ESPACIALES

Con J. - J. Ducret

En la Introducción de esta obra hemos planteado la hipótesis de que las situaciones funcionales que engendran contradicciones en el comportamiento cognitivo de los sujetos se reducen a tres categorías. La primera sería una falta de identidad, cuando una misma acción no conduce a los mismos resultados, y, por derivación, cuando un mismo objeto, que se utiliza en la acción, ya no está caracterizado por las mismas propiedades. La segunda categoría sería la de las compensaciones incompletas entre una afirmación y una negación, lo que equivale a admitir la existencia de una parte común no nula entre una clase *X* y su complementaria *no-X*. En cuanto a la tercera categoría, hemos hablado de inferencias no necesarias, es decir, composiciones no coherentes, suponiendo que resultaban de la combinación de faltas de identidad y de compensaciones incompletas, de una mezcla, pues, de las dos primeras.

Uno de los objetivos de este capítulo es examinar el fundamento de esta última hipótesis, tomando como ejemplo de coordinación inferencial una de las más simples posibles, la de la composición aditiva según la cual el todo es igual a la suma de las partes. Al presentar al sujeto pequeños cuadrados y pequeños triángulos de idénticas superficies, pero en una situación tal que perceptivamente el triángulo

será considerado por el niño mayor que el cuadrado[1] ¿cuál será la reacción cuando cuatro triángulos y cuatro cuadrados pequeños formen, respectivamente, dos cuadrados grandes cuyas superficies sean esta vez visiblemente iguales? Si, como naturalmente desea el psicólogo, los sujetos jóvenes van a caer en la contradicción consistente en igualar las dos totalidades al mismo tiempo que niegan la igualdad de la superficie de sus dos formas de elementos constitutivos, los problemas consistirán en encontrar las razones de esta contradicción (puesto que la percepción no puede explicarlo todo), la toma de conciencia de ella y, finalmente, su superación, bastante más tardía de lo que podría suponerse, entre los sujetos que, en pruebas más simples, muestran la conservación de las superficies.

§ 1. TÉCNICA UTILIZADA.—Se comienza por presentar al niño dos cuadrados *A* y *B* de cartón de superficies idénticas (16×16 cm.) y, sin que los yuxtaponga o ponga en congruencia, se le pregunta si tienen el mismo «sitio» (para jugar, etc.) o si hay más sitio en uno que en otro. La igualdad ha sido admitida por todos los sujetos. Después de esto se le presentan cuatro pequeños triángulos rectángulos isósceles (que llamaremos *t1* y cuya hipotenusa tiene 16 cm.) y se hace que verifique, por congruencia, su igualdad. Se hace lo mismo con cuatro cuadrados pequeños de 8 centímetros de lado (que llamaremos *c)*, después se coloca un *t1* algunos centímetros por encima de un *c* (sobre la hipotenusa o el vértice opuesto) preguntando si hay el mismo sitio o no en los dos: de hecho, casi siempre se juzga $t1 > c$, debido a la doble influencia del rebasamiento y del perímetro.

Después de lo cual el niño y el experimentador (manipulando éste los objetos detrás de una pantalla) construyen dos grandes cuadrados, uno con los cuatro *t1* (lo llamaremos *T1)*, otro con los cuatro *c* (lo llamaremos *C)* y se pide al sujeto que anticipe sus relaciones de superficie. (Objetivamente, tenemos $T1 = C$.) Una vez obtenida esta previsión, se levanta la pantalla y el sujeto juzga perceptivamente si son iguales o no. Si se niega esta igualdad, se puede realizar una prueba de transitividad mediante los dos cuadrados vacíos del comienzo, *A* y *B:* se hace comprobar $T1 = A$ y $C = B$, de ahí $T1 = C$ puesto que $A = B$. Cuando se reconoce la igualdad se pide al niño que recuerde su juicio so-

[1] Un juicio de este tipo depende de razones más generales que perceptivas: rebasamiento de la base del triángulo con relación al lado del cuadrado pequeño (evaluación ordinal de las magnitudes) e indiferenciación de las nociones de superficie y de perímetro; este último era mayor en los triángulos pequeños que en los cuadrados pequeños.

bre *t1* y *c* y se observan sus reacciones en presencia de las relaciones *T1* = *C* y *t1* > *c*.

Seguidamente se hace lo mismo con ocho triángulos pequeños (que llamaremos *t2* y que valen cada uno la mitad de *t1)* y con ocho rectángulos pequeños (llamados *r* y que tienen cada uno 4 × 8 cm.), contruyendo después los cuadrados *T2* con los *t2* y *R* con los *r*. Tenemos, pues, de nuevo, que *T2* = *R* (y además, son iguales a los grandes cuadrados precedentes, *T1, C* y *A* y *B),* mientras que el sujeto admite, por lo general, que *t2* > *r*.

Además ocurre que, para reforzar la comprensión de la composición aditiva, a veces se hacen construir dos cuadrados con cuatro *t1* y cuatro *t2;* estos dos cuadrados, que llamaremos *T1* y *T'2*, son, entonces, claramente desiguales por el hecho de que sus componentes también lo son.

Finalmente nos dedicamos, rápidamente, a unas pruebas de conservación del número y de superficies para estimar el nivel operatorio del niño.

§ 2. EL ESTADIO I.—Veamos ejemplos del nivel IA:

GAB (5;8): «Si tú miras esto (1 *t1)* y esto (1 *c)*, ¿uno es mayor que el otro o no? — *El triángulo es mayor.* — Y si cogemos 4 y 4 y hacemos cuadrados con ellos (el niño junta los cuadrados como el experimentador los triángulos), se hacen dos cuadrados grandes *(T1* y *C);* ¿uno es mayor que otro? — *Igual de grandes.* — Y *t1* y *c*, ¿tienen el mismo sitio? — *Este (t1) tiene más sitio.* — ¿Y mi cuadrado grande y el tuyo? — *El mismo sitio.*»

BÉA (6 años): «¿Tú crees que hay más sitio en uno de estos cuadrados grandes (vacíos) o que hay el mismo? — *Son lo mismo.* ¿Y estos cuadrados pequeños (4*c)*? — *Sí.* — ¿Y estos triángulos *(t1)* son lo mismo unos que otros? — *Sí.* —Y si tomamos esto *(c)* y esto (1 *t1)*, ¿hay más sitio en *c* que en *t1* o hay el mismo? — *Este (t1) es mayor.* — Vamos a hacer juntos un cuadrado grande con todos estos triángulos pequeños y un cuadrado grande con estos cuadrados pequeños. ¿Uno de estos cuadrados grandes es mayor que el otro? — *Es lo mismo* (previsión). — ¿Cómo lo sabes? — ... — ¿Estás segura? ¿Lo has visto? — *No, pero es lo mismo.* — Y *(t1* y *c)* ¿hay uno de los dos que tiene más sitio? *Sí, el triángulo.* — Hemos construido dos cuadrados grandes con estos triángulos y estos cuadrados pequeños, ¿tú crees que son lo mismo ? — *Sí, lo mismo.* — ¿Por qué? — ... — ¿Son mayores mis triángulos o tus cuadrados? — *Los triángulos.* — ¿Y los cuadrados grandes son lo mismo? — *Sí.* — ¿Qué es lo que hemos hecho con los cuadrados pequeños? — *Un cuadrado grande.* — ¿Los has cogido y los has puesto juntos? — *Sí.* — ¿Hay más cuadrados pequeños que triángulos pequeños en los cuadrados

grandes? — *Lo mismo.* — ¿Y *t1* es mayor que *c*, y ahora hay el mismo sitio? — *Sí.* — Pero ¿entonces *t1* es mayor que *c* y he puesto 4 *t1* y tú 4 *c* y los cuadrados grandes son lo mismo? — *Sí.*»

Bos (6;6) comienza por anticipar y considerar iguales los cuadrados grandes *T1* y *C* e igualmente los elementos *t1* y *c*: «*son lo mismo*», y luego dice pensando en ellos: «*porque pertenecen los dos a la casa*», lo que parece ser un juicio de pertenencia cualitativa más que de superficie. Le hacemos entonces comparar 4 *t2* con 4 *t1* haciendo con estos dos conjuntos dos cuadrados de los cuales *T1* es mucho mayor. Anticipa: «el mío es mayor porque tiene triángulos mayores». Bos parece, pues, bien preparado para la composición aditiva, pero con *T2* y *R*, considera iguales estos dos cuadrados, pero «*el triángulo (t2) es mayor*» que el rectángulo *r*: «¿Y los cuadrados grandes son lo mismo? — *Sí.* — ¿Cuántos triángulos tienes? — *Ocho.* — ¿Y yo, cuántos rectángulos? — *Ocho.* — ¿Cómo lo sabes? — *Tienen el mismo tamaño* (los cuadrados grandes). — ¿Y *(t2* y *r)*? — *No, el triángulo es mayor.* — ¿Y cuando yo tomo *(t1* y *t2)* el cuadrado *T1* (con cuatro elementos en cada cuadrado grande *T1* es claramente superior) es mayor? — *Sí, porque los (t2) son más pequeños que t1.* — Y para *(t2* y *r)* dices que el triángulo pequeño *(t2)* es mayor que *(r)* y que hay el mismo sitio en los cuadrados grandes, ¿es así? — *Sí.* — Y si un chico dijera que si *(t2 > r)*, entonces el cuadrado grande *(T2)* es mayor que el otro *(R)*, ¿sería falso? — *Sí.*»

Con el nivel IB aparecen comienzos de la composición aditiva, pero episódicos y con contradicciones entre las reacciones a las diferentes preguntas:

TAN (6;8): *t1* es mayor que *c*, pero con respecto a los grandes cuadrados *T1* y *C* (formados de cuatro elementos) anticipa que «*son lo mismo los dos, porque tienen el mismo número*». — ¿Pero no has contado? — *Con los ojos sí.* — ¿Cada *t1* puede estar puesto con un *c*? — *Sí.* — ¿Pero hay más sitio en uno? — *En el triángulo (t1).* — ¿Hay el mismo sitio en los cuadrados grandes? Hay una cosa que no entiendo: dices que hay más sitio en *t1* que en *c*. (Hacemos comparar cada *t1* con cada *c*.) Entonces, ¿los dos cuadrados grandes? — *Tienen lo mismo.* Mostramos *t1* y *t2* y hacemos los cuadrados con 4 *t1* y 8 *t2*: «*hay más sitio en mi cuadrado (T1 =* 4) *porque los (t2) son pequeños y los (t1) son grandes.* — ¿Esto encaja en lo que me has dicho antes? — *No.* — ¿Entonces (volvemos a tomar los *t1* y los *c)*? ¿Hay uno mayor? *El triángulo (t1).* — ¿Y si hacemos la construcción? — *Es lo mismo.* — ¿Y con éstos *(t1* y *c)*? — *El triángulo es mayor.* — ¿Y los cuadrados grandes? — *Tienen el mismo sitio*».

FUL (6;3), *t1* y *c:* «*Hay más sitio en el triángulo.* — Vamos a hacer juntos dos cuadrados grandes. — (Previsión.) *Hay más sitio en este (T1) porque hay cuatro grandes (t1), esto da un cuadrado un poco más grande que el otro, que está hecho con cuatro cuadrados un poco más pequeños.* — ¿Te acuerdas de cómo lo hemos construido? — *Hay cuatro cuadrados.* — ¿Uno de los cuadrados grandes es mayor? — (Percepción.) *Los dos lo mismo, creía que era más pequeño porque había menos sitio en los cuadrados pequeños.* — (Hacemos comparar cada *t1* con cada *c* y la respuesta no varía: *t1* >*c*). ¿Y en conjunto? — *(T1) es igual que (C).*» En cuanto a los 8 *t2* y a los 8 rectángulos: la misma reacción de igualdad de los cuadrados grandes y de desigualdad de los 8 y 8 elementos: «¿Cómo es esto? — *Porque son* (todos) *pequeños, porque hay triángulos pequeños y rectángulos pequeños.* — ¿Pero (*t1* y *r*)? — *El triángulo es mayor.*» Entonces hacemos comparar dos cuadrados grandes muy desiguales, formados por 4 *t2* y 4 *t1*: «*Este (T1) es mayor porque aquí hay más sitio (t1 > t2).*» Repetimos la situación *t1* y *c*: «*el triángulo (t1) no es lo mismo que el cuadrado pequeño (c), pero a pesar de todo da el mismo tamaño* (total). — ¿Y aquí (*t1* y *t2*)? — *Este (t1) no es lo mismo que el otro y no da el mismo tamaño.* — No entiendo. — *Porque éste es grande (t1) y éste es más pequeño (t2), da más pequeño* (en total). *Este (t1) es casi del mismo tamaño que (c), pero no del todo, pero, a pesar de todo, da el mismo tamaño.* — ¿Es posible? — *Sí*».

DOM (7;1). Previsión: «*El suyo (T1) es mayor porque usted tiene triángulos (t1 > c).* — ¿Eso qué tiene que ver? — *No es completamente el mismo tamaño, sino un poco mayor, ... no, el mismo tamaño, el mismo sitio.*» Para los *t2* y los rectángulos: «*Más sitio en los triángulos.* — ¿Y los cuadrados grandes? — *Lo mismo.* — ¿Por qué? — *Si* (= aunque) *los rectángulos son más pequeños, hay el mismo sitio* (en total). — ¿Por qué? — *Hay el mismo número. Para dar lo mismo, es necesario el mismo número.* — ¿Y aquí (*t2* y *r*)? — *El triángulo es mayor*», pero los cuadrados grandes siguen siendo iguales.

MEY (7;9). Los triángulos *t1* son mayores que los cuadrados *c*, pero los cuadrados grandes *T1* y *C* son iguales (tanto en la previsión como en la percepción): «¿Puede ser (*t1* > *c*) y (*T1* = *C*)? — *Sí, eso depende de la forma en que se construyan, puede ser* (T1 = C), *es normal.*»

De este modo, los sujetos del nivel IA no ven ninguna contradicción en que elementos cuadrados o triangulares tengan superficies desiguales, mientras que sus sumas, con el mismo número (Béa y Bos poseen la conservación del

número), sean equivalentes en cuanto al sitio ocupado. Es cierto que estos sujetos no poseen la conservación de la superficie, pero esto no constituye una explicación, puesto que lo que les falta en la presente experiencia, como en las pruebas de conservación, es la composición aditiva de las magnitudes espaciales y se trata de comprender el porqué de esta carencia. En primer lugar recordemos que, en este nivel IA existen ya ciertas relaciones cuantitativas entre las partes y el todo, pero de un tipo particular debido a una diferenciación y una coordinación insuficientes entre la extensión y la comprensión de las clases: por ejemplo, ocurre que los sujetos consideran que 10 elementos sacados de una colección de 50 son «más» que 10 sacados de una colección de 20, como si el carácter de más «numerosos» de los 50 se transfiriera a los 10 del mismo modo que un carácter cualitativo en comprensión. Cuando Bos admite que $t1 = c$ porque $T1 = C$, lo que sería una respuesta del nivel IIB si se basara en una composición aditiva, razona, como los sujetos anteriores, por simple pertenencia cualitativa, puesto que los $t1$ y los c «pertenecen los dos a la casa» que es el cuadrado grande. Por otra parte, en el caso de los 4 $t1$ y de los 4 $t2$ no hay problema de composiciones, al ser las diferencias $t2 < t1$ y 4 $t2$ (en cuadrado) $< 4\ t1$ perceptivamente evidentes porque son muy fuertes, puesto que los $t1$ valen el doble que los $t2$.

El problema es, pues, el del porqué de la no composición aditiva, tal que $t1 > c$, pero 4 $t1$ (o sea $T1$) $= 4\ c$ (o sea C), dado que esta contradicción flagrante, y sobre todo el hecho de que los sujetos de este nivel no sean conscientes de ella en absoluto, se debe, evidentemente, a la falta de ese mecanismo inferencial. Para comprender la naturaleza de esa falta y, por lo tanto, de esa contradicción, basta con examinar cómo aparecen en el nivel IB los primeros esbozos de este mecanismo, aunque los sujetos de este nivel IB siguen siendo, en gran medida, incapaces de generalizarlo y, por lo tanto, insensibles todavía a las contradicciones precedentes.

Tan, por ejemplo, anticipa que $T1 > T2$ (aunque estos cuadrados sean perceptivamente iguales), porque están formados de elementos muy desiguales, y Ful recoge la misma idea para $T1$ y $T2$ al decir que, por el contrario, en el caso

de los *t1* y los *c* la diferencia es muy pequeña, de ahí la posibilidad de que *T1* = *C*. Y Mey precisa que con elementos desiguales se pueden tener dos totalidades iguales porque «eso depende de la forma en que se construyan, es normal». Parece así que son necesarias dos condiciones para que haya composición aditiva. La primera es, naturalmente, que un elemento cualquiera *t1* o *c*, etc., guarde su identidad al entrar en la composición del cuadrado grande y que ni siquiera se pueda decir, como Ful, que «casi el mismo tamaño... a pesar de todo, da el mismo tamaño», en otras palabras, que las pequeñas diferencias puedan desaparecer durante la composición. Pero la segunda condición es menos evidente: es, como dice Mey, «la forma en que se construye» el todo, como si una construcción hábil permitiera compensar las desigualdades. Ahora bien, es necesario destacar que Mey, como Ful y Dom, supera las pruebas simples de conservación de la superficie, cuando se transforma, por ejemplo, un cuadrado en rectángulo o cuando se corta en pequeños cuadrados que se deben reunir para volver a formar el todo inicial: en estos casos un alargamiento es compensado, efectivamente, por un estrechamiento, etc., pero con la facilitación de que se trata de formas parecidas (cuadriláteros), Conviene, por el contrario, recordar[2] la gran dificultad de los sujetos, hasta los 9-10 años, para imaginar que se pueda construir un cuadrado con cuatro triángulos, combinando sus posiciones como se hace, precisamente en este caso, con el cuadrado *T1*. Al comparar *T1* con el cuadrado *C*, compuesto de pequeños cuadrados *c*, el sujeto se encuentra en presencia de un nuevo problema de conservación, con heterogeneidad y no con homogeneidad de formas; de ahí la imposibilidad de percibir de forma inmediata las compensaciones dimensionales. Es, pues, «normal», como dice Mey, que a falta de una representación precisa de esta composición de los triángulos en un cuadrado, el sujeto pueda suponer que las diferencias de magnitudes admitidas entre los *t1* y los *c* se anulen por compensaciones cuando se construyen los dos cuadrados grandes iguales *T1* y *C*. La idea es que si *t1* > *c*, estas diferencias, aunque orientadas siempre en

[2] Véase el § 6, así como J. Piaget y B. Inhelder, *L'image mentale chez l'enfant* [París, Presses Universitaires de France, 1966], cap. VI.

el mismo sentido (según el sujeto en sus comparaciones por parejas), pueden compensarse, y no sumarse, según las posiciones nuevas que se den a los triángulos pequeños *t1*. En efecto, el rebasamiento, que tiene una importancia evidente en el juicio $t1 > c$ (evaluación ordinal), ya no interviene cuando los triángulos se disponen de forma cíclica en el cuadrado grande *T1* o *T2* e incluso, cuando ha habido anticipación de $T1 > C$ por intuición momentánea de la composición aditiva (Ful y Dom), la percepción de una igualdad no extraña al sujeto.

§ 3. EL NIVEL IIA.—Contrariamente a los sujetos precedentes, los del nivel IIA comienzan a tomar conciencia de la contradicción, pero sin, por ello, eliminarla siempre:

DAN (6;8): *c* es más pequeño que *t1* y el cuadrado *T1* «*es más grande porque (c) es más pequeño para formar un cuadrado grande.* — ¿Lo explicas otra vez? — *Los (t1) eran mayores que los (c).* ¿Y yo he puesto lo mismo de *c* que tú de *t1*? — *¡Ah! sí, porque hay cuatro y cuatro, los dos (T1 y C) son lo mismo.* — ¿Pero, entre *t1* y *c*, hay uno que tenga más sitio? — *Sí, el triángulo.* — ¿Y en *T1* y *C* hay más sitio? — *No.* — ¿Eso encaja? — *No.* — ¿Qué es lo que no encaja? — *Los dos (t1 y c) son lo mismo.* — ¿Cómo lo puedes saber? — ...». Dudas con respecto a *T2* y *R*, y luego la misma solución $(t2 = r)$. «¿Cómo lo puedes saber? — ... — ¿Lo puedes explicar? — *No.*»

STA (7;4): *t1* es mayor que *c*. «¿Y los cuadrados grandes que hemos construido? — *Tienen el mismo sitio porque todos los cartones tienen el mismo sitio* (pero quizás con indiferenciación relativa entre los *t1* y los *c*, y entre los *t1* o los *c* entre sí). ¿Habías dicho $(t1 = c)$? — *Sí, no, t1 es mayor.* — ¿Y los cuadrados grandes? — *(T1) es mayor porque los (c) son más pequeños que los (t1).* — ¿Y yo he cogido más de *t1* que tú de *c*? — *No, cada vez uno* (contra uno). — ¿Qué crees? — *(T1) es mayor.*» Comparamos entonces *T1* y luego *C* con dos cuadrados grandes vacíos, por ejemplo *X*: Sta admite entonces que $T1 = X$ y luego $C = X$, pero continúa creyendo que $T1 > C$ (aunque posea en general la transitividad, así como las conservaciones del número y de la superficie bien justificadas). Pasamos entonces a *T2* y *R*: *t2* es mayor que *r*, pero en *T2* y *R* «*hay el mismo sitio porque (t2) es mayor que (r), pero dos (r) son lo mismo que dos (t2)*». En efecto, $2\,r = 2\,t2 = 1/4$ del cuadrado grande. «Y si yo hago el cuadrado grande poniendo juntos *(2r)* y $(2 + 2)$, ¿qué tendremos? — *El mismo sitio, porque los (t2) son mayores, pero forman un cua-*

drado grande (1/4 del cuadrado) *como los (r).*» Por el contrario, cuando introducimos rectángulos más pequeños, Sta comprueba una desigualdad sensible de los cuadrados totales y cuando volvemos a *T2* y *R*, dice entonces: «*Los dos son del mismo tamaño, porque el rectángulo (r) tiene el mismo tamaño que el triángulo pequeño (t2).*» Pero después de nuevas percepciones vuelve a dudar.

GUY (7;9) encuentra que *t1* > *c* y concluye por ello que el cuadrado *T1* «*es mayor.* — Explica. — *Como (t1) es mayor que (c), (T1) es mayor que (C)*». Pero cuando piensa en los números (4 y 4) concluye que *T1* = *C* y deduce que «*hay el mismo sitio en (t1) que en (c).* — ¿Has dicho que es mayor? — *Si se cortara (t1) sería lo mismo que (c)*». Todo es, pues, lógico, pero un nuevo examen perceptivo conduce a Guy a *t1* > *c*. «¿Y *T1* es lo mismo que *C*? — *Sí.* — ¿Estás seguro? — (Nuevo examen.) *Creo que sí.* — ¿Y *t1* y *c*? — *(t1) es mayor y (c) es más pequeño.* — ¿No importa que uno sea mayor? — *Sí, ¡no son lo mismo!, sí, deberían ser lo mismo...* (pero) *el triángulo (t1) es mayor que el cuadrado (c).* — ¿No importa? — *No.*» Para *T2* y *R*, las mismas oscilaciones, primero con *T2* > *R* porque *t2* > *r*, luego igualdad en los dos casos y finalmente, después de atentas percepciones: «*(T2* y *R) son del mismo tamaño.* — ¿Y *(t2* y *r)*? — *Más sitio en (t2).*»

LAM (8;0) encuentra que *r* < *t2* y *T2* = *R*. «¿Es extraño? — *¡Ah!, sí porque hay el mismo número y (t2) es mayor, me pregunto por qué esos (los cuadrados grandes) son igual de grandes. Haría falta que (r) fuera igual que (t2).* — ¿Y es así? — *¡Ah, no!, (t2) es mayor.*» Volvemos a *T1* y a *C*: «*El mismo sitio* (a pesar de que *t1* > *c*). — ¿Es normal? — *¡No!, ahora entiendo. Aquí es un triángulo y aquí es un cuadrado, son formas diferentes, las hemos colocado de forma diferente* (en el cuadrado grande), *entonces es el mismo tamaño.*»

Cuando volvemos, en detalle, a las comparaciones de elementos, continúa admitiendo que los triángulos pequeños son mayores que los cuadrados o rectángulos pequeños si se los compara uno a uno, mientras que dos triángulos unidos son iguales a dos rectángulos unidos, etc., porque las formas se hacen comparables.

COS (8;6): *(t1* > *c)* pero cuando se forma el cuadrado *(T1)* «*hay el mismo sitio.* — ¿Por qué? — *No sé*». Con *T2* y *R*, por el contrario, tenemos que *R* < *T2* porque *r* < *t2*. Pero cuando se le presentan rectángulos desiguales y las diferencias totales son evidentes, Cos concluye que *T2* y *R* son iguales, así como sus elementos, pero vuelve enseguida a su solución inicial.

Se ve cómo todos estos sujetos son sensibles a las exigencias de la composición aditiva y sienten, pues, una contradicción entre $t1 > c$ y $T1 = C$, etc. Pero no llegan a eliminarla totalmente (excepto el más joven, Dan, pero sin encontrar una explicación, como sucederá en el nivel IIB), y esto por dos razones. La primera, naturalmente, es de orden perceptivo[3], puesto que *t1* parece más grande que *c* y el cuadrado grande *T1* es claramente igual a *C*. Pero la percepción está lejos de explicarlo todo, puesto que es la misma en el nivel IIB; lo que sucede es que en este caso está sometida a las inferencias suficientes: «se ve que $t1 > c$, pero no es cierto», dirá, así, Rol (§ 4) y nada impediría a los sujetos precedentes, que se encuentran en el nivel de las primeras operaciones concretas, razonar del mismo modo si llegaran a aplicar las leyes (conocidas por ellos) de la composición aditiva en estos casos en que las formas son heterogéneas, como en aquellos en los que son homogéneas. La razón principal de su fracaso relativo es, pues, la persistencia de lo que hemos señalado al final del parágrafo 2: para que haya composición aditiva correcta entre formas heterogéneas (triángulos y cuadriláteros), es necesario no sólo que cada elemento conserve su identidad, sino también que, en el momento de la reunión de dos elementos diferentes, las desigualdades de esas formas se compensen cuantitativamente. Ahora bien, estos sujetos continúan creyendo en falsas compensaciones, dependientes de factores cualitativos (posición), sin llegar a las compensaciones cuantitativas, como lo hacen fácilmente en las pruebas de conservación de la superficie en las que los elementos son de las mismas formas y en las que sólo las totalidades cambian de configuración.

A este respecto, el sujeto Lam es de destacar: llega —lo que es decisivo— a admitir que dos triángulos juntos, que toman la forma de un cuadrado, son iguales en superficie a dos rectángulos juntos que forman el mismo cuadrado, pero continúa pensando al mismo tiempo que uno solo de estos dos triángulos es mayor que uno de los rectángulos. Su

[3] Con las consideraciones de rebasamiento (ordinal) y de perímetro que hemos recordado.

conciliación adquiere en este caso una significación muy clara: «son formas diferentes, (pero) las hemos colocado de forma diferente, y entonces es el mismo tamaño». Hay, así, una compensación resueltamente incompleta desde el punto de vista cuantitativo, pero que parece suficiente por las razones cualitativas de posición. Es evidente que Sta razona igualmente cuando dice «los triángulos son mayores, pero forman un cuadrado grande como los rectángulos». Guy alcanza, por un instante, el nivel IIB cuando dice «si se cortara el triángulo *(t1)* sería lo mismo que el cuadrado *(c)*», lo que constituye una compensación completa porque es cuantitativa, pero no es más que una clarividencia momentánea y vuelve a su compensación cualitativa y a la contradicción que ésta supone, concluyendo que no le molesta.

§ 4. El nivel IIB y el estadio III.—Los sujetos del nivel IIB logran, no sin tanteos, eliminar las contradicciones y justificarlo. En general, tienen 9 y 10 años, excepto 3 casos más precoces de 8 años o menos:

Jul (7;11) no sabe si *t1* es mayor o menor que *c*, según las posiciones. En cuanto a *T1* y *C*, éste será «*mayor: allí hay cuadrados y aquí triángulos, eso es una diferencia.* — ¿Es *C* el mayor? — *No sé* (examen), *creo que es del mismo tamaño... creo que (t1) y (c) son, a pesar de todo, del mismo tamaño.* — ¿Entonces por qué *C = T1*? — *No sé cómo explicarlo. ¡Ah!, porque los (t1 y c) son igual de grandes. Cada (c) tiene el mismo tamaño que cada (t1)*».

Rol (7;11): «*(T1) es mayor porque los (t1) son mayores que los (c).* — Mira. — *Los cuadrados grandes son del mismo tamaño.* — No he comprendido bien. — *Ahora creo que (t1 = c) porque T1 = C.* — Pero ¿cómo se ve? — *No se ve que (t1* y *c) son del mismo tamaño. Se ve que (t1 > c), pero no es cierto.* — ¿Por qué no es cierto? — *Porque los cuadrados grandes son del mismo tamaño.*» Grandes dudas sobre las relaciones de *t2* y *r*, pero a partir del momento en que se hacen los cuadrados grandes, «*entonces (t2 = r) porque (T2 = R)*».

Bar (8;4) cree que *t1 > c* y *T1 > C*. «¿Por qué? — *No es cierto. Si los (4c) forman juntos un sitio igual al de los (4 t1) entonces (t1 = c).* — ¿Pero al mirar? — *(t1) parece mayor, pero son iguales: si se recorta este triángulo (t1) para hacer con él un cuadrado (c) es lo mismo.*» En cuanto a *T2* y *R*, «*(T2) es, quizás,*

mayor, o no. — ¿De qué depende eso? — *Depende de (r) y de (t2). Hace falta que, al recortar (t2), dé (r)* (para que $T2 = R$)».

SAN (9;5): «*He dicho que* ($c > t1$), *no sé.* — Y los dos cuadrados grandes, ¿pueden tener el mismo sitio? — *Sí ... (t1 y c) deben ser, entonces, del mismo tamaño.*»

CRI (9;8) en cuanto a $T2$ y R: «*Si (t2) es mayor, el cuadrado grande es mayor*»; y LAU (9;11): «*Si* ($R = T2$) *entonces* ($t2 = r$)», después de dudar sobre este último punto.

DIA (10;6) cree que $t2 > r$, y luego «*no, cuando los ponemos juntos (2 t2), hacen como un cuadrado, (2 r) es la misma suma que (2 t2), es lo mismo*» y «*cuando hacemos los dos cuadrados grandes, es lo mismo*».

SEM (10;6): el mismo razonamiento para los $t2 = r$. «*Parece al ver (t2) que es mayor, pero es del mismo tamaño.*»

Las dos novedades unidas que caracterizan las reacciones de estos sujetos son que llegan, pues, a eliminar la contradicción (entre $t > c$ y $T = C$, etc.) definitivamente y no ya momentáneamente, y que justifican su posición final por medio de una explicación que recurre explícitamente a la composición aditiva (contrariamente a Dan, en el nivel IIA, que la aplica pero no la hace explícita). Se pone de manifiesto, en efecto, la rapidez con la que Rol, Bar y San deducen la igualdad de los elementos ($t1 = c$ o $t2 = r$) a partir de la de los cuadrados grandes ($T1 = C$ o $T2 = R$), porque para estos sujetos la igualdad de las partes (con un número igual de triángulos y de cuadriláteros) procede necesariamente de la igualdad de las totalidades y recíprocamente Jul da su demostración en el sentido partes → todo, pero su descubrimiento procede, igualmente, de la igualdad de los cuadrados grandes. Cuando Dia y Sem proceden de la parte al todo, se apoyan en análisis lógicos de estas partes: si «se recorta este triángulo *(t1)*, dice Bar, para hacer con él un cuadrado, es lo mismo»; y Dia, como Sem, descubre espontáneamente que dos triángulos *t2* juntos son iguales a dos rectángulos *r* igualmente juntos; de ahí $t2 = r$ y $T2 = R$.

En cuanto a las reacciones del estadio III, no difieren de las precedentes más que en que la comprensión es inmediata:

COR (11;7): «Si miramos uno de estos triángulos y uno de estos rectángulos, ¿tiene uno más superficie que el otro? — *No, porque dos de estos triángulos forman un cuadrado y dos rectángulos también.* — ¿Y *T1* y *C*? — *Los dos iguales porque (1 t = 1 r) y hay 8 aquí y 8 allí.*»

RIB (12;0): «¿*t* y *r*? — *Es la misma superficie. Si ponemos (1 t) sobre (1 r) hay un trozo que sobresale y un trozo que no está tapado, entonces es lo mismo.* — ¿Y *T1* y *C*? — *Si (1 t = 1 r) los dos cuadrados grandes tendrán que ser iguales porque hay el mismo número.* — ¿Pero si miramos *1 t* y *1 r*? — *Sin pensarlo, podría ser mayor, pero no es cierto.* — ¿Por qué? — *Porque nuestra vista nos engaña.*»

§ 5. CONCLUSIONES.—La primera conclusión que se saca de esta evolución, desde los niveles IA hasta IIB o III, es, naturalmente, que en una experiencia de este tipo, como en la del capítulo 1, la insensibilidad a la contradicción, su toma de conciencia luego y, finalmente, su superación son debidas a la falta, y posterior adquisición, de un mecanismo inferencial gracias a los conflictos entre la percepción y la deducción. En el capítulo 1 se trataba de diferencias no visibles, igualdades perceptivas aparentes, excepto entre los extremos de la serie; pero para reconstruir ésta era necesario basarse en un mecanismo inferencial de transitividad, ausente en los comienzos de esta evolución (de ahí la insensibilidad a la contradicción), que se constituye con dificultades a causa de sus conflictos con la percepción. En la investigación presente, la situación es exactamente paralela, pero en sentido inverso: la percepción impone desigualdades aparentes, excepto en la configuración final (totalidades de los cuadrados grandes) y, para establecer las igualdades reales es necesario recurrir a un mecanismo inferencial de composición aditiva, que no existe al principio y que luego se constituye con dificultad en el caso particular en que los elementos que deben reunirse y compararse sean heterogéneos.

1) Ahora bien, en los dos desarrollos que son paralelos (porque en el capítulo 1 hay aditividad necesaria de las diferencias no percibidas y la propia transitividad es una composición aditiva de relaciones, puesto que $A \mathbf{R} C = A \mathbf{R} B + B \mathbf{R} C$), la carencia inicial del mecanismo inferencial depende en realidad de la combinación de dos componentes: la falta de identidad de los términos que intervienen y el carácter incompleto de las compensaciones necesarias. Por lo que respecta a la identidad, un mismo término (el tamaño de los círculos en el capítulo 1 y el de los triángulos o cuadriláteros en la presente investigación) es concebido unas veces como igual y otras como no equivalente a un segundo. En cuanto a las compensaciones incompletas, hemos visto en el capítulo 1 que las clases de equivalencia complementaria, construidas por el sujeto, tienen una parte común de caracteres que son, simultáneamente, *x* y *no-x*. Igualmente, en los presentes resultados, los sujetos creen, incluso hasta en el nivel IIA, que las diferencias entre los elementos considerados desiguales se pueden compensar, y ello gracias a sus relaciones de posición, que desempeñan, entonces, el papel de relaciones cuantitativas, como es concebible en una perceptiva ordinal.

Pero las compensaciones incompletas constituyen, en todos los campos, el carácter fundamental de los estados de desequilibrio, puesto que el equilibrio tiene como propiedad una compensación completa (suma algebraica igual a cero) de los trabajos virtuales. Tal consideración es, sin duda, la única que puede explicar por qué al sujeto le molesta la contradicción mucho antes de saber expresarla lógicamente. Una formulación adecuada supondría, en efecto, que se considerase como una norma necesaria la igualdad del todo y de la suma de las partes: en este caso, pero sólo en este caso, está excluido admitir simultáneamente $t1 > c$ y $T1 = C$, en otras palabras, la explicitación de la contradicción supone su supresión. Ahora bien, sólo es en el nivel IIB cuando se impone al sujeto una manera tal de pensar, mientras que antes se limita a experimentar una molestia, con soluciones momentáneas, pero locales, como si llegara por instantes a una intuición de la composición aditiva, pero entre otras, y

sin su carácter de necesidad ni, sobre todo, su generalidad. Pero ¿qué son las intuiciones fragmentarias, sino la expresión de esquemas de acciones, válido cada uno en su campo de aplicación, pero insuficientemente regulado en cuanto a la extensión de los campos, y de ahí las interferencias entre las aplicaciones (afirmaciones) y las no aplicaciones (negaciones), es decir, de nuevo compensaciones incompletas, pero entre los propios esquemas de acciones antes de serlo entre las clases de objetos?

Por ejemplo, el sujeto considera el triángulo *t1* mayor que el cuadrado *c* porque su base supera los lados del cuadrado, criterio que es exacto cuando se trata de comparar dos líneas (y con un mismo punto de partida), pero que, en el caso de *t1*, hace olvidar las otras dimensiones. Por ello resulta entonces que, en el cuadrado grande *T1*, donde los triángulos *t1* están colocados de forma diferente y equivalen al cuadrado *C* formado por *4c*, los rebasamientos no tienen ya un papel y la igualdad $T1 = C$ no parece extraña. Igualmente el sujeto puede juzgar $t1 > c$ en función del mayor perímetro de *t1*, pero olvidando que perímetros y superficies no son proporcionales: ahora bien, en los cuadrados grandes *T1* y *C*, los perímetros están englobados en los de los cuadrados totales; de ahí, de nuevo, una falsa compensación. Otras veces el sujeto juzga en función de la igualdad del número de elementos, pero olvidando la posible no-equivalencia de las unidades. Por el contrario, acepta la composición aditiva en el caso de las formas homogéneas de elementos, pero sin generalizarlas a las formas heterogéneas por las razones que se acaban de recordar. En una palabra, el sujeto dispone de una serie de esquemas parcialmente válidos, pero mal regulados en cuanto a la extensión de sus campos de aplicación; de ahí la insuficiente compensación de las afirmaciones y las negaciones y el desequilibrio que se manifiesta en los sentimientos de malestar del sujeto antes de que llegue a formular claramente las contradicciones. En efecto, esta formulación supone precisamente la regulación previa de las extensiones, es decir, del «todos» y del «algunos», mientras que la extrañeza del sujeto procede de la ausencia de tales delimitaciones, hasta que haya encontrado

un principio de integración en la generalización de la composición aditiva, que precisamente va parejo con la regulación de las extensiones.

2) Pero de esta manera, sólo hemos desplazado el problema, puesto que queda por explicar esta incoordinación de las afirmaciones y las negaciones, y podríamos preguntarnos si no sería más simple, en este capítulo como en el 1, atribuir sin más los desequilibrios iniciales a los conflictos entre la percepción y las inferencias, y la equilibración al éxito de éstas últimas. Sin duda esto es cierto en parte, pero con la condición de insertar esta importancia inicial de la percepción y esta victoria final de la composición inferencial en un movimiento más amplio cuya significación la aportarán los capítulos posteriores (Caps. 7-11).

De hecho, el sujeto del estadio preoperatorio comienza por estar centrado en el objeto con sus caracteres positivos, aportados por la percepción, mientras que las negaciones y las limitaciones (regulación del todos o del algunos en cuanto no-todos, etc.) sólo se derivan posteriormente, debido al establecimiento de relaciones o inferencias secundarias. De esta primacía inicial de lo positivo sobre lo negativo resulta que, en caso de cambio de forma del objeto (pruebas de conservación), el sujeto considera la acción transformadora (estirar una bolita en salchicha) como aditiva y creadora de aumento, sin ver que lo que se ha añadido en una dimensión se ha quitado, necesariamente, en otro sitio. La conservación se constituye, por el contrario, cuando esta acción se concibe como un desplazamiento de las partes del objeto, unas con respecto a otras y, por tanto, con adiciones y sustracciones necesariamente relacionadas y compensadas; de ahí la conservación de la cantidad total que se basa en una simple «conmutabilidad» o conmutatividad en un sentido amplio (véase capítulo 10).

Ahora bien, en las situaciones del capítulo 1 y en la presente investigación, estamos ante un desarrollo en parte análogo, aunque los objetos individuales que intervienen no sean transformados por las acciones sino simplemente comparados. El sujeto comienza, lo que es muy natural, por no

ocuparse más que de los caracteres perceptibles y positivos del objeto, en forma de igualdades o de diferencias, sin ocuparse de sus limitaciones o negaciones posibles. Luego, cuando el sujeto se encuentra ante los conflictos (igualdades y diferencias a la vez o unas que conducen a otras), una reacción frecuente en su forma explícita, pero más a menudo implícitamente, consiste en admitir que los círculos del capítulo 1 pueden cambiar de tamaño cuando se manipulan («quizás se hace más grande cuando se toca», Cri a los 6;5, «a veces es pequeño y a veces es grande», Oli a los 7;0) y que los triángulos *t* dejan de ser mayores que los cuadrados *c* cuando se colocan en la forma adecuada. Hay aquí, en una forma atenuada, el equivalente de las acciones que, en las pruebas de conservación, se considera que modifican materialmente los objetos individuales en cuanto a sus caracteres cuantitativos.

Sólo después de esto se busca la solución, y luego se encuentra, en la dirección de la aditividad y en oposición a los datos preceptivos. Ahora bien, en este punto (reduciendo a sus justas dimensiones el papel retardador de lo imperceptible o de las apariencias contrarias a las igualaciones), esa progresiva victoria de la adición de las partes en un todo estable constituye el equivalente, en el campo de las comparaciones lógicas de lo que supone el desplazamiento en el de las transformaciones. Hace ya bastante tiempo que, en el campo de las acciones concretas, E. Meyerson comparaba la adición con un desplazamiento, real o mental. En efecto, en estos casos elementales la adición, como el desplazamiento, va acompañada necesariamente de una sustracción, pues lo que se añade a una colección se quita, al mismo tiempo, a otra. En el caso de la reunión de las partes en un todo, resulta que lo que se introduce en la suma se saca necesariamente de las partes y no puede, como imaginan muchos sujetos del estadio I, producirse en el camino. Recíprocamente, lo que falta en la suma (como el cuadrado grande *T1* puede dar la impresión a los sujetos, después de la previsión frente a *C)* no existía en las partes y no ha sido aniquilado en el camino por la acción que dispone espacialmente ese todo (disponiendo los elementos de manera que se supriman las desigualdades).

En resumen, aunque en estas experiencias no nos enfrentemos con acciones que modifiquen materialmente los objetos en sus formas, sino sólo con comparaciones lógicas (en el seno de las cuales las transformaciones no se refieren más que a las estructuras de las totalidades o a puestas en relación), el paso de los desequilibrios iniciales al equilibrio final presenta rasgos generales comunes con lo que veremos en otros campos: una falta de compensaciones —de ahí las contradicciones— en tanto que el sujeto está centrado en los caracteres positivos del objeto, seguida de composiciones o inferenciales, cuya aditividad está regulada por el juego de las sustracciones u operaciones negativas implícitas y alcanza así la necesidad reversible.

SECCIÓN II.—COMPLEMENTOS SOBRE LAS CONTRADICCIONES LÓGICAS Y LA COMPOSICIÓN DE LAS FORMAS HETEROGÉNEAS

Con Androula Henriques - Christophides

Una investigación emprendida independientemente de la anterior tenía como finalidad examinar las reacciones de los sujetos ante consignas, bien contradictorias (por ejemplo, «dibújame un cuadrado de 3 lados»), bien no contradictorias pero que pueden parecerlo a los niños (por ejemplo, «doblar un rectángulo en cuatro triángulos pequeños» o construir un triángulo de la misma superficie que un cuadrado dado). Ahora bien, como los parágrafos 2 a 5 de este capítulo nos han hecho suponer el carácter tardío de las contradicciones lógicas, basadas en las composiciones estructurales por oposición a los conflictos de contenido, así como la dificultad de las composiciones espaciales referentes a formas heterogéneas (triángulos y cuadrados o rectángulos), conviene que mostremos aquí brevemente los resultados de esta otra investigación, de hecho complementaria.

1) Las dos consignas «dibújame un cuadrado de 3 lados» y «dibújame un rectángulo que tenga 4 lados de la misma

longitud» («lo mismo de largos») son lógicamente contradictorias si nos basamos en las definiciones «un cuadrado es una figura cerrada que tiene los cuatro lados iguales (y los cuatro ángulos, etc)» y «un rectángulo tiene dos pares de lados iguales, pero desiguales entre sí». Por el contrario, si el sujeto no se atiene a estas definiciones y, con una misma palabra, se refiere a contenidos variables entre los cuales estima que podrá establecer ciertas equivalencias (por ejemplo, conservar la forma global de un cudrado, pero no dibujar más que tres lados, dejando así la figura abierta; o dibujar dos lados unidos por una diagonal), podremos encontrar en estas respuestas más o menos coherencia, pero saliendo del campo de la contradicción formal.

Ahora bien, entre unos 50 sujetos de 5 a 12 años, sólo a partir de los 7-8 años encontramos respuestas (a los 7 años, 5 niños sobre 12) que afirman de entrada la imposibilidad de un cuadrado trilátero y sólo a partir de los 9-10 años llegan a ser unánimes estas reacciones. A los 5 y 6 años, todos los sujetos observados comienzan por intentar una construcción gráfica, y si bien la mitad de los sujetos acaban por pasarse a la imposibilidad, los otros admiten que no lo conseguirán, pero piensan que un adulto hábil lo conseguiría sin duda:

XAN (5;3) dibuja tres lados de un cuadrado, pero después de la repetición de la consigna dice: «*no es completamente un cuadrado con tres líneas*». Lo cierra y comprueba que entonces tiene cuatro lados. Vuelve a empezar y esta vez dibuja el cuarto lado con una laguna en el medio, de forma que los dos sectores restantes aparecen como prolongaciones de los lados adyacentes: «*no, no se puede*», pero cree que el adulto lo conseguiría. «¿Estás seguro que yo puedo? — *Sí.*» En cuanto al rectángulo con cuatro lados iguales, Xan se limita, en principio, a dibujar uno más pequeño que el rectángulo presentado: «¿Tiene los cuatro lados igual de grandes? — *Sí.* — Explícame. — *Se puede hacer así* (dibuja las dos medianas uniendo los lados dos a dos, lo que le parece que asegura la igualdad general al mostrar que son todos pequeños y que ya no hay grandes). — Hazme un triángulo con cuatro lados. — (Dibuja dos lados adyacentes y hace en el tercero una joroba de manera que cuente por dos.) — ¿Cuántos lados? — *Cuatro* (mostrándolos).» Y luego hace otro, pero señalando unos puntos en los dos lados adyacentes e indi-

cando que se los puede unir por una recta que corta el triángulo en dos (cosa que se cuida de hacer) y que representa un cuarto lado.

NIC (5;6) para el triángulo con cuatro lados, dibuja un triángulo con su bisectriz y mantiene que se trata de «*cuatro lados*». En cuanto al rectángulo con cuatro lados iguales dibuja uno muy pequeño al lado del más grande, dibujado como referencia: son entonces «*todos pequeños*». — ¿No es éste más pequeño que éste? — *No.* — ¿Son igual de pequeños? — *Sí.* — ¿Exactamente igual de pequeños. — *Sí.*

VIG (5;10) para el cuadrado con tres lados dibuja uno sin su cuarto lado, abierto: «¿Y esto es un cuadrado? — *Sí.*»

ISA (6;7) dibuja tres lados de un cuadrado: «*Sí.* — ¿Es un verdadero cuadrado? — *No, tiene tres líneas.* — ¿Se puede hacer? — ... — ¿Es imposible o difícil? — *Difícil.* — ¿Este señor lo puede hacer? — *Sí.* — ¿Y la maestra? — *Sí.* — ¿Es posible? — *No.* — ¿Por qué? — *No existe.* — ¿Y el señor lo puede hacer? — *Sí.*»

NOC (6;9): «*Un cuadrado no es difícil, pero con tres líneas no consigo hacerlo.* — ¿Y este señor lo puede hacer? — *Sí.* — ¿Por qué? — ...»

A título de referencia he aquí dos ejemplos de respuestas superiores:

MON (12;6): el cuadrado con 3 lados «*no es posible.* — ¿Por qué? — *Porque el cuadrado tiene cuatro lados.* — ¿Es imposible o difícil de hacer? — *Es un imposible.* — ¿Y un rectángulo con cuatro lados iguales? — *Eso no vale, porque si no no es un rectángulo. Un rectángulo tiene lados que no son iguales y el cuadrado lados que son iguales*».

PHI (12;2): «*Es imposible porque un cuadrado es un cuadrilátero.*»

Estos hechos muestran claramente la diferencia entre la contradicción lógica, necesariamente relativa a un sistema previo de clases bien definidas en comprensión, así como bien delimitadas (bien cuantificadas, por lo tanto) en extensión, y la contradicción prelógica que no se basa más que

en contenidos no formalizados. En este caso la contradicción sólo consiste en un desequilibrio entre acciones, y sólo es relativa a una coherencia más o menos realizable entre sus esquemas, consistiendo el criterio solamente en la dificultad mayor o menor para efectuar la acción conciliadora o equilibrante (teniendo por límite su imposibilidad, pero como límite no alcanzado y sobre todo no susceptible de justificación). Es así como los sujetos de 5-6 años acaban, en ciertos casos, por renunciar a sus intentos, pero porque la solución es demasiado «difícil» y no imposible (Isa), y si esto «no existe» es porque todavía no se ha encontrado, pero un adulto lo conseguiría. En cuanto a las soluciones propuestas, consisten en no retener del cuadrado más que su forma global, suprimiendo un lado, en darle una joroba al tercer lado de un triángulo para ver en ella un cuarto lado, en llamar «lado» a una línea interior o bisectriz, en dibujar un rectángulo más pequeño para que sus cuatro lados sean «todos pequeños» (Nic) y, por lo tanto, iguales (Cf. también Xan), etc. La solución para conciliar los esquemas contradictorios consiste, pues, en acomodarlos hasta la asimilación recíproca posible, siendo entonces el único problema comprobar, por medio de una especie de experiencia lógica (o prelógica) introspectiva o interior, si esta acomodación proporciona una satisfacción estable o si permanece en estado de desequilibrio. En este último caso hay malestar o sentimiento de contradicción, pero se ve entonces claramente que ésta continúa siendo, pues, totalmente relativa a las compensaciones completas o incompletas de un proceso de equilibración entre los esquemas de acción y todavía no a una construcción deductiva y formalizante, característica de las formas acabadas de equilibrio propias del último estadio.

1 *bis)* Con estas consignas imposibles de aplicar se relaciona la que consiste en pedir que se trace «la línea más larga posible» entre dos puntos, precedida por la pregunta introductoria que trata de la línea más corta posible. A este respecto, el contraste es total entre las reacciones de los 11-12 años y las de 5-6 años. Las primeras consisten en responder:

«Esto va hasta el infinito. — ¿Es posible hacerlo? — No tiene fin» (Phi 12;2). Las segundas, por el contrario, se reducen a trazar una línea que rebasa los dos puntos, o curvas cualquiera, seguidas, hacia los 7 años, por líneas que siguen los bordes de la hoja, etc.

2) Por lo que respecta a las composiciones de formas heterogéneas (plegar un rectángulo en cuatro triángulos, después o antes de haberlo hecho en cuatro pequeños rectángulos, o transformar un cuadrado en un triángulo de la misma superficie), la relación entre estas preguntas y las precedentes consiste en que los sujetos jóvenes ven en ello, igualmente, tareas imposibles, y a veces más rápidamente y con más convicción: sólo a los 9-10 años es cuando estas preguntas son resueltas por el 75 y el 50 por 100 de los sujetos y siempre después de tanteos:

NAR (5;6) intenta plegar un rectángulo en cuatro triángulos, pero no llega más que a pequeños cuadriláteros «*porque hay cuadrados por cada lado*». La transformación de un cuadrado grande en triángulo no es posible «*porque no hay triángulo*» contenido o implicado en el cuadrado: «¿Piensas que se puede hacer? — *No.* ¿Y hacer un rectángulo? — *Sí.*»

MIC (6;6) en cuanto al pliegue del rectángulo en cuatro triángulos no consigue más que cuatro rectángulos: «*Es imposible, nadie puede hacerlo porque es demasiado difícil.* — ¿Nadie? — *No, porque si se pliega en cuatro, sale un cuadrado.* — ¿Quieres probar todavía, con esta hoja cuadrada? — (Pliega en cuadrados.) *Sale un cuadrado, cuatro cuadrados.* — ¿Es difícil o imposible llegar a triángulos? — *Imposible.* — ¿No puede hacerlo nadie? — *Sí* (= no). — ¿Seguro? — *Sí.* — Intenta dibujarlos. — (Dibuja un triángulo pequeño en las cuatro esquinas del cuadrado, pero sin doblar estas esquinas, y luego los coloca a lo largo del lado superior.) — Pero cogiendo toda la hoja, como has hecho con los cuatro cuadrados. — *Es imposible. No puede hacerlo nadie.*» Igualmente en cuanto a la transformación de un cuadrado en triángulo: «*Es imposible.* — ¿Puede hacerlo alguien? — *Es demasiado difícil.* — ¿Y cuando seas mayor, podrás hacerlo? — *No.*»

ART (7;3) que resuelve bien las preguntas del número 1) acaba por dibujar una raya oblicua que corta uno de los ángulos del

rectángulo grande, lo que forma un triángulo pequeño. «¿Pero dibujando en todo el rectángulo? — (Dibuja entonces un segundo triángulo cuyo vértice toca la línea oblicua precedente, pero cuya base no ocupa más que un sector de la base del rectángulo: por lo tanto, dos triángulos más un cuadrilátero y un pentágono irregulares.) — Prueba otra vez. — *Imposible.* — ¿Y yo lo conseguiré. — *No.*»

La etapa siguiente (un sujeto de 5;10, algunos de 6 años y los otros de 7-8 años) consiste en doblar las cuatro esquinas de un rectángulo; de ahí cuatro triángulos que no agotan su totalidad:

FLO (6;7) procede de esta manera: «Pero hay algo que sobra. — *No se puede hacer de otra manera.*» Pero con un cuadrado llega, con dificultades (después de pliegues en forma de cuadriláteros), a plegar según una diagonal, y luego dos. No consigue, por el contrario, hacer un triángulo de un cuadrado.

SON (7;2) no supera el nivel de plegar los cuatro ángulos y en cuanto al cuadrado no pasa de dibujar un triángulo grande pero sin igualdad en superficies.

Sólo es en el nivel IIB cuando se dominan estos problemas. Se comprende así por qué, en el caso de los problemas estudiados en los parágrafos 1-5 de este capítulo, las soluciones no se obtienen más que a los 9-10 años; al comienzo de esta evolución existe para los sujetos más pequeños una forma de contradicción sistemática (de hecho, una pseudocontradicción) al querer transformar los cuadriláteros en triángulos, pues sus formas heterogéneas parecen irreductibles.

3. LAS REACCIONES ANTE LO IRRACIONAL Y LAS DOBLES INVERSIONES

Con Madelon Robert

Una tendencia muy general del espíritu científico consiste en considerar el universo como inteligible y, por lo tanto, no contradictorio. Indudablemente, existe lo aleatorio, procesos irreversibles de mezcla, pero éstos son desórdenes y no contradicciones, y los métodos deductivos tan racionales como la teoría de las probabilidades lo hacen inteligible en sí mismo. También sin duda, la «dialéctica de la naturaleza» ha querido volver a encontrar la contradicción en las oposiciones múltiples, que se producen en los fenómenos, pero se trata, en este caso, de «contravecciones», es decir, de «vecciones» de sentidos contrarios, y no de contradicciones, es decir, de oposiciones entre las opiniones de un sujeto; por lo demás, tales contravecciones pueden existir en el seno de las acciones del sujeto, y se plantea entonces, pero sólo entonces, el problema de las relaciones entre las contravecciones mal compensadas, y en ese caso contradictorias en diversos grados, y las que están bien compensadas, y constituyen, en ese caso, el origen de las composiciones racionales.

Dos problemas, entre otros, se pueden discutir en cuanto al desarrollo de tales contradicciones aparentemente ligadas al objeto. Uno consiste en examinar si la creencia en la inteligibilidad de lo real se encuentra en todos los niveles en los que se puede interrogar al sujeto, o si pasa por una evolución. A este respecto, convendrá presentar al niño no fenómenos aleatorios (estamos relativamente informados sobre este punto), sino trucos propiamente dichos, que proporcionan la imagen de contradicciones continuas. Utilizaremos

en este caso cerillas planas, cuya extremidad sin fósforo posee una marca bien visible dibujada por el niño en uno de los lados, mientras que el otro queda sin dibujo; con una doble vuelta de las manos y de las cerillas efectuada por el experimentador, se puede dar la impresión de encontrar las marcas después de cada vuelta o de no encontrarlas nunca. ¿Cuáles serán entonces las reacciones ante este tipo de contradicción, aparentemente situada en el objeto mismo? En segundo lugar, cuando el sujeto intente explicarla, se referirá a diversas acciones posibles del experimentador y nuestro segundo problema será el de las relaciones entre estas acciones y las transformaciones efectivas (rotaciones simples o dobles) o imaginarias del objeto.

La técnica de la experiencia es muy simple, siempre que el experimentador posea una cierta destreza. Se presentan al niño dos largas cerillas planas (son útiles dos para la última pregunta que se plantea) y se le pide que dibuje él mismo con un lápiz azul unas marcas en uno de los lados de la extremidad sin fósforo. Se le hace comprobar que no hay nada en el otro lado (lado que llamaremos blanco); se dejan las cerillas en la mesa, del lado en el que se ven las marcas y se le pregunta qué es lo que se verá al darles la vuelta: «no se verán las marcas», es la respuesta habitual. Después de esto el experimentador toma las dos cerillas en una mano y las muestra en el aire con las marcas visibles, preguntando de nuevo qué es lo que se verá al darles la vuelta. Pero se efectúan dos movimientos simultáneos (que denominaremos «inversiones»): 1) se baja la mano de arriba abajo (o de abajo arriba), lo que constituye una primera vuelta; 2) pero al mismo tiempo se da con los dedos un giro a las cerillas que permanecen verticales, lo que constituye una segunda vuelta y vuelve a poner las marcas del lado visible (inversión de la inversión). Se repiten estos gestos varias veces (con rapidez, por supuesto), y de ahí la extrañeza del sujeto. Se ponen entonces las cerillas en la mesa (con las marcas visibles), preguntando de nuevo qué es lo que se verá: «las marcas otra vez» o «esta vez no se verán las marcas», responde el niño. Comprueba que no hay marcas, y luego se vuelve a comenzar pidiendo explicaciones y volviendo a plantear los problemas.

Cuando el sujeto comprende que ha habido truco, intentamos que obtenga el mismo resultado o que lo analice verbalmente. Si no lo consigue, le mostramos las «inversiones» muy despacio, hasta que finalmente acierta o fracasa. Las preguntas deben referirse al detalle de los movimientos (dos giros, uno longitudinal por movimiento de la mano, y el otro transversal, por rotación de las cerillas). A los sujetos de un cierto nivel se les

puede plantear una última pregunta: ¿cómo hacer (presentando una de las cerillas por el lado de la marca y la otra por el lado blanco) para que parezca que la marca pasa de una cerilla a la otra? En este caso basta con la rotación de las cerillas sin que haga falta el movimiento longitudinal de la mano (subir o bajar).

§ 1. EL ESTADIO I.—En primer lugar algunos ejemplos:

POL (4;10): «¿Si le damos la vuelta a las cerillas? — *No se verán las marcas.* — Mira. — *No hay marcas.* — (Inversiones [1].) — *¡Las marquitas!* — ¿Es normal? — *Sí, porque usted las ha vuelto del otro lado, las marcas.* — (Se vuelven a poner las cerillas sobre la mesa.) — ¿Si te enseño el otro lado? — *No hay marquitas* (lo comprueba). — (Nuevas inversiones.) — *Las marcas.* — ¿Es raro? — *Sí.* — (Las ponemos con las marcas visibles encima de la mesa.) — Por el otro lado, ¿qué es lo que piensas que habrá? — *Marcas.* — ¿Por qué? — *Porque habrá.* — ¿Cómo lo adivinas? — ... — (Nuevas inversiones.) — *¿Por qué no enseña el otro lado?*» Le presentamos entonces en la mano el lado blanco: «¿Si doy la vuelta? — *Marcas.* — (Inversiones, dos veces.) ¿Qué es lo que ves? — *Blanco.* — ¿Por el otro lado? — *No hay marcas.* — ¿Y por el otro? — *No.* — ¿Han desaparecido? — *Sí.* — Vamos a mirar. ¿Piensas que han desaparecido o que están ahí? — *Están ahí.* — Decídete. — *No están.* — Mira. — *¡No han desaparecido!* (Le mostramos los dos lados y volvemos a hacer inversiones por el lado blanco, pero diciendo cada vez que las marcas están por el otro lado.) — ¿Si muestro el otro lado? — *No.* — ¿Cómo que no? *No* (= no se las verá en el aire). *Las ponemos en la mesa* (y se vuelven a ver las marcas del otro lado). — (Nuevas inversiones sin que aparezcan las marcas.) — ¿Dónde están? — *Por el otro lado, han desaparecido.* — ¿Es posible? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque han desaparecido.* — ¿Es posible? — *Sí, y después vuelven.* (Sobre la mesa.) — (Pol las vuelve y ve las marcas: sorpresa.) — ¿Por qué no se las veía antes y ahora sí? — *Porque antes* (en el aire) *han desaparecido.*»

VIN (5;4): «¿Si le damos la vuelta? — *No habrá nada, no hay marcas.* — ¿Todas, todas las veces que yo les dé la vuelta? — *Nada, porque no hay marcas.* — (Inversiones.) — *¡Hay algo!* ¿Por qué? — *Porque por el otro lado no hay nada. ¡Mire detrás!* — ¿Y si te enseño el otro lado? — *¿Quizás se vean?* — ¿Por qué? — *Porque yo lo había dibujado allí* (el lado invisible, lo que viene a suponer que las marcas del lado visible no son suyas). —

[1] Inversiones (en plural) significa la inversión de la mano y la rotación de la cerilla. Vuelta (en singular) se refiere a la vuelta de la cerilla sobre la mesa.

¿Y si le doy la vuelta otra vez? — *Marcas.* — ¿Por qué? — *Porque antes las habíamos visto.* — ¿Y si te muestro el otro lado? — *Marcas.* — ¿Y si continúo? — *Marcas.* — ¿Estarán por el otro lado? — *Sí.* — (Cerillas sobre la mesa.) — (Vin les da la vuelta.) — *¡Ah!, ¡no!* — ¿Por qué no hay? — *Porque las hemos puesto en la mesa.* — ¿Y antes (en el aire)? — *Son como las llamas de las cerillas, las podemos ver por el otro lado.* — ¿Pero cómo es que podemos ver la marca por los dos lados? — *Hay un poco de marca que pasa del otro lado* (= que es visible a través como la llama). — (En la mesa.) — (Vin les da la vuelta.) — *No, no hay.* — ¿Y antes (en el aire)? — *Hay un poco que sale* (del otro lado).»

CLA (5;1). Inversiones: «¿Por qué las vemos? — *Porque las vemos.* — ¿Y si enseño también el otro lado? — *Nada, no sé.* (Se vuelve a hacer.) — ¿Por qué? — *Porque es así.* — ¿Y por el otro lado? — *Veremos las marcas. No, no sé.* — (Nuevas inversiones.) *Habrá marcas porque usted las tiene por el otro lado.* — ¿Seguro? — *Sí.* — (Mira.) *No, no se ven. Hace un momento había, pero ahora no.* — ¿Por qué? — *Usted hace magia.* — Hago un truquito. Prueba. — *No sé.* — (Otra inversión.) — *¿Por qué están otra vez por este lado?* — ¿Y por el otro? — *Las marcas estaban por el otro lado. Han venido aquí.* — ¿Se mueven? — *No, se quedan donde están.* — ¿Entonces? — *No sé.*»

DAL (6;2). Inversiones y extrañeza. Ponemos las cerillas sobre la mesa por el lado de las marcas: «Si le doy la vuelta, ¿qué es lo que se verá? — *Azul* (= el color de las marcas), *porque antes estaba azul* (en el aire). — Entonces da la vuelta. — *¡Blanco!* — ¿Cómo puede ser eso? — *No sé.*» Nueva inversión: Dal prevé esta vez blanco, pero como las marcas continúan apareciendo, cree de nuevo que, al estar sobre la mesa, se volverán a ver por el otro lado. Reconoce que no entiende porque *«las marcas no pueden dar la vuelta si están dibujadas»*.

Dos cosas parecen claras en las reacciones de este nivel. La primera es que el sujeto siente muy bien la contradicción entre la presencia de las marcas después de las inversiones y el hecho de que no haya marcas en el revés de las cerillas. En efecto, no se trata en este caso de un simple mentís opuesto por los hechos a una anticipación del sujeto, porque en cada caso particular la previsión no se debe a observaciones anteriores más o menos bien codificadas y que dejan un cierto margen a las interpretaciones: la dificultad es mucho más fuerte, puesto que procede de una acción que el

sujeto acaba de realizar y sobre cuya significación no se permite ninguna duda. Habiendo dibujado él mismo las marcas por uno de los lados de una cerilla plana y nada por el otro, el sujeto no puede dejar de sentirse extrañado al volverlas a ver después de una vuelta aparente (si Pol no lo está al principio es porque no ha comprendido lo que se hace delante de él).

Pero el segundo aspecto claro es que los sujetos, conscientes de una contradicción situada, por así decirlo, en el objeto, no la aceptan en absoluto y no están nada satisfechos de encontrarse en presencia de lo ininteligible, mientras que habrían podido divertirse al encontrar por fin un cuerpo caprichoso que no sigue las leyes más elementales. Al darse esto, intentan resolver este conflicto, excepto Vin, que es el único que se imagina una explicación causal (por un tipo de transparencia o de permeabilidad de la cerilla, hipótesis que volveremos a encontrar en uno o dos casos del nivel IIA), y sus intentos de superación se limitan a la búsqueda de leyes que simplemente desplazan el problema y que siguen siendo, en sí mismas, contradictorias en parte. Una de estas leyes consiste en que, si se ven en el aire las marcas por el lado en el que no han sido dibujadas, se volverán a encontrar también al darle la vuelta a la cerilla sobre la mesa, como si en adelante estuvieran instaladas por los dos lados (Pol en algunos momentos, Dal, etc.), pero esto es contradictorio con la acción inicial del niño. Otra ley, frecuente, consiste en que las marcas aparecen en el aire por el lado malo, pero que ya no habrá marcas en caso de darle la vuelta sobre la mesa (Pol al principio, Vin antes de su interpretación de la trasparencia, y Dal), pero de esta manera la contradicción sólo está desplazada. Pol, al que se le muestran inversiones por el lado blanco, sin marcas, acaba por admitir que éstas pueden desaparecer «y después volver», lo que no es más que un desplazamiento tautológico del problema. Finalmente estos sujetos admiten que no entienden.

Pero lo que es interesante, en estas reacciones del estadio I, es que, aunque la presencia de las marcas por un solo lado de las cerillas se deba a la acción del propio niño, no se le ocurre en absoluto buscar la solución del conflicto

en la dirección de otras acciones posibles, es decir en las manipulaciones del experimentador, y dirige todo su esfuerzo hacia el objeto mismo, como si el análisis de sus propiedades le permitiera quitarles lo que tienen, en un principio, de ininteligible.

La razón de esta centración sobre el objeto reside, sin duda, en que las vueltas y sobre todo las inversiones de inversiones forman parte de la geometría del sujeto, mientras que los dos lados de una cerilla plana son propiedades espaciales del objeto: ahora bien, sin duda es más fácil partir de nociones extraídas de éste por abstracción empírica que construir nociones nuevas por abstracción reflexiva, pudiendo referirse las primeras sólo a caracteres estáticos, mientras que las segundas expresan transformaciones.

§ 2. El nivel IIA.—He aquí algunos ejemplos:

Reg (7;1). Inversiones: «*Marcas* (extrañado). — ¿Otra vez más? — *Marcas.* — ¿Por qué? — *Porque si es como la primera vez, ahora también*», etc. Ponemos las cerillas sobre la mesa, por el lado de las marcas: «¿Y si les damos vuelta? — *Habrá marcas. No, no sé.* — ¿Pero habrá o no? — *No. Antes usted las tiene en la mano y es posible que en la mano haya marcas, mientras que si se ponen en la mesa ya no hay.* — ¿Sería posible que haya a pesar de todo? — *Sí, porque antes había y sería posible que haya otra vez.* — ¿Pueden colocarse solas por el otro lado? — *No.* — Mira. *¡Es que yo solamente he hecho marcas por un lado!* — ¿Entonces, es magia? — *No creo. Si fuera magia, cuando usted las ha puesto en la mesa también habría habido marcas, porque usted no las ha tocado* (= no las ha cambiado antes de depositarlas en la mesa). — ¿Entonces las marcas han pasado desde el otro lado? — *No.* — ¿O es que yo he hecho algo? — *Podría ser.* (Toma las cerillas y les da la vuelta.) *¡No hay nada!* — ¿Entonces? — *Usted las ha hecho moverse así para enseñarlas* (inversión pero sin rotación).» Reg prueba y no lo consigue.

Jea (7;3) al principio cree que hemos cambiado las cerillas: se vuelve a hacer la inversión de pie, sin fraude posible, y luego se colocan las cerillas sobre la mesa, por el lado de las marcas: «¿Se verán las marcas si les damos la vuelta? — *Sí, había marcas por los dos lados.* — Mira. — *No, no las había.* — ¿Por qué? — *Porque no las habíamos hecho* (= dibujado por los dos lados). — ¿Entonces? — *No sé.*» Jea coge las cerillas y les da una rotación simple: «*No hay marcas por los dos lados.* — (Nuevas inversio-

nes.) — ¿Son las cerillas las que hacen eso o yo el que lo hago a propósito? — *Es usted el que lo hace a propósito, porque esto, las marcas, no pueden venir por sí solas.* — (Hacemos la inversión muy despacio.) — *¡Usted las ha girado!* (Prueba él.) *No lo consigo.* — ¿Qué ocurre cuando la invierto? — *Hay marcas por los dos lados.* — ¿Y tú? — *Nada.* — ¿Entonces? — *No sé.*»

SYL (7;8), después de inversiones y de volver a poner las cerillas en la mesa, no está «*muy segura*» de encontrar un lado sin marcas al darles la vuelta porque «*antes* (= en el aire) *había marcas por los dos lados*». Después de sugerirle la idea del truco, Syl prueba y luego supone que «*se puede hacer como si se diera la vuelta y no darla*». Consigue después copiar el modelo que se presenta muy despacio.

PHI (8;0). Las mismas reacciones, cuando volvemos a poner las cerillas en la mesa: «*No sé. No creo que haya marcas. Sí, las hay. No sé.* — ¿Por qué? — *Porque las he dibujado por un lado y no por los dos.* — ¿Y por qué (en el aire) has visto dos? — *No sé. Quizás he apretado demasiado y ha salido por el otro lado* (Cf. Vin en § 1 y la hipótesis de la transparencia.) — Mira. — (Comprueba que no se ve nada.) *Entiendo: usted hace como si le diera la vuelta, pero no se la da.*» Finalmente lo logra con ayuda y nuevas demostraciones.

CIA (8;1) hace las dos mismas hipótesis. «*He dibujado apretando y ha salido por el otro lado*», y luego la inversión aparente. Lo consigue igualmente con ayudas.

PAU (8;1) no comprende «*que podamos quitarlas y luego volverlas a poner.* — Puedes mirar (volvemos a poner las cerillas sobre la mesa). — *¡No hay nada! No comprendo nada... porque están encima de la mesa y solamente hay por un lado y no por el otro; ¿y por qué, cuando están en la mano, había por los dos lados?* — Pero lo más normal, ¿es que haya por un lado o por los dos? — *Quizás en la mesa hay por un lado y en la mano por los dos.* — Prueba. — (No consigue más que una rotación.) *Se gira la mano así. Cuando se hace deprisa no se ve*». Consigue finalmente dos rotaciones después de nuevas demostraciones.

Es de señalar que al principio de cada una de estas entrevistas hemos planteado la pregunta: «Siempre (o cada vez) que le damos la vuelta a las cerillas, ¿qué es lo que se verá?» Así hemos podido asegurarnos del hecho de que todos estos sujetos estaban en posesión de una intuición inmediata

de la ley de la doble inversión: «Una vez se verán las marcas y otra no habrá marcas», dice Jea, etc. Por el contrario, planteada la misma pregunta en el estadio I no ofrece, al menos de entrada, esta alternancia (véase el principio de Vin en § 1). No deja de ser curioso que de una docena de sujetos de 7 y 8 años, no haya más que 3 (citados en el parágrafo siguiente) que atribuyan, desde el primer momento, la reaparición de las marcas a las manipulaciones del experimentador, lo que es característico del nivel IIB. En este nivel IIA, por el contrario, los sujetos (excepto que se refieran al principio a un engaño, como Jea) razonan inicialmente sobre el objeto, como en el estadio I, ya sea para imaginar que al apretar demasiado en el dibujo las marcas se ven por el otro lado (Phi y Cia), ya sea para admitir, sin comprenderla, la formación de dos nuevas marcas, que se verán, en el revés, tanto en la mesa como en el aire. Una vez que se controla que sobre la mesa sólo hay marcas por un lado, vuelven a la hipótesis del estadio I: «sería posible que en la mano haya marcas (por los dos lados), mientras que si se dejan (si las cerillas están sobre la mesa) ya no hay» (Reg, etc.). Es en este momento, pero sólo en este momento, cuando para eliminar esta contradicción, simplemente desplazada, al sujeto se le ocurre la idea (y es preciso incluso a veces una pregunta sugerente) de que, si las marcas en el revés sólo aparecen «en la mano», ésta podría tener algo que ver: se ha dado la vuelta a las cerillas «muy deprisa» (Pau) o se ha hecho como si se les diera la vuelta (Syl) o, finalmente, se les ha dado la vuelta dos veces. Pero si de este modo se encuentra el principio de la solución, quedan por precisar los movimientos necesarios y en ese nivel hay todavía fracaso o si hay logro es con ayudas.

§ 3. EL NIVEL IIB, EL ESTADIO III Y CONCLUSIONES.—El nivel IIB es alcanzado por casi todos los sujetos de 9-10 años y por tres casos avanzados de 7 ½ y 8 años. Se caracteriza por una comprensión rápida de la doble rotación en las inversiones presentadas:

MAX (7;5) llega precozmente a la solución por el hecho, sin duda, de que desde las primeras inversiones se esfuerza, con éxito, en

mirar el otro lado al producirse los movimientos: si se llega, entonces, siempre a la vuelta de las marcas, «*es porque usted da la vuelta deprisa*». Intenta, rápidamente, imitar: «(Una rotación.) *No.* (Dos vueltas.) *Sí, ya está: se les da la vuelta deprisa ... usted les ha dado la vuelta dos veces.*» Pero si bien comprende correctamente el principio, no llega, por el contrario, a reproducir las inversiones del experimentador (inversiones de las manos y rotación de la cerilla): hace una rotación de más y vuelve a salir la parte blanca.

MAR (8;2): «*Usted les ha dado la vuelta. Quizás no se vea porque usted les ha dado la vuelta muy deprisa.* — ¿Cuántas veces? — *Dos veces.*» Por el contrario logra copiar después de tantear.

MIC (8;10) las mismas reacciones, pero tiene dificultad en combinar los dos movimientos de rotación longitudinal (inversión de la mano) y transversal (rotación de las cerillas).

IFU (9;5) cree, al principio, que se hace como si se diera la vuelta pero sin hacerlo, y luego admite que se ha hecho y lo intenta: «*Si se pudiera dar con la mano una vuelta completa* (dos rotaciones)», y luego hace una inversión sin rotación, después las dos, pero con la mano vacía. «¿Y si hacemos también que las cerillas den la vuelta? — *Haría falta una doble vuelta ... la vuelta completa.*» Finalmente lo logra: «*Si la mano cambia de posición* (inversión), *las cerillas cambiarán de posición, entonces hace falta dar* (solamente) *media vuelta.*»

CIB (9;2) habla en primer lugar de una doble rotación, pero para combinar los dos movimientos que ha visto en el experimentador, comienza por dar vueltas a las cerillas, bajar la mano y girarla igualmente, de ahí tres rotaciones.

TER (10;7): «*Si se tiene rapidez, se les puede dar la vuelta deprisa.* — ¿Cómo? — (Muestra una doble rotación.) *No hay otra solución.* — ¿Se puede hacer lo mismo para no ver las marcas? — *El mismo sistema que para las marcas y se da la vuelta.* — ¿Y para hacer como si una marca pasara de una cerilla a la otra? — *Se muestra simplemente una cerilla que tenga una marca y otra que no la tenga* (una al lado de la otra) *y luego se da la vuelta y por el otro lado se ve que la de la izquierda tiene la marca si antes estaba en la de la derecha.*» Prueba pero las cambia y les da la vuelta, lo que anula el efecto, y luego invierte la mano, etc., y acaba por hacer una rotación de las cerillas sin invertir la mano, pero no puede decir cómo lo ha hecho.

RHO (10;7): «*Hay un truco, las marcas no se pueden mover* (intentos: invierte siemplemente la mano). *No lo consigo, usted hace algo con los dedos.*» Entonces le da la vuelta unas veces a la mano y otras a las cerillas. «¿Entonces? — *Dar la vuelta a la mano y a las cerillas, si no se ve una vez las marcas y otra lo blanco.*» Para hacer pasar la marca de una cerilla a la otra, no da la vuelta, al principio, más que a una cerilla, luego: «*¡Ah!, sí, así, se da la vuelta a las dos.* — ¿Y antes? — *Se daba la vuelta a la mano y a las cerillas.* — ¿Y ahora? — *Solamente a las cerillas. Antes las marcas estaban por el mismo lado, ahora una por un lado y la otra por el otro.*»

El progreso alcanzado en el estadio III consiste en que el sujeto no comprende sólo la necesidad de una doble inversión, cosa que ya estaba adquirida en el nivel IIB, sino que comprende, además, desde el principio, que el experimentador realiza estas dos inversiones de forma diferente: una según el eje longitudinal por inversión de la mano (de arriba abajo o de abajo arriba) y la otra según el eje transversal por rotación de las cerillas:

JOH (12;11): «*¡Las marcas! Al subir* (la mano) *usted ha movido los dedos.* — ¿Lo has visto? — *No, pero lo he adivinado: usted le ha dado la vuelta a las cerillas al mismo tiempo que las mostraba* (= que usted levantaba la mano). — ¿Puedes probar? — (Al principio intenta dar la vuelta a las cerillas al mismo tiempo que sube y baja la mano). — ¿Cuántos movimientos haces? — *Dos: girar la muñeca y hacer que resbalen los dedos.* — ¿Por qué estos dos? — *Si no se gira la muñeca se ve el otro lado. Entonces hace falta girar la muñeca para que se pueda ver cada vez el mismo sitio.*» En cuanto a la permutación de las marcas: «*No se puede porque si se da la vuelta a las cerillas* (al mismo tiempo que se invierte la mano), *se ve siempre lo mismo. ¡Ah!, sí se puede* (sólo por rotación de las cerillas).»

TOF (12;3) comienza por la inversión de la mano: «*¡Ah!, ¡dar la vuelta! Hace falta levantar y a la vez dar la vuelta.* — ¿Por qué? — *Si no no se ve la marca. Es necesario que se haga deprisa y los dos al mismo tiempo, si no se vería* (el truco). — ¿Es un movimiento solo? — *Subir y girar la mano, son dos movimientos.* — ¿Por qué no tres? — *Subo, doy la vuelta y vuelvo a dar la vuelta de nuevo, y es el lado malo.*» Permutación de las dos cerillas: «*Le vamos a dar la vuelta una vez... no se hace más que un movimiento.*» Lo consigue igualmente por la simple inversión de la mano.

En el nivel IIB la contradicción aparente entre la reaparición constante de las marcas y su dibujo en un único lado de la cerilla se elimina desde el principio mediante la hipótesis de una doble rotación. En otras palabras, el sujeto ya no intenta obtener del objeto, por abstracción empírica, las propiedades que explicarían su comportamiento misterioso, sino que razona, desde un principio, en términos de transformaciones extraídas de coordinaciones de acciones mediante abstracción reflexiva; de ahí la comprensión de una doble inversión. El interés de estas reacciones está, pues, en que esta comprensión se sitúa, en primer lugar, en lo abstracto, es decir, que el sujeto deduce correctamente que son necesarias dos rotaciones para llevar las marcas al lado visible de la cerilla, antes de poder precisar en qué consisten estas rotaciones, que distingue mal en las inversiones del experimentador. En efecto, éstas suponen dos movimientos muy distintos, uno longitudinal (abatiendo la mano) y otro transversal (rotación de las cerillas), cada uno de los cuales cambia el lado visible de la cerilla, y equivalen así a dos rotaciones, pero obtenidas de forma diferente. La tendencia de los sujetos es, entonces, dar la vuelta dos veces a la mano o dos veces a las cerillas, de ahí sus fracasos (tres rotaciones, etc.), que son comprendidos poco a poco, y a partir de los cuales se produce un éxito final y bien analizado. Lo característico del estadio III es, entonces, conseguirlo desde el principio.

En cuanto a lo que nos enseñan estos hechos, desde el estadio I al estadio III, es que estamos desde un principio ante una subclase particular de contradicciones entre un hecho y una anticipación, puesto que aquí la previsión se basa, no en observaciones cualesquiera, sino en los resultados de una o dos acciones del sujeto. Ahora bien, esta subclase tiene cierto interés, puesto que nos presenta, bajo su forma más simple, una de las situaciones descritas en la Introducción de esta obra en que la contradicción nace de que una misma acción puede parecer que no da los mismos resultados: después de haber trazado marcas en un único lado de la cerilla, la acción de darle la vuelta parece, en efecto, que conduce bien a no verlas en el lado blanco, bien a verlas. Esto produce un conflicto en los sujetos, que

no saben qué previsión hacer y llegan por ello a menudo a esta segunda contradicción de que la misma acción produzca resultados diferentes en la mesa o en el aire (contradicción menos fuerte, por otra parte, pues los progresos consisten en diferenciar la misma acción en dos formas un poco distintas). Por otra parte, el hecho que contradice la acción anterior sólo es contradictorio si se interpreta como procedente del objeto, mientras que deja de serlo en cuanto es comprendido como procedente de una coordinación entre esquemas de acciones. Aquí, volvemos a encontrar un carácter habitual de la contradicción que consiste en que resulta de una compensación incompleta (en la medida en que la permanencia de las marcas le parece al sujeto que está asegurada por una sola inversión), mientras que es eliminada por la compensación completa que es la ley de la doble inversión.

Pero para llegar a esta solución tan simple, ha sido necesaria una evolución compleja cuyo interés depende de las relaciones entre las acciones ejercidas sobre el objeto y las propiedades, supuestas o reales de éste; las reacciones iniciales parten, en efecto, de la idea pregnante de que el propio objeto ha sido modificado y es necesaria toda una inversión de sentido de las actitudes del sujeto para que llegue a comprender que las acciones del experimentador se limitan a permutar las posiciones dobles y a volver a los mismos lados de la cerilla por una doble rotación.

A este respecto, esta evolución no deja de presentar alguna analogía con lo que se observa en el terreno de las conservaciones, a pesar de las diferencias evidentes. En este campo, en efecto, la acción del sujeto comienza por concebirse como modificadora material del objeto mismo: al alargarlo se aumenta su cantidad, etc., y esto sin considerar los efectos sustractivos de esta acción (disminuir la anchura, etc.). Solamente después de esto la acción es comprendida como un simple desplazamiento que, al añadir una parte del objeto en una dirección, lo quita en otro lugar; de ahí la conservación de la suma (véase el capítulo 10). Igualmente, en la presente experiencia los sujetos del nivel preoperatorio se imaginan que las acciones ejercidas sobre el objeto al darle la vuelta lo transforman materialmente (en el aire,

si no en la mesa, etc.), lo que produce una supresión del lado blanco sin marcas; sólo en el estadio operatorio la acción comienza a reducirse a un simple desplazamiento que, en este caso, modifica solamente la posiciones; de ahí la solución inmediata del nivel IIB, es decir, la doble rotación: en este caso, el aspecto sustractivo o negativo de las transformaciones (lado sin marcas) es respetado como su aspecto positivo (lado con marcas).

Ciertamente, la gran diferencia entre las dos situaciones es que en el terreno de las pruebas habituales de conservación se comienza descuidando el aspecto sustractivo de la acción, mientras que, en el caso de las cerillas, los sujetos tratan precisamente de mantenerlo, puesto que la existencia de un lado sin marca procede de sus acciones intencionales anteriores; hay, pues, simplemente una falta de coordinación inicial entre los caracteres positivos y negativos de las acciones. Pero es muy instructivo comprobar entonces que, en los dos casos, su coordinación se ve dificultada cuando la acción se concibe como modificadora material del objeto, mientras que también en las dos situaciones la acción, reducida a desplazamientos, permite esta composición de dos aspectos inseparables de todo cambio de posición.

4. LAS CONTRADICCIONES RELATIVAS A UN MUELLE

Con A. Munari e I. Papandropoulou

El problema planteado al sujeto en esta ocasión será el de las relaciones entre el alargamiento de un muelle y la invariancia de la longitud del alambre del que está hecho. Puede haber, en esta situación, una contradicción aparente para el sujeto y, en este caso, será interesante ver cómo se elimina. Pero sobre todo cuando intervenga una medición de estas longitudes, por ejemplo mediante las bolas que se pueden ensartar en un muelle en forma de tubo de plástico, o mediante el número de espiras en estados diferentes de alargamiento, pueden surgir nuevas contradicciones según que el sujeto atribuya una u otra de las propiedades observables a la longitud variable *M* del muelle en su conjunto o a la longitud constante *A* del alambre o del tubo del que está hecho ese muelle.

En realidad el problema abordado aquí es el de la coherencia o incoherencia del modelo causal que el sujeto se construye de un fenómeno, es decir, del carácter contradictorio o no de las propiedades atribuidas a los objetos. Pero como es evidente que estas propiedades son interpretadas y consisten habitualmente (excepto en el plano de la acción) en observables conceptualizados, y como es igualmente claro que las relaciones entre estas propiedades suponen una parte de inferencia o de implicaciones significantes (tirar del muelle implica alargarlo, etc.), el problema de las contradicciones o no contradicciones de un modelo causal es análogo al de la coherencia de un sistema lógico (cf. la aditividad del capítulo 2). La diferencia está en que los observables, aunque siempre interpretados, corresponden en el sistema causal

a propiedades que pertenecen al objeto mismo, mientras que en el sistema lógico son introducidas por el sujeto (en cuanto orden, clases, correspondencias, etc.), teniendo, naturalmente, en cuenta las propiedades de los objetos, pero añadiendo marcos que no existían en ellos. De esto se desprende que en el caso de la atribución causal, lo que atribuye el sujeto al objeto no es más que una aproximación con respecto a los caracteres no totalmente conocidos del objeto, mientras que en el caso de la estructuración lógico-matemática, lo que se añade al objeto (sin que el sujeto mismo pueda, por lo tanto, hacer la distinción entre atribución y adjunción) es transparente para el sujeto, puesto que estas adjunciones proceden de él y conllevan sus caracteres intrínsecamente necesarios. Pero como en la causalidad las operaciones o acciones atribuidas a los objetos proceden de las del sujeto, junto con las acomodaciones indispensables tendentes a llegar al objeto en sí mismo, sucede que, en un modelo causal, la coherencia y las contradicciones deben ser comparables a lo que se encuentra en la construcción de un sistema lógico-matemático (como los de los capítulos 1 y 2). Esta comparación es la que vamos a intentar en este capítulo.

§ 1. TÉCNICA.—Se presenta al principio un muelle de hierro de 6 centímetros (no estirado) y se pregunta si al alargarlo se aumenta la longitud del propio alambre; es decir, se hace distinguir la longitud global *(M)* del muelle y la del alambre *(A)* como tal: «¿el alambre se hace más largo?, ¿hay más alambre?», etc. Se puede utilizar la comparación con un muelle más grande (12 cm.), cuyo alargamiento es inferior al del pequeño.

Otro muelle está formado por un tubo de plástico de color naranja (15 cm.), con 5 espiras de 20 milímetros de diámetro. Se plantea la misma pregunta en términos de longitud y cantidad de tubo. Se pregunta, por otra parte, si el número de las espiras aumentará o no con el alargamiento. Se precisa, además, que se puede llenar el tubo mediante 50 bolas contiguas y la pregunta consiste en saber si tirando del muelle se podrán meter más o no (o menos).

Igualmente se presenta un muelle de alambre fijado verticalmente en un soporte y lleno de cuentas ensartadas en el alambre: ¿se podrán meter más cuentas si se alarga el muelle? Para comparar, un muelle semejante pero sin cuentas está fijado a su lado, pero (como el precedente) situado alrededor de un soporte vertical. Se pueden, entonces, ensartar cuentas en este soporte en el caso del segundo muelle, y su número, en altura, al ser

esta vez variable, facilita la distinción de las longitudes *M* y *A* en el caso de los muelles.

Finalmente se utiliza un muelle de 30 centímetros formado por un tubo de riego verde en el interior del cual se ha introducido un alambre de la misma longitud para poder retorcerlo. Las preguntas son: si estiro del muelle, ¿hará falta añadir alambre en el interior o basta con éste?, ¿Habrá la misma longitud de tubo, de alambre?, etc.

§ 2. EL ESTADIO I.—Para los sujetos de 4-5 años del nivel IA no hay oposición entre la longitud global *M* del muelle y la longitud *A* del alambre, etc., dado que se considera que los dos se alargan correlativamente. Por el contrario, las razones mencionadas presentan múltiples contradicciones no sentidas por el sujeto, a falta de coordinaciones inferenciales entre elementos análogos o vecinos, o también por olvido de las afirmaciones precedentes. Algunos ejemplos:

VUI (4;7). Comparación de dos muelles de alambre: «¿Cuál tiene más alambre? — *Este.* — ¿Por qué? — *Es más grande* (no estirado). — ¿Y ahora? (se extiende el otro). — *Este* (el segundo). — ¿Por qué? — *Porque es más pequeño.*» Se alarga el tubo naranja (en *A: «más tubo»)* si se estira y es preciso añadir bolas, mientras que el otro muelle ya lleno de cuentas no admitirá más, si se estira, «*porque el alambre es demasiado pequeño.* — ¿Y por qué hace falta añadirle al otro y no a éste? — *Porque hay demasiadas cuentas* (ya puestas), *no se pueden poner* (más)».

LUC (4;10), en cuanto al tubo naranja, prevé que el número de vueltas de la espiral aumenta si se estira: «Mira. — *No.* — ¿Y si estiro más? — *Habrá mucho.* — Mira. — *Cinco, siempre igual.* — ¿Por qué? — *No lo sé.*» Pero se podrán meter muchas más cuentas «*porque es más grande*».

MAR (5;3): «*Habrá más* (de *A) porque se hace más largo.* — ¿Y en cuanto a los redondeles (espiras)? — *No, no más, porque son siempre los mismos redondeles que se separan.* — ¿Y el alambre? — *Más.* — ¿De dónde viene ese alambre? — *Se separa y luego ya está* (se alarga). — (Muelle naranja.) Cuenta los redondeles. — *Cinco.* — ¿Y si estiras? — *Más.* — (Se estira.) — Cuenta. — *Cinco.* — ¿Hay alguna forma de que haya más? — *No.* — ¿Y si lleno el tubo con 50 bolas, habrá sitio para añadir de nuevo? — *Sí, si se estira muy fuerte.* — ¿Por qué? — *Porque se hace plano* (= rectilíneo). — ¿Habrá más redondeles? — *Sí... No sé.*»

Muelle con alambre interior: «¿Si se estira? — *Esto se pone derecho, pero no hay más alambre... no porque se separa.*»

En el nivel IB de 6-7 años, por el contrario, los sujetos son más estables en sus afirmaciones y admiten la constancia de la longitud del alambre, pero, a falta de diferenciación suficiente entre la longitud global *M* y la del alambre *A*, se contradicen en las inferencias que extraen de ellas:

BUE (5;8): «¿Habrá siempre igual de alambre, o más o menos? — *Siempre lo mismo.* — Explícame. — *Cuando está cerrado* (no estirado) *hay poco, cuando está abierto hay más.*» Tubo naranja: ¿cuántos redondeles hay? — *Cinco.* — ¿Y si estiro? — *Más. Cuando se estira hay más, cuando se suelta hay cinco.* — (Se estira.) — *Cinco también, porque hay poco. Cuando se estira hay siempre cinco.* — Pongo 50 bolas. Si estiro, ¿puedo poner más o no? — *No.* — ¿Por qué? — *Sí, más, porque es más grande*».

CRI (6;0): «¿Qué ocurre si se estira? — *Se separan los redondeles del muelle.* — ¿Hay más alambre? — *¡Ah no!, pero cuando se estira, se separa.* — Puedo poner 50 bolas en este muelle (naranja), cuando está así. ¿Cuando estiro, puedo poner más o no? — *Sí, mucho más, se pueden poner 100 bolas si se separa mucho.* — ¿Y el número de los redondeles sigue igual o no? — *Sí, incluso si se separa. Si se estira muy fuerte, se pondría recto del todo.* — ¿Cuándo se pueden poner menos bolas? — *Cuando está lo más apretado.*»

BAR (6;1). Tubo naranja: «¿Cuántos redondeles? — *Cinco.* — ¿Y si estiro? — *Habrá cinco, porque se estira, entonces... sí habrá más porque se estira* (prueba). — *Cinco, pero hay huecos.* — ¿No es extraño que haya también cinco? — *No, no es extraño.* — ¿Hay siempre la misma cantidad de tubo? — *Siempre igual, hay también cinco* (redondeles, coordinación, pues, entre el número de espiras y la longitud del alambre). — Se pueden poner 50 bolas, etc. ¿Y cuando se estira? — *Cincuenta.* — ¿Y si se estira mucho? — *Más.*» Por el contrario, con el muelle pequeño metálico de 30 vueltas, Bar cree que este número aumentará con el alargamiento, a la vez que mantiene que las cinco vueltas del tubo naranja no cambiarán.

STÉ (6;5) piensa también que hay «*igual de alambre*», pero «*estará abierto* (espaciado). — ¿Habrá más redondeles? — *No.* — ¿Pero se hace más grande? — *Sí.* — ¿Entonces por qué no hay más redondeles? — *Porque se estira*». Tubo: «*Cuando está apre-*

tado las bolas saldrán porque hay menos sitio. Si se pueden poner 50 bolas así (apretado) *se podrán poner 60 ó 70 así* (estirado). — ¿Y cuándo el máximo? — *Cuando esté así* (casi rectilíneo).»

PAO (6;5) piensa al principio que el alambre no se alarga al estirarlo, luego admite que el número de vueltas aumenta y concluye que el alambre se alarga. Por el contrario, en cuanto al tubo los dos permanecen constantes. «Y si se estira, ¿hará falta poner más bolas para llenarlo o no? — *Igual.* — ¿No más? — (Cuenta las vueltas en el momento del alargamiento.) *No. Se podrán poner más, pero sólo cuando el tubo esté derecho del todo.* — ¿Porque hay más tubo? — *No.* — ¿Incluso si está totalmente recto? — *No.* — ¿Entonces por qué más bolas? — ...»

COL (6;9). Tubo: hará falta añadir más bolas si se estira «*porque se hace grande*», pero con las cuentas ensartadas en el muelle de alambre: «*No, no harán falta más.* — ¿Por qué más en el tubo grande y no aquí? — ...»

Las contradicciones del nivel IA apenas son interesantes por el hecho de que se deben a un defecto de funcionamiento psicológico del pensamiento (desequilibrios continuos) más que a la estructura intemporal de los estados momentáneos de equilibrio. En efecto, los sujetos de este subestadio parecen olvidar o no dar importancia a lo que acaban de decir, tanto a propósito del objeto mismo, como al pasar de un muelle o de una situación a otra. Por ejemplo, Vui, al comparar un muelle grueso con otro delgado, dice que el primero tiene más alambre porque es «más grande», pero que esto ocurre con el segundo cuando se estira «porque es más pequeño». Luc piensa que el número de vueltas aumenta con el alargamiento, y luego, al comprobar que no pasa esto, prevé, sin embargo, que se podrán colocar más cuentas «porque es más grande». Mar utiliza la noción de «separarse», unas veces para justificar la ausencia de alargamiento (véase el final), otras, por el contrario, para explicar el hecho de que el alambre se haga más largo, etc.

En el nivel IB, por el contrario, las contradicciones se hacen más sistemáticas o estructurales: el alambre no cambia a pesar del alargamiento del muelle, pero se pueden colocar muchas más bolas alineadas, como si fuera más

largo. Por ejemplo, Bue piensa que el alambre no se alarga, pero que el número de vueltas aumenta, así como el de las bolas que se pueden yuxtaponer. Cri es categórico: no hay más alambre: «¡Ah, no!, pero cuando se estira, se separa», lo que constituye, además, una buena justificación de esta supuesta invariancia, y el número de vueltas continúa siendo el mismo, pero se pueden poner 100 bolas en lugar de 50 en cuanto se alarga el muelle. Y así sucesivamente. Pao es el único que se resiste, al principio, a la idea de que se puedan meter más bolas, pero añade espontáneamente que «se podrán poner más cuando el tubo esté derecho del todo». Es cierto que este aumento del número de elementos no es el mismo cuando se trata de cuentas que rodean un alambre (frente a las bolas situadas en el tubo), porque desde el punto de vista perceptivo las cuentas visibles sugieren la idea de un todo acabado, pero la contradicción sigue siendo flagrante en el caso de las bolas y sin ningún error en cuanto a la longitud acrecentada de su hilera en el caso de alargamiento del muelle.

Ahora bien, no es menos claro que tales contradicciones no consisten en formular explícitamente la verdad simultánea de un enunciado *p* y de su negación *no-p*, como si el sujeto dijera a la vez «el alambre *(A)* se alarga» y «no se alarga». La contradicción, por el contrario, sólo es mediata, y consiste, por ejemplo, en sostener que el alambre o el tubo no se alargan, al mismo tiempo que se admite otra afirmación distinta (aumento del número de cuentas alineadas) que supone, a su vez, el alargamiento de ese tubo, pero sin que el sujeto lo sospeche. Igualmente, en el capítulo 1 el niño de este nivel no decía que un elemento como *D* fuera a la vez igual a *G* y no igual a *G:* decía que *D* es a la vez igual a *G* y a *A*, aunque $A < G$, sin sentirse obligado por la transitividad (no adquirida todavía) a concluir que, entonces, *D* presentaba dos caracteres incompatibles. En una palabra, las presentes contradicciones dependen de la relación entre las inferencias y, prácticamente, suponen decir que si el alambre (o el tubo, etc.) *A* no se alarga, se debe a que las espiras del muelle no hacen más que separarse, pero que esta separación entre los «redondeles» proporciona entonces más sitio (al no comprender la compensación

entre el alargamiento longitudinal del muelle y su adelgazamiento en sentido transversal) y permite, pues, alinear más bolas. En otras palabras, el origen de estas contradicciones hay que buscarlo en la indiferenciación relativa que subsiste entre la longitud global *M* del muelle y la longitud local o elemental *A* del alambre o del tubo, etc. De esto resulta que la conservación aparente de la longitud *A* no es todavía una conservación auténtica, lo que es obvio en este nivel preoperatorio, y permanece en el estado de identidad cualitativa. Lo que el niño comprende es que hay que distinguir dos acciones: estirar globalmente el muelle *M* o actuar sobre el alambre o el tubo una vez desenrollados y privados de este efecto global de alargamiento. Lo que el sujeto afirma es, pues, que al estirar del muelle no se actúa sobre el alambre, pero de hecho sus reacciones muestran que las dos acciones, distintas inicialmente en la intención del sujeto, permanecen relativamente indiferenciadas cuando se manejan más de cerca las evaluaciones de las longitudes que intervienen, es decir cuando se pasa de lo cualitativo (no cambiar el alambre) a lo cuantitativo (referencia implícita al intervalo: más «sitio»).

§ 3. EL SUBESTADIO IIA.—En el nivel IIA los sujetos presentan contradicciones análogas, pero comienzan a tomar conciencia y llegan a eliminarlas en parte:

GIL (7;6): «¿Cuántos redondeles hay? — *Cinco.* — ¿Y si estiro? — *Muchos más.* — (Prueba.) ¿Cómo es esto? — *No se ha estirado más.* — ¿Se puede estirar para que haya menos? — *Sí, hay que estirar más* (tendencia a la extensión total). — Y si hay 50 bolas en el tubo, cuando estire ¿se pueden poner más? — *Muchas más.* — ¿Por qué? — ... — ¿Habrá más redondeles? — ...» Muelle de alambre: «Si estiro, ¿hay más alambre? — *No.* — ¿Por qué? — *Haría falta mucho* (= más de lo que hay). — ¿Y si lo comprimo? — *Hay menos.* — ¿Entonces? — *Quizás es siempre lo mismo.* — ¿Por qué? — *No sé; porque están los agujeritos* (entre las vueltas de espira) *que se separan.* — Y si lleno el tubo de bolas y estiro, ¿harán falta más o menos? — *Menos.* — ¿Por qué? — ... — Explícame. — *No sé.*»

PIL (7;6). Tubo naranja: «¿Cuántos redondeles? — *Cinco.* — ¿Y si estiro? — *Habría que probar.* — Adivina. — *Menos, no lo mis-*

mo. — ¿Por qué menos? — *Cuando se estira se hará muy largo, ya no habría casi redondeles.* — ¿Prueba? — *Cinco.* — Estira más. — *Hay siempre lo mismo, pero si se estira mucho habrá menos.* — Con 50 bolas, está lleno. ¿Si se estira? — *Será más largo, habrá que poner más.*» Muelle con cuentas ensartadas: «Si se estira, ¿habrá sitio para más? — *No, no creo, quizás, pero no sé.* — Con las bolas has dicho que se pueden poner más. — *Creo que haría falta siempre lo mismo... habría que probar a poner las manos* (sobre el tubo) *y si se alarga harían falta más.* (Estira el tubo y mira.) *Sí, no aumenta.* — ¿Entonces, no más bolas? — *No.*»

GRA (7;6). Tubo: «¿Cuando se estira hay más tubo? — *No, siempre igual*», pero en cuanto a las bolas «*hacen falta muchas más cuando está estirado*». Por el contrario, respecto a las cuentas ensartadas en el muelle de alambre, no se pueden añadir más «*porque estarán siempre apretadas.* — ¿Pero el alambre se alarga? — *Sí, porque es elástico* (el muelle global, pero poco diferenciado de la longitud *A)*», etc.

ROB (8;0): las mismas reacciones, pero más explícitas. El alambre conserva la misma longitud cuando se estira el muelle: «*Parece que hay más, pero hay lo mismo,* (solamente) *está separado.* — ¿Cómo lo explicarías a un niño pequeño que cree que es más largo? — *Le diría que parece que es más largo porque está separado.*» Tubo naranja: la misma respuesta, el número de vueltas de espira permanece constante, «*hay cinco, no se puede aumentar más al estirar*». Por el contrario, en cuanto a las 50 bolas, si se estira «*habrá más sitio: se estira y eso separa a la vez el sitio del tubo. Cuando se estira el tubo, eso separa dentro del tubo porque está ensanchado* (= el muelle está alargado). — ¿Pero hay más tubo? — *Siempre igual, porque hay cinco redondeles y si se estira siempre hay cinco.* — ¿Y se pueden poner más bolas con la misma longitud? — *Porque se ha estirado así, se pueden poner más bolas, porque se ha ensanchado* (entre los redondeles) *y eso deja un poco más de sitio*». Por el contrario, con las cuentas ensartadas en el muelle de hierro, no se podrá añadir nada: «*No, no hay sitio, porque aquí está ya lleno* (más exactamente porque en este caso se percibe enseguida). *Entonces en el tubo tampoco, porque está totalmente lleno, entonces no se puede poner más*», dicho de otra manera, no se «ensancha» más.

MOR (8;5) cree que al estirar el muelle se alarga el alambre: «*Claro, porque el alambre se hace más grande.* — ¿Y si se pesa? — *Hay siempre el mismo peso.* — (Tubo.) Cuenta los redon-

deles. — *Cinco.* — ¿Y si se estira? — *Igual, porque si se estira, no puede cambiar.* — ¿Bolas? — *Hay que poner más porque si se estira habrá sitio, se hace más grande.* — ¿Y entonces habrá más redondeles o no? — *Sí, porque se hace más grande.* (Prueba.) *¡Qué raro!*» Renuncia entonces al alargamiento y a las bolas suplementarias.

Rey (8;6) cree en el alargamiento del alambre y en el aumento del número de vueltas. Prueba: «*Hay cinco redondeles, seguirá habiendo cinco.* — ¿Por qué? — *Porque haría falta* (para que hubiera más) *añadir del coso ese* (alambre).» Tubo naranja, bolas: «*Harán falta todavía diez.* — ¿Por qué? — *Porque usted estira.* — ¿Y en cuanto a los redondeles? — *Creo más bien que lo que digo es falso y que esto sigue igual.*»

Sel (8;7): no hay «*más*» alambre cuando se estira el muelle «*porque es más duro*», por tanto, no elástico, y sigue habiendo el mismo número de vueltas de espira «*porque no se pueden añadir*». Pero se pueden añadir 10 bolas a las 50 que están en el tubo sin estirar. «¿Y si se mide? — *A veces es más largo cuando se estira, porque a fuerza de estirarse tensa.*» Duda con las cuentas alrededor del alambre: «*Será más grande*» y se podrán añadir, pero prueba: «*No, no hay bastante sitio, es como antes.* — ¿Y en el tubo se podrían meter más bolas? — *Es lo mismo.*»

Bri (8;8): al estirar el muelle habrá más alambre «*porque será más largo.* — ¿Y con éste (muelle verde)? — *Hay más cuando se estira, es como el otro muelle*». Tubo naranja: el número de vueltas sigue siendo el mismo, pero «*harán falta más bolas* (para llenarlo), *porque cuando el tubo se tensa, deja sitio*». Igual con agua. Por el contrario, cuando le hacemos construir un muelle con un alambre alrededor de un lápiz, concluye que la longitud del hilo «*es siempre la misma.* — ¿Y con los otros? — *Hay también lo mismo.* — ¿Y con el tubo grande? — *Se estira, sí, no, no creo.* — ¿Y las cuentas? — *No creo que se puedan poner más cuentas, porque no hay más alambre si se estira*».

Pod (9;0), el alambre aumenta de longitud. «¿De dónde viene el alambre que hay de más? — *Del muelle.*» Por el contrario, el número de vueltas es constante. Se podrán añadir bolas en el tubo y si una hormiga lo atraviesa después del estiramiento «*hará un trayecto más largo porque está más largo*». Pero después de haber visto las cuentas ensartadas en el alambre, niega que se puedan añadir, ni aquí ni en el tubo.

El carácter sorprendente de estas respuestas consiste en su regresión aparente en relación con las del nivel IB: mientras que estas últimas afirmaban la constancia de las longitudes *A* del alambre, etc., al mismo tiempo que la negaban de hecho cuando se preguntaba por las bolas, los sujetos que acabamos de citar son mucho menos categóricos y más oscilantes. Si llegan en general, al final de la entrevista, a respuestas correctas que superan las contradicciones, al principio se encuentran divididos entre dos tendencias contradictorias entre las cuales dudan. Por un lado, está la solidaridad que no pueden dejar de admitir entre el alargamiento *M* del muelle y la longitud *A* de los alambres, etc. Esta indiferenciación relativa no es nueva, puesto que es la que explica las contradicciones características del nivel IB (alargamiento de la serie de bolas al mismo tiempo que se afirma la constancia de *A).* Pero los sujetos de este escalón IB no eran conscientes de esto y verbalmente aceptaban distinguir la permanencia del alambre, que era ante todo una identidad cualitativa, y el alargamiento del muelle. Con la búsqueda de la cuantificación, que es lo característico del estadio II en general, resulta al principio más difícil distinguir el alargamiento del muelle *M* y la longitud del alambre *A*, porque como dice Sel «a fuerza de tirar se tensa», o Bri, «el tubo se tensa y deja sitio», o Pod: el alambre de más viene «del muelle». Pero la segunda tendencia, debida al perfeccionamiento gradual de este análisis cuantificador, consiste, cuando se habla de la logitud *A* del alambre, en buscar de ahora en adelante una conservación auténtica, es decir, cuantitativa, que no se reduce ya a la afirmación verbal «igual de alambre», sino que incluye el control decisivo de que no se pueden añadir cuentas porque no hay «más sitio». Ahora bien, a esta clara diferenciación es a la que vienen a parar la mayoría de estos sujetos al final de la entrevista: «creo más bien que lo que digo es falso y que esto sigue igual» (Rey) o «no creo que se puedan poner más cuentas, porque no hay más alambre si se estira» (Bri).

Pero si estos sujetos oscilan así entre dos tendencias contradictorias a lo largo de la entrevista, los dos progresos notables que presentan consisten en cambio en una toma de conciencia gradual de las contradicciones y en un poder

inferencial acrecentado que relaciona una afirmación o una comprobación con sus consecuencias: una longitud *A* mayor supone más cuentas, pero una longitud constante excluye que se añadan más, un número variable de espiras implica el alargamiento del alambre y un número constante la invariancia de esta longitud *A* (no hay más tubo, dice Rob, «porque hay cinco redondeles y si se estiran hay siempre cinco»), etc. Estos dos progresos son, además, solidarios: en efecto, está claro que la toma de conciencia de la contradicción depende de la capacidad operatoria para coordinar las aserciones entre sí, lo mismo que ésta consiste en una composición de afirmaciones y negaciones que suponen un juego de compensaciones en el cual consiste la no-contradicción.

§ 4. EL NIVEL IIB Y CONCLUSIONES.—Desde el subestadio IIB, la solución se encuentra inmediatamente sin más contradicciones:

LOZ (7;11): «Cuando se estira el muelle, ¿se alarga? — *Sí.* — ¿Hay más alambre ahora? — *No, porque se alarga, pero sigue siempre igual.* — (Tubo.) ¿Cuántos redondeles? — *Cinco.* — ¿Si se estira? — *Siempre cinco.* — ¿Pero el tubo es más largo cuando se estira? — *No, no aumenta.* — ¿Y cómo puede hacerse más largo? — (Gesto de zig zag.) *Hace así.* — Se pueden poner aquí 50 bolas. Si se estira ¿se podrán poner más? — *No, porque el tubo no se estira.*»

PAU (8;4): «*Cuando se estira, no hay más alambre.* — (Tubo.) ¿Cuántos redondeles? — *Cinco.* — ¿Si se estira? — *Siempre cinco, porque si se alarga y hay más, es un milagro.* — ¿No hay una manera? — *Si se da vueltas siempre* (si se retuerce más el alambre) *habrá más, pero más pequeños.*» Tubo: niega que se puedan añadir bolas al estirar más. «¿Y con agua? — *No.*»

GUA (9;4). La misma longitud *A*, «*porque cuando se estira, siempre es igual, no se puede añadir*». Bolas: «*Será igual.*»

KAM (10;2): «¿Hay más alambre? — *No, porque el alambre, si está torcido, no se puede alargar sin que se añada más.*» Bolas en el tubo: «*Va a ser igual, porque no se añade tubo, es como el muelle.*»

La gran mayoría de los niños de este nivel IIB tienen 9 y 10 años. En cuanto a los sujetos que tienen la edad del estadio III no responden de otra manera, pero introducen a veces espontáneamente la consideración de una compensación entre la extensión longitudinal de las espiras y su estrechamiento transversal.

CER (11;2): «*Si se estira hay siempre la misma longitud de alambre.* — ¿Y los redondeles, si estiro? — *Siempre cinco.* (Prueba.) *Los redondeles son más pequeños, usted los disminuye automáticamente.* — ¿Se podrán poner más bolas? — *¡Ah, no!, el mismo número.*»

CHO (11;11): «*Los redondeles son menos anchos. Sí, cuando se estira el muelle se hacen redondeles más anchos* (estirados).»

Esto no quiere decir que los sujetos del nivel IIB no hayan tenido en cuenta esas compensaciones, puesto que ya no creen que la extensión de las espiras aumenta la longitud, pero sólo las vemos señaladas explícitamente en este estadio III.

Nos faltan las conclusiones. Las contradicciones observadas en este capítulo obedecen al esquema habitual de una reversibilidad no completa; dicho de otra manera, de una compensación incompleta entre la afirmación y la negación. Si partimos de la conservación de la longitud *A* del alambre o del tubo, etc., a lo largo del alargamiento del muelle, esta conservación está caracterizada por una clase de observables *X* que son los que señalan los sujetos de este nivel IIB: el mismo número de espiras, el mismo sitio ocupado de un cabo al otro del alambre o del tubo por las cuentas, por el agua, por un alambre rígido interior, ausencia de estiramiento de la materia, etc. La clase complementaria *no-X* (cambio de tamaño del alambre) estará, por el contrario, caracterizada por la inversa de estas características: aumento o disminución de las espiras, del sitio ocupado, de las cuentas, etc. En cuanto al alargamiento del muelle, está caracterizado por una clase de observables *Y:* aumento de la distancia entre el punto de partida y el de llegada del muelle, extensión de las espiras, etc., más todas las propiedades de *X*, mientras que el no alargamiento del muelle, *no-Y*, supone la negación de estos primeros caracteres, pero el mantenimiento de los atributos de *X*. Al ser

esto así, está claro que las contradicciones observadas consisten al principio en no repartir los observables según las clases complementarias y disjuntas *X* y *no-X*, sino en atribuir ilegítimamente a éstas una parte común: la longitud *A* se considera constante porque no se ha añadido nada, pero supone más sitio para las cuentas, etc.

Pero el interés no está en esto, sino en que supone la verificación de los caracteres generales de la contradicción. El problema psicológico consiste en extraer las razones de estas incoherencias particulares y está claro que se deben a dificultades de inferencias, puesto que, incluso si los predicados de las clases *X* y *no-X* corresponden a observables, sus conexiones no son el producto de clasificaciones o definiciones inmediatas, sino de puestas en relación mediatas o coordinaciones inferenciales, las cuales no se dominan, y no es por azar, hasta los niveles IIB y III. Hasta aquí una falsa inferencia confunde constantemente a los sujetos: cuando se produce el alargamiento del muelle, las espiras, al mismo tiempo que conservan un número constante, se separan más, lo que da la impresión de «más sitio», de ahí la posibilidad de poner más bolas, etc. Al no comprender que esta extensión en sentido longitudinal se compensa con un estrechamiento (en sentido transversal) de las espiras, el sujeto postula entonces un alargamiento, sin ver que es contradictorio con la constancia de la longitud del alambre. La clase *Y* interfiere entonces con *no-X*, y el sujeto atribuye estos espacios mayores al estiramiento del muelle *(M)* y no a una modificación de la longitud *A* del tubo o del alambre.

En una palabra, las contradicciones observadas se deben, pues, a falsas inferencias y a la ausencia de las inferencias necesarias, y esto en razón de una indiferenciación relativa entre los alargamientos del muelle *(M)* y del alambre *(A)*, es decir, de las clases *Y* y *no-Y*. El proceso de superación de la contradicción está, entonces, bien claro: consiste, gracias a la posibilidad de inferencias nuevas debidas al progreso de la cuantificación, en un doble juego de diferenciación e integración. Por un lado, el sujeto llega, en parte desde el nivel IIA y definitivamente en el nivel IIB, a diferenciar lo que depende del estiramiento del muelle y de la longitud invariante del alambre, y llega así a construir de forma

válida las clases de observables X y *no-X*, así como Y. Por otro lado, llega, por esto mismo (pues los dos procesos son solidarios) a una integración nueva en forma de conservaciones basadas en compensaciones (longitud del alambre) que se manifiestan a través de transformaciones (estiramiento del muelle y modificación de la forma de las espiras).

Se ve entonces el parentesco de este desarrollo con el que hemos descrito a propósito de las contradicciones lógico-matemáticas de los capítulos 1 y 2. En los dos casos, la contradicción consiste en compensaciones incompletas, es decir, en una composición insuficiente de afirmaciones y negaciones. En una y otra situación, este defecto inicial se basa en la carencia de las inferencias de partida, mientras que la superación se debe a nuevas implicaciones significativas. En uno y otro caso, la superación supone diferenciaciones que desembocan en una ampliación del referencial, y en una integración que se caracteriza por la relativización de las nociones. Pero si estos son los rasgos generales de todo proceso que conduce de una contradicción a su superación, subsisten diferencias notables entre las situaciones lógico-matemáticas y físicas. En el primer caso, el sujeto parte de relaciones parcialmente erróneas, $D = A$, $D = G$ y $A < G$, que logra corregir cuando imagina otra estructura como $A \leqslant D \leqslant G$ o $A < D < G$ para resolver el problema. En el presente caso físico, por el contrario, el sujeto se encuentra en presencia de dos longitudes observables M y A, mal diferenciadas al principio, y cuando dice que A es invariante al mismo tiempo que admite que con el estiramiento se pueden poner más cuentas, la contradicción proviene del hecho de que mezcla en A sus propiedades de conservación con otras tomadas de M; al mismo tiempo que supone una estructuración lógico-matemática (en este caso espacial) comparable a la de los capítulos 1 y 2, la superación de la contradicción supone, además, mejores abstracciones empíricas a partir de los objetos y de sus observables, es decir, un recurso implícito o explícito a la propia experiencia física. La diferenciación de las nociones que se desprende de aquí, tiene, de esta manera, una significación más compleja que en el caso puramente lógico-matemático, donde la aditividad de los

indiscernibles puede construirse por pura abstracción reflexiva. Dicho de otra manera, la composición de las afirmaciones y negaciones ya no es solamente un problema de forma, sino también de contenido, y este recurso a los contenidos supone a su vez, en particular durante su diferenciación, una compensación entre las afirmaciones y las negaciones, puesto que, como hemos visto hace un momento, intervienen tanto unas como otras.

En cuanto a las razones de la indiferenciación, bastante duradera, de las longitudes *M* y *A*, se deben evidentemente a que la invariancia afirmada de *A* no es al principio una verdadera conservación. Esta supone, en efecto, que a todo aumento en una dimensión corresponde una sustracción en otro punto, y las no conservaciones dependen de esa falta de referencia a lo negativo (véanse los capítulos 10 y 11). Ahora bien, los sujetos que se limitan a decir que *A* conserva su longitud, pero que se pueden poner más cuentas, no hacen todavía ninguna referencia de este género y sólo en el estadio III el niño dice explícitamente (pero lo admite implícitamente desde el nivel IIB) que los anillos son cada vez menos anchos con el estiramiento. A partir de estos hechos nos encontramos así el conflicto de los caracteres positivos y negativos y la primacía inicial de los primeros, que volveremos a encontrar tan a menudo más adelante.

5. LAS DIFERENTES ACTITUDES FRENTE A LA NO CONFIRMACION DE UNA PREVISION

Con Th. Vergopoulo (Sección I)
y Cl.-L. Bonnet (Sección II)

SECCIÓN I.—LA CONTRADICCIÓN EN UN FENÓMENO PARADÓJICO DE SUBIDA

Con Thalia Vergopoulo

Cuando el sujeto anticipa un acontecimiento en función de una ley que considera general (por ejemplo, que una rueda puesta sobre su llanta desciende siempre sobre un plano inclinado) y se encuentra en presencia de un mentís de la experiencia (si se oculta un peso en la llanta y el peso situado en el lado opuesto a la bajada hace subir la rueda un poco), ¿se puede hablar a este respecto de contradicción, y obedecerá ésta a las mismas leyes que en los casos habituales? Seguramente, si se permanece en el plano de la legalidad, no hay en ese caso más que un contraejemplo y la consecuencia a sacar de esto es que la ley supuesta no es general, de ahí un nuevo enunciado que la haga adecuada a los observables: en este caso sería abusivo hablar de contradicción. Por el contrario, está claro que tan pronto como entra en juego una búsqueda de las causas (y ésta interviene siempre), las afirmaciones y negaciones inherentes a los esquemas y al modelo explicativo construidos por el sujeto plantean problemas de contradicción.

La técnica utilizada es muy simple [1]. Se dispone de una plancha inclinada y de dos ruedas idénticas, de las cuales una, *A*, desciende normalmente, mientras que la otra, *B*, está provista

[1] La idea de esta experiencia ha sido sugerida por R. Carreras.

de un peso oculto en un punto de su llanta. Si el peso está orientado hacia el lado de la bajada (nosotros diremos «a la derecha») la rueda desciende, si está situado en la parte de abajo de la rueda, ésta permanece en su sitio, y si está colocado a la izquierda hacia la parte alta de la rueda, ésta sube algunos centímetros. Se hace prever el comportamiento de las ruedas, y luego explicar la anomalía característica de la segunda. Se puede presentar, además, una rueda *C* cuya llanta está hueca y que el niño puede llenar de pasta de modelar para hacerla tan pesada como la *B* (cosa que es útil cuando el sujeto no utiliza como explicación más que el peso de *B).*

§ 1. El estadio i.—En primer lugar veamos ejemplos del nivel ia:

Dec (4;8). Rueda *A:* «Va a rodar. — ¿Por qué? — *Porque usted ha puesto esta plancha.* — ¿Y así (horizontal)? — *No, porque cuando se quita esto* (gesto de pendiente), *no rueda.*» Rueda *B* (Prueba): «*se queda en el sitio.* — ¿Por qué? — *Porque está demasiado lejos de esto* (de lo alto de la pendiente). — ¿Es natural? — ... — ¿Qué habría debido hacer? — *Rodar.* — ¿Por qué? — *Porque es una rueda.* — ¿Y en vez de eso? — *Se queda en el mismo sitio.* — ¿Por qué? — *Porque sí.* — ¿Hay alguna razón? — ... (etc.). — ¿Y ahora? — *Ha rodado para el otro lado* (subida). — ¿Por qué? — *Porque no se ha puesto para el otro lado.* (Dec ha notado que la experimentadora da la vuelta a la rueda.) — (Se toman las dos.) ¿Qué harán? — *(A) va a rodar, (B) no va a rodar.* — ¿Por qué? — *Porque sí.* — ¿Son totalmente iguales? — *Una hace el mismo ruido, la otra no* (las ha sacudido y golpeado sobre la mesa)», etc. Se sugiere la diferencia de peso y Dec admite que la que no rueda es la más pesada. Se le da entonces la rueda *C* con la pasta, pone ésta «*en cualquier sitio*» y no descubre nada, sin ocuparse más del peso, excepto que quiere la rueda «*ligera*».

Lis (5;5). Rueda *A:* «*Va a rodar.* — ¿Si las soltamos aquí (en medio de la plancha)? — *No rueda, porque hace falta eso que va arriba* (parte superior), *y luego rueda* (hace falta, pues, ponerla en la parte más alta de la plancha).» Prueba: *A* rueda. Rueda *B:* «*No rueda porque la plancha no está hasta aquí arriba* (= porque *B* no está en la parte más alta).» Se hace esto: «*No rueda.* — ¿Es normal o extraño? — *Extraño.* — ¿Qué es lo que no funciona? — *Cuando usted gira* (en realidad: peso a la derecha) *rueda, y cuando usted no gira, no rueda.* — (Pruebas.) ¿Se puede hacer que suba? — *Sí.* — ¿Es extraño que haga tantas cosas? — *Es normal... cuando la bola está abajo sube y cuando*

está arriba baja.» Explicación: *Porque no rueda muy bien... hay que darle la vuelta hasta que sube.*» Se sugiere el peso: ninguna reacción y con *C* le pone la pasta alrededor.

FAR (5;9) supone que las anomalías de *B* se deben a que no es totalmente redonda: «*es ovalada y la otra redonda.* — Haz un círculo alrededor de *B*. — *Redonda.* — ¿Luego es redonda? — *No, un poco ovalada*». Se sugiere el peso: «*Es pesada.* — ¿Eso qué tiene que ver? — *Un poco: rueda y no rueda.*»

A continuación damos casos del nivel IB, que aluden espontáneamente al peso:

PIG (5;6): «*¡Esta no rueda!... ¡no ha bajado, ha subido!* — ¿Son iguales? — *No, hay una más redonda que la otra.* — (Se coloca *B*.) — *Es porque es muy pesada.* — ¿Qué hace además? — *Subir, quedarse en el sitio o rodar* (descender)... *porque usted le da la vuelta siempre del otro lado.*» Le damos *C* y la llena de pasta irregularmente, comparando los pesos de *B* y *C*, y luego: «*no puede subir, porque no se le da la vuelta*». Por el contrario, llega por casualidad a hacerla permanecer en el sitio y luego bajar. Le da la vuelta enseguida y consigue una subida: «¿Has comprendido? — *Hay ruedas que suben, otras que bajan y otras que se quedan en su sitio.* — (Fracasos.) ¿Por qué no sube? — *No sé.*» Para terminar: «*Es porque (B) es más pesada, no rueda* (hacia abajo).»

MON (5;10) no comprende lo que ocurre, excepto en la posición inmóvil: «*Se queda así en su sitio, pero ya sé: es porque es pesada.* — Y las pesadas, ¿qué hacen? — *Ruedan.* — ¿Y por qué no *(B)*? — *Porque es muy pesada.*» Con *C* busca el mismo peso, pero comprueba que «*no son iguales, no sube*». Se bloquea el peso de un lado y Mon la hace subir. — ¿Por qué? — *No sé.* — ¿Es porque es pesada? — *No.*»

MUR (6;0). *B* sube o se queda en su sitio: «¿Es normal? — *Sí, porque las ruedas más pesadas no ruedan.* — ¿Si la pongo allí (en el medio de la plancha)? — *Subirá porque está en el medio.* — ¿Y allí (en la parte más alta)? — *Va a bajar.* — ¿Por qué? — *Va a rodar porque es pesada.* — ¿Se puede adivinar? — *Sí, a veces aquí* (a la derecha), *a veces allí* (a la izquierda). — ¿Pero por qué *(B)* y no *(A)*? — *Porque es muy pesada, hace lo que quiere.* — ¿Y *(A)*? — *Rueda porque es ligera.* — ¿Y *(C)*? — *Cuando se pone pasta de modelar es más pesada y entonces rueda.*»

GAL (6;2): «*Es por lo que está dentro.* — ¿Qué? — *No sé, pero hay algo. Pesa mucho.* — ¿Qué hace eso? — *Hace que no ruede.* — ¿Y cuando rueda? — *Hace que ruede.*»

Hemos ayudado a los sujetos siguientes sugiriéndoles que pongan la pasta solamente en uno de los lados de *C:*

OLI (6;7) piensa que *B* «*es dura*» y «*va para atrás y se queda en su sitio, (A) rueda porque no es dura*». «*Dentro (B) hay hierro. Hace que se quede en su sitio.*» Con *C* después de algunos tanteos le sugerimos que ponga más pasta en un lado. Después de algunos fracasos consigue hacer que vaya para atrás o se quede en su sitio: «¿Dónde pones el peso para que se quede en su sitio? — *Abajo.* — ¿Y para que vaya para atrás? — *Arriba a la izquierda* (correcto). — ¿Entonces por qué sube? — ... — ¿Y para hacer que baje? — *Imposible porque es pesada.*»

ISA (6;7): «*Antes rodaba, pero ahora no* (el experimentador la ha colocado), *es porque la había puesto arriba del todo* (de la plancha). — ¿Es normal? — *Debería rodar* (bajar), *pero no rueda.*» Luego Isa descubre la diferencia de peso. «¿Tiene eso importancia? — *Sí, ésta (B) si quisiera ser ligera podría ser ligera* (= bajar) *y ésta (A) si quisiera ser pesada podría ser pesada* (y subir). — ¿Y por qué *(A)* sólo hace una cosa? — *¡Ah! (B), está dura dentro.* — ¿Eso tiene algo que ver? — *Sí, si se le empuja rueda, si no no rueda.*» Con *C,* Isa comprueba que el peso no cambia nada. Se pone la pasta a un lado y luego se hace que *C* se quede en su sitio: Isa consigue reproducir ese efecto, pero no ve que el peso está abajo: «*Sí, es porque la he puesto atravesada* (de lado).» Igualmente en cuanto a las idas y venidas: «*Sí, porque allí* (de lado) *está más lleno.*»

CRI (6;6): «*Es más pesada, ¡hay algo dentro!* — ¿Qué? — *Un rodamiento de bolas.* — ¿Pero rueda? — *No.* — ¿Entonces, es un rodamiento? — *No, es más pesada, no rueda* (baja).» Con *C* no encuentra nada. Se propone la pasta a un lado y la pone: «*Se queda en su sitio, porque está trucada.* — ¿Cuál es el truco? — *Hay más aquí, no rueda.* — ¿Qué hace? — *Baja, se queda, pero no sube.* — Prueba.» Logra las tres posibilidades, pero no puede explicarlas. «¿Cómo has hecho? — ...», etc. «¿Si tuvieras que explicar *(B)* a un niño pequeño que no lo supiera? — *Diría que está trucada como (C).* — ¿Pero tú qué has comprendido? — *Es más grueso aquí* (la pasta). *Este es el truco.*»

VIN (6;5) se aproxima al nivel IIA: «*Va para adelante y para atrás.* — ¿Es normal? — *Sí, porque a veces hay pelotas que botan*

y pelotas que no botan... Pero hay algo que hace que una se quede en su sitio y la otra ruede. (Pruebas.) *Es demasiado pesada.»* Con la rueda *C* consigue que se quede en su sitio: «*Se queda, creo que (B) tiene a su alrededor pasta.»* Se le sugiere la pasta por un lado y se hace que suba. «¿Por qué sube? — *Se prueba allí, donde es más pesada. Rueda porque se la coge donde es más pesada.* — ¿Qué hacer para que ruede? — *La pasta abajo.* (Fracaso.) — ¿Y para que se quede en su sitio? — *La pasta abajo.* (Exito.) — ¿Y para que suba? — (Exito.) *La he cogido por donde no hay pasta* (con la pasta por el lado adecuado). *Ha ido hacia atrás.* — ¿Hay alguna razón? — *Se la coge por donde es más pesada, se deja y va para delante.* — ¿Qué es lo que has comprendido? — *(B) es más pesada que (A), es ésta la que tiene algo dentro. La más ligera no tiene nada.»*

Se comprueba que la inmovilidad o la subida de la rueda *B* no produce ninguna extrañeza a los sujetos del nivel IA: «Es normal, dice incluso Lis a los 5 años y medio, cuando la bola está abajo sube y cuando está arriba baja.» Igualmente Dec considera que está inmóvil porque no se la ha situado en la parte más alta de la pendiente y piensa, como Lis, que basta con darle la vuelta para que suba, puesto que se le indica así la dirección deseada. Solamente Far supone que hay algo anormal y no la considera muy redonda, y luego parece satisfecho con la indicación del peso, puesto que éste puede hacer «rodar» y «no rodar». Efectivamente ninguno de estos sujetos piensa por sí mismo en el peso y si parecen a veces aceptar la proposición, lo hacen sin darle una interpretación estable: Dec quiere hacer a *C* «ligera», Bal pesada como *B*, pero sólo un instante, Lis no tiene en cuenta el peso y Far hace lo mismo.

En cuanto a los sujetos del nivel IB, hay, por el contrario, desacuerdo entre su anticipación y los hechos imprevistos de la inmovilidad o la capacidad de subir características de la rueda *B*, y son conscientes de ello. De ahí dos problemas, uno de los cuales, que trataremos al final de estos análisis de las reacciones sucesivas, es el de precisar en qué consiste la contradicción entre una previsión y una comprobación; el otro, que podemos tratar desde este nivel IB, es el de establecer cómo intenta el sujeto superar esta contradicción encontrando un modelo que explique a la vez los hechos habituales (sobre los cuales se basaba la

previsión) y los datos nuevos que hacen fracasar la generalidad de la ley. En efecto, está claro que desde este nivel elemental el niño intenta cumplir esta doble condición y es en este aspecto en el que el problema se hace más interesante: ¿logrará el sujeto conciliar, sin nuevas contradicciones, las novedades imprevistas con las adquisiciones anteriores y sobre todo ya interpretadas?

La tendencia común a todos estos sujetos consiste en buscar esta conciliación dirigiéndose hacia el peso (salvo algunas excepciones, rápidamente superadas, consistentes en invocar las posiciones de partida o una diferencia de redondez entre las ruedas *A* y *B*). En efecto, desde los 5-5 años y medio, casi todos los niños se refieren al peso para explicar el descenso de una bola o de objetos circulares: ruedan ya sea porque son pesados (Mon, Mur, etc.), ya sea, más raramente, porque son ligeros (Mur e Isa), sin duda en el sentido de que la ligereza entraña una movilidad fácil. Es, pues, normal que, para explicar la inmovilidad o la subida de la rueda *A*, el sujeto utilice la diferencia de peso entre *A* y *B* cuando la descubre. Isa se limita a suponer que el descenso implica la ligereza y las otras posibilidades la pesadez, pero admitiendo que las ruedas *A* y *B* podrían ser, a voluntad, pesadas o ligeras, lo que es tautológico, por no decir contradictorio. Por el contrario, los demás sujetos se refieren a la pesadez de *B* para explicar su inmovilidad, y luego generalizan la explicación en el momento de su subida como si ese peso grande, al impedir el descenso (inmovilidad), favoreciera por esta misma razón su contrario (subida). Ahora bien, está claro que hay ahí una serie de contradicciones, de las cuales el sujeto sólo percibe una parte. Mon, con respecto a la inmovilidad de *B*, dice con satisfacción «ya sé: es porque es pesada», pero añade enseguida que las pesadas «ruedan (hacia abajo)». Sospechando entonces una contradicción, cree eliminarla considerando a *B* como «muy pesada» y los demás sujetos oponen igualmente «muy pesada» (inmovilidad) a «pesada» (descenso). Pero sería exagerado ver aquí un principio de *extremum* o de *optimum:* no es más que una forma de pensamiento prerrelacional que actúa por medio de categorías discontinuas, como se observa en los comienzos de la seriación («pequeños», «media-

nos», «grandes»), mientras que al razonar mediante relaciones, como sucederá en el nivel IIA, el sujeto comprenderá que, si el peso hace descender, un aumento de peso reforzará o acelerará ese descenso. Ciertamente un gran peso puede impedir que ruede, pero con la condición de estar situado en la parte baja de la rueda, y esto es lo que no ve el sujeto que relaciona la inmovilidad de *B* con el peso global de la rueda, mientras que éste debería favorecer el movimiento. Por otro lado, suponiendo que el peso explique que *B* se quede en su sitio, no explica la subida, salvo si se razona que si un peso normal produce el descenso, un peso demasiado grande produce todo lo que no es el descenso, incluida la subida.

Las reacciones ante la rueda *C* son, a este respecto, muy significativas. Las sugerencias del experimentador hacen, de hecho, comprender al niño que el peso, para tener influencia, debe estar desigualmente distribuido, y con esta indicación, el sujeto logra, en sus tanteos, obtener finalmente los efectos deseados. Pero, sin embargo, no comprende lo que ocurre y está muy lejos de darse cuenta de que ese peso localizado desciende siempre, incluso cuando hace subir la rueda. Lo que el niño descubre es, en el mejor de los casos, el poder que el peso tiene de dirigir la rueda hacia un lado o hacia otro, pero como motor o fuerza que actúa en cualquier dirección[2] y que se puede utilizar, según se quiera orientar hacia abajo, hacia arriba, o dejarla en su sitio. Oli y Vin, finalmente, acaban refiriéndose al peso global.

En resumen, las contradicciones inherentes a las utilizaciones que los sujetos de este nivel IB hacen de la noción de peso, dependen de su carácter no relacional, e igualmente de que las categorías o subclases que el sujeto construye a medida de sus necesidades («pesado», «muy pesado», «totalmente pesado», «ligero», etc.) se elaboran *ad hoc* sin ninguna regulación sistemática del «todos» y del «algunos». Ahora bien, para que un sistema de clases sea no contradictorio, es preciso, repitámoslo, que los caracteres *x* y *no-x* de

[2] Como (en este estadio) un guijarro en el fondo de un vaso de agua empuja a ésta hacia arriba y hace que suba el nivel.

las clases complementarias se compensen exactamente: $x . no\text{-}x = 0$. Es esta composición reversible de las afirmaciones y negaciones lo que falta todavía en este nivel.

§ 2. El nivel IIA.—He aquí ejemplos, comenzando por un caso intermedio:

Lau (6;5). Rueda *B*: «*Es pesada* (manipulaciones). *Tiene un lado hecho a propósito para que ruede y un lado para que no ruede.* (Manipulaciones.) — ¿Qué hace? — *Ha rodado para atrás, se queda en su sitio, rueda hacia delante.* — ¿Por qué todo esto? — *Porque es pesada.* — ¿Y las pesadas hacen eso? — *Sí* (suspira), *porque... tiene lados para hacer las dos cosas.*» Con la rueda *C*, Lau pone en primer lugar la pasta en un lado y luego «*en todos los sitios donde hay agujeros* (donde está hueca)». Intentos: «*Va siempre para adelante, no quiere quedarse en su sitio: es demasiado ligera* (comparación). *No, es demasiado pesada.* (Lau quita pasta, lo que produce asimetría, y luego nuevos ensayos.) *Tiene lados para rodar y para no rodar.* — ¿Cuál para rodar? — *El más ligero... cuando el lado más pesado está abajo no puede rodar.*» Luego Lau consigue hacerla subir: «*Es preciso que el lado más pesado esté arriba para que vaya para atrás.* — ¿Y para que se quede en su sitio? — *Un poquito a la izquierda o a la derecha, allí* (cerca de la parte baja). — ¿Comprendes? — *Cuando es pesada, puede quedarse en su sitio, o ir para atrás o adelante.*»

Kam (7;9): «*Se empuja y no rueda.* — ¿Por qué? — *Porque es pesada.* — ¿Porque es pesada? — *No, normalmente una rueda pesada debe rodar.*» Le damos *C* y, sin intención, pone la pasta por un lado solamente: «*No rueda.* — Mira (rueda). — *Se le ha dado la vuelta por el otro lado.* — ¿Puedes hacerla subir? — (Exito.) — ¿Y bajar? — (Le da la vuelta.) — ¿Qué es lo que cambia cuando se da la vuelta? — *Tiene más peso* (por un lado). *Cuando se da la vuelta tiene menos peso.* — ¿Dónde hay que poner lo más pesado? — *Arriba.* (Consigue hacerla bajar.) — ¿Y para que se quede en su sitio? — *Abajo.* — ¿Y para que suba? — *Por el lado más pesado, abajo* (en el sitio). — *Por el lado más ligero* (baja). *He comprendido.* — Entonces hazla subir. — (Lo logra.) *Se pone la pasta arriba y a la izquierda* (hacia la subida). *A la derecha está vacía.* — ¿Y para bajar? — *Poner el lado más pesado hacia la bajada.* — ¿Es extraño o normal? — *Extraño.* — ¿Sabes por qué es así? — *No.*»

Cas (8;7) piensa al principio que *B* no es muy redonda, y luego observa la diferencia de peso, pero sin ver en esto la explicación de su comportamiento. Le damos *C* llena de pasta en sus tres

cuartas partes. Cas consigue que se quede en su sitio o que baje, pero no que suba, y no ha notado bien desde un principio la posición de la pasta: «¿Para hacer que se quede en su sitio? — *Hay que poner el hueco para adelante*», etc. Para hacer que suba *C* añade pasta, luego la quita y encuentra: «*Hay que poner el hueco hacia la pendiente* (hacia la bajada) *y lo pesado allí* (dirección de subida). — ¿Entonces? — *Es la pasta lo que la hace marchar.* — Un niño dice que es por el peso. — ...»

Luc (8;7): las mismas reacciones. Al final: «*Entonces pongo lo pesado allí y lo ligero allí y luego rueda*» o sube o se queda en su sitio (después de éxitos). No hay explicación.

Gal (8;9) señala que *B* es más pesada y rodará mejor o caerá, y luego comprueba lo contrario y duda en atribuirlo al peso. Con *C* no consigue al principio más que la bajada y «*así* (con el peso abajo) *se queda en su sitio*». Varios fracasos en cuanto a la subida, y «*luego cuando la plastilina está a la derecha rueda a la derecha y cuando está a la izquierda rueda a la izquierda.* — ¿Por qué así se queda inmóvil? — *Porque es más pesada abajo.* — ¿Y cómo explicas todo eso? — ...».

Los progresos conseguidos en este nivel son de dos tipos: el primero es importante a pesar de su carácter negativo; consiste en tomar conciencia de las contradicciones relativas a la utilización del peso global de la rueda. El sujeto Kam, por ejemplo, comienza con la explicación característica del nivel IB: la rueda *B* permanece inmóvil «porque es pesada». Pero enseguida ve la contradicción: «normalmente» una rueda pesada «debe rodar». El sujeto Lau, después de haberse referido al peso suspira al ver la inadecuación de esta explicación y se refiere a los «dos lados» cuyos papeles son diferentes. Cas y Gal renuncian rápidamente a la explicación mediante peso global.

El segundo progreso lo constituye la idea, que tomará cuerpo en el nivel IIB, de una desigualdad de acciones particulares: Lau imagina «un lado hecho a propósito para que ruede» y otro «para que no ruede», sin ver que se trata de pesos asimétricos, cosa que comprende con la rueda *C*. De forma general la rueda *C* pone a todos estos sujetos en la pista acertada, a través de aciertos prácticos inicialmente y luego mediante la toma de conciencia de las posiciones

y reparticiones de los pesos en el momento de sus acciones. Pero no consiguen obtener de esto ninguna explicación general: el sujeto intermedio Lau vuelve al peso global, mientras que los otros confiesan prudentemente que no entienden. Dicho de otra manera, el peso localizado en un lado o en otro sigue siendo para ellos una fuerza que imprime, así, una dirección a la rueda, pero sin la hipótesis de su bajada general. Consiguen, de esta manera, evitar las contradicciones del nivel IB, pero no superarlas por medio de una interpretación de conjunto. A este respecto conviene recordar que esta laguna es bastante natural, puesto que la verticalidad de la bajada del peso sólo se comprende realmente en el nivel IIB, tanto en razón de la construcción de sistemas de coordenadas como a causa de los progresos de la dinámica (horizontalidad del agua explicada por su peso dirigido hacia abajo, etc.).

§ 3. EL NIVEL IIB, EL ESTADIO III Y CONCLUSIONES.—Los dos progresos correlativos que caracterizan el nivel IIB son que, desde los ensayos con la rueda *B*, el sujeto sospecha una asimetría del peso y que, durante las manipulaciones con *C*, extrae más o menos claramente el principio explicativo de la tendencia del peso a bajar:

ZUR (7;11) comprueba el descenso normal de *A*, y dice que si fuera más pesada, iría a la misma velocidad, pero con más ruido, y luego «*lo más pesado va más deprisa porque hay impulso*». Pero en cuanto a *B* inmóvil, supone enseguida: «*No baja porque es más pesado abajo.* — ¿Por qué? — *Hay algo abajo que hace más pesado.* (Subida.) *Tiene más peso arriba que abajo.* — ¿Con ésta *(C)* se puede hacer como aquí *(B)*? — *Depende de cómo lo llene usted: quizás ha dejado lados vacíos*». La llena en sus tres cuartas partes: «*Esto hará que avance de un lado y se pare después*» y hasta la mitad: «*Dará vaivenes.* (Ensayos.) *No hace como he dicho.* — ¿Si queremos que suba *(C)*? — *Hay que poner la pasta por este lado* (exacto). — ¿Y para que se quede en su sitio? — *La pasta abajo.* — ¿Por qué el peso hace que dé vueltas? — *Porque es más pesado que lo ligero. No puedo explicarlo bien: al peso no le gusta estar arriba.*»

PIC (8;8): «*Es más pesada. Bajará más deprisa porque es pesado.* (Prueba.) *No es eso. ¡Ah!, hay una bola dentro: algo que hace*

que se pare, no quiere rodar. — ¿Y para que suba? — *Es preciso que lo que es pesado esté un poquito inclinado hacia este lado. Para que baje hace falta que esté un poquito inclinado hacia el otro.»* Rueda *C:* Pic pone al principio la pasta «*por un lado, bastante apretada.* — ¿Qué quieres hacer? — *Hacerla bajar así: hay que poner la pasta por este lado.* — (Exito.) — ¿Y ahora? — *Para que se quede en su sitio, hay que poner lo que es pesado abajo.* — ¿Y para subir? — *Por este lado y arriba.* — (Exito.) — ¿Por qué? — *Porque lo que es pesado apoya sobre donde no hay nada pesado.* — ¿Es normal (esta subida)? — *Sí, porque la pasta es pesada: esto intenta ir para abajo si la pasta está aquí, y para arriba si está allí*».

LAZ (9;3): «*Porque es más pesada, el peso la arrastra más deprisa.* — (En su sitio.) *¡No va!* — (Subida.) *Palabra, tiene que haber un peso dentro. Usted ha puesto un trozo de plomo ahí* (en la llanta, en el lugar adecuado). — ¿Por qué dices eso? — *Debe haber una parte donde hay más plomo, entonces el plomo tira y según donde se la coloque, la rueda va del lado donde está el plomo.»* Rueda *C:* pone un gran peso de pasta por un lado y otro pequeño por el otro, para hacer un desequilibrio. Pero los coloca al principio mal para la subida (y bien para la bajada): «*¡Ah!, si pongo en sentido inverso, estará bien..., porque allí donde está el peso mayor, gira.»*

BRA (9;8) *B* inmóvil: «*¡Es más pesada!* — ¿Entonces? — *Debería haber rodado más deprisa... ¡Ah!, es en el sitio donde se queda, donde está el peso.»* Rueda *C*: éxitos. «*Si se pone el peso hacia la subida, sube, hacia la inclinación, baja.»*

PAIN (8;4): «¿Puedes hacer que suba *(C)?* — *Sí* (pongo), *allí arriba y por este lado lo más pesado, y eso la obliga a dar la vuelta.* — ¿Encuentras eso extraño? — *No, es normal, debe dar vueltas para atrás según como se ponga la pasta.* — ¿Entonces, el peso qué hace? — *Eso pesa donde está el peso y baja.»*

BRU (10;4): «*Porque antes de salir ha frenado un poco, entonces pensé que había un peso en la rueda.* — ¿Entonces, puedes hacer que suba? — *Sí.* (La coloca correctamente.) *El peso baja y la rueda sube.* — ¿(Inmovilidad)? — *Porque el peso es pesado y pesa abajo y luego la rueda no se mueve.»*

Las reacciones del estadio III no añaden nada sino más explicación:

DAM (12;5) *B: «¡Ah!, por un lado tiene más peso que por el otro, por esto es por lo que sube. Sí, el peso quiere estar abajo porque la tierra atrae más las cosas pesadas que las cosas ligeras.* — ¿No encuentras eso extraño? — *No, es normal porque hay más peso en un extremo que en el otro.»*

Siendo la opinión general característica del nivel IIB, la de que el peso hace descender y tanto más deprisa cuanto más grande es (véanse Zur, Pic, Laz, etc.), la reacción inmediata de los sujetos ante las acciones de la rueda *B* es que contiene pesos asimétricamente repartidos. Hay que señalar que esta deducción es muy diferente de la que encontramos a veces desde el nivel IB: cuando Gal, por ejemplo (§ 1), dice que «hay algo (dentro), pesa mucho», y añade que esta cosa no «hace rodar la rueda», o, por el contrario, «la hace rodar» como el «rodamiento de bolas» imaginado al principio por Cri, es decir, como una especie de máquina para todo, cuyos poderes no se explican. Por el contrario, en el nivel IIB el «algo que hace más pesado» de Zur actúa de forma muy racional, pesando hacia abajo, porque «al peso no le gusta estar arriba» y hace que avance la rueda por el lado por donde baja. Igualmente para Pic la rueda sube con tal de que «lo que es pesado esté un poquito inclinado de este lado», y la asimetría interior de los pesos de la rueda permite de esta manera que «lo que es pesado se apoye sobre donde no hay nada pesado». Véanse también las adecuadas fórmulas de Pain, «eso pesa donde está el peso y baja», y sobre todo de Bru: «el peso baja y la rueda sube».

Así, desde el nivel IIB, las contradicciones del modelo explicativo a través del peso se superan por la diferenciación entre el peso total de la rueda y el peso sobreañadido a un lado de la llanta, y por la relación integradora según la cual el peso baja siempre. En este caso, incluso si las otras partes de la rueda tienen un peso que tiende a hacerla bajar, el peso de valor superior colocado en la parte de arriba de la llanta puede hacerla bajar por el lado de la subida (el sujeto Laz llega incluso a utilizar dos pesos desiguales para realizar este desequilibrio). El problema de la contradicción está, pues, resuelto aquí, como de costumbre, por una extensión del referencial y una puesta en forma

relacional de nociones inicialmente limitadas y deformadas por sus predicados absolutos, en una palabra, por el juego de las diferenciaciones y las integraciones.

En cuanto a nuestro problema de la naturaleza de las contradicciones entre un dato real y una anticipación del sujeto, el conjunto de este desarrollo desde los niveles IA hasta III muestra que no existe diferencia fundamental entre esta situación y la de los conflictos entre dos esquemas que se aplican a los mismos sujetos, porque el hecho nuevo que resulta problemático es siempre solidario de esquemas sucesivos de interpretación, lo mismo que los hechos anteriores sobre los que se fundaba la interpretación; se trata, pues, una vez más, de una coordinación entre esquemas incompatibles al principio y luego reducidos a una unidad superior. Por el contrario, lo que es específico de tales situaciones es que el objeto o el acontecimiento nuevo, que se trata de explicar de acuerdo con los hechos anteriores, es de naturaleza física y que, por consiguiente, las construcciones nuevas a las cuales se dedica el sujeto deben apoyarse en datos que no inventa, sino que debe descubrir por análisis progresivo. De ahí la posibilidad de múltiples compromisos como los que han señalado B. Inhelder y sus colaboradores [3], pero consisten de nuevo en compensaciones incompletas, y el poder de la lógica que impone la obligación de no contradicciones auténticas desempeña entonces un papel formador tan indispensable como el análisis experimental. Por esto los sujetos de nuestro nivel IIA, al mismo tiempo que no encuentran todavía las explicaciones buscadas, logran un progreso decisivo al liberarse de las contradicciones relativas a las nociones polivalentes de peso, características del nivel IB, y al regular de forma adecuada las relaciones del «todos» y del «algunos».

Conviene a este respecto terminar con la siguiente observación, que cobrará una importancia creciente en nuestras exposiciones posteriores. Tanto en los aspectos lógico-matemáticos como en los físicos, el sujeto comienza por las afirmaciones y señalando los caracteres positivos; sólo se-

[3] B. Inhelder, H. Sinclair y M. Bovet, *Apprentissage et structures de la connaissance*, París, PUF, 1974. [Trad. cast. de L. E. Echevarría: *Aprendizaje y estructuras del conocimiento*, Madrid, Ediciones Morata, 1975.]

cundariamente, o bajo la presión de los datos, llega a las negaciones o limitaciones. Pero existe una diferencia bastante notable entre las negaciones que se presentan en el terreno físico y en el terreno lógico-matemático. En el primero de estos dos casos, la contradicción entre un dato real y la previsión del sujeto es sentida por la conciencia más o menos rápidamente, porque la negación está, de alguna manera, impuesta desde fuera. La dificultad consiste entonces en superarla sin volver a caer en nuevas contradicciones, en otras palabras, logrando regular lógicamente las nuevas negaciones que serían necesarias. Ahora bien, sigue siendo posible multiplicar las afirmaciones para relacionar los hechos con otros caracteres positivos: es así como los sujetos del nivel IB atribuyen significaciones múltiples a lo «pesado» y a lo «ligero» para legitimar todo lo que se percibe, sin la menor necesidad de contraejemplos, y los que proporciona la simple observación se interpretan en un sentido positivo mediante nuevas afirmaciones, simplemente un poco diferentes. De ahí los múltiples compromisos a los cuales aludíamos hace un momento.

Por el contrario, en el caso de los sistemas lógico-matemáticos, la negación no está impuesta desde fuera, sino que debe ser construida por el sujeto. De ello resulta que éste solamente toma conciencia de la contradicción en el nivel en el que llega a ser capaz de superarla, entre otras cosas precisamente por una regulación de las negaciones. No se encuentran, pues, en tales situaciones los compromisos tan frecuentes en el terreno físico, siendo entonces las soluciones de todo o nada, con éxito solamente a partir de la reversibilidad operatoria.

Volveremos sobre estos diversos problemas en las conclusiones generales (sobre todo en IV, p. 326).

§ 4. La contradicción en fenómenos inesperados de equilibrio *(Con B. Engelson)*.—Puede ser interesante examinar también los resultados de una experiencia cuyo esquema es el mismo que el de la precedente: superar la contradicción aparente entre un hecho contrario y una previsión basada en los pesos, pero esto en casos en que la adjunción o la posición de los pesos parásitos parecen

menos paradójicos que en el caso de su fijación sobre la llanta de una rueda. Las pruebas utilizadas consisten al principio en presentar diversos trozos de plástico haciendo prever su posición de equilibrio en caso de suspensión asimétrica, conteniendo algunos un tornillo visible. Después se presentan cajas sencillas (una cuadrada y luego una redonda) que contienen una bola, con o sin conocimiento del sujeto y, finalmente una caja redonda en cuyo interior hay otra cuadrada sin que el sujeto lo sepa, después una caja cuadrada que encierra una redonda (también sin que el sujeto lo sepa), llevando las cajas interiores una bola (sabiéndolo el sujeto).

Desde el estadio I los sujetos prevén el equilibrio del plástico en función del peso o del tamaño de las partes de un lado o del otro del punto de suspensión, pero sin adivinar las causas de las irregularidades que observan.

KAT (5;6): «*La parte grande va para abajo.* — ¿Por qué? — *No sé.* — ¿Y con este trozo? — *Es lo mismo.* — (Pruebas.) *No.* — ¿Puedes explicarlo? — *No.*» Pero después de haber manejado las cajas: «*El trozo* (de plástico) *de arriba* (por encima de la suspensión, aunque sea el mayor) *es ligero.* — ¿Y el otro? — *Los dos son ligeros.* — Entonces, ¿por qué la parte pequeña se va para abajo? — *Porque el agujero está en el medio.* (Inexacto.).»

MAS (5;6): «*La parte grande va para abajo.* — ¿Por qué? — *La parte grande es más pesada.* — ¿Y con este trozo? — *Igual.* (Prueba.) *No.* — ¿Lo sabes explicar? — *El agujero* (de fijación del cordón) *es demasiado pequeño.* — ¿Y si lo hago más grande? — *La parte grande estará abajo.* (Prueba.) *No.* — ¿Lo puedes explicar? — *No.*»

En el estadio II las hipótesis se orientan hacia adjunciones ocultas.

FER (7;9): la parte pequeña «*es más pesada*», hay «*chinas en el plástico*», etc.

CRO (7;10): «*Usted ha puesto algo dentro. Es posible que haya algo más pesado en la parte pequeña.*»

Vemos que, con las mismas previsiones cuyo principio es exacto, la contradicción debida a los hechos sólo produce

en el estadio I explicaciones que se esfuerzan en limitarse a los observables actuales, a riesgo de todo tipo de deformaciones, e inclusive negando lo que se ha comprobado. En el estadio II encontraremos naturalmente residuos de tales conductas; pero como en estos casos la contradicción sólo está desplazada, la lógica operatoria naciente (7-8 años) obliga al sujeto a buscar otra cosa, lo que le conduce más allá de los observables dados perceptivamente.

Por lo que respecta a las cajas y bolas, hay tres (o dos) problemas sucesivos: imaginar la presencia de un cuerpo pesado cuando la caja no se equilibra según las reglas (y no se ha indicado la existencia de la bola), prever las diferentes posiciones de equilibrio de las cajas sencillas cuadradas o redondas con bolas, y finalmente (presentación de cajas dobles), deducir de los hechos observados que la caja exterior contiene otra de la segunda de las dos formas.

No tiene utilidad que volvamos sobre el primero de estos tres problemas, que es análogo al del plástico. En cuanto al segundo, es notable que, sin ser completas, las soluciones del estadio I conllevan ya una gran parte de exactitud:

KAT (5;6): el peso irá «*muy al fondo*». En el cuadrado localiza la bola en el punto más bajo, pero sin relación precisa con el eje. Después de comprobar: «*En la esquina de abajo.* — ¿Por qué? — *Es pesada y puede avanzar en todas las esquinas.* — ¿Por qué ésta? — *La bola va para abajo.* — ¿Y en otra esquina? — *No puede saltar.*»

COR (5;6): «*Irá para abajo... en la esquina de abajo.*»

NAD (6;7) (sin hablar de la bola): «*Hay algo que baja siempre que se da la vuelta... siempre que se da la vuelta, lo más pesado va para abajo.* — ¿Qué piensas que hay? — *Un cubo: está pegado dentro.*»

Nad, como otros sujetos del nivel IB, llega, por tanto, hasta deducir de las posiciones de equilibrio la presencia de un cuerpo pesado («un cubo») en la caja como los del nivel IIA con los bloques de plástico, pero esta suposición es, con seguridad, más fácil en el caso de las cajas, puesto que lo característico de éstas es tener, por lo general, un conte-

nido. El problema interesante es, entonces, establecer cuándo y cómo el sujeto llegará a la conclusión de que existe una caja oculta en el interior de la que manipula. Pues bien, se encuentra la sospecha desde el nivel IIA y la afirmación en el IIB:

CRO (7;10). Caja cuadrada (simple): la bola va *«a la esquina.* — ¿Y si suelto la caja? — *Allí.* — ¿Y si le doy la vuelta? — *Allí»*, etc., cada vez el punto más bajo. «¿Y con esta caja (redonda)? — *Siempre abajo.* — ¿Como en la cuadrada? — *No, la bola gira.* — ¿Por qué la bola se quedaba en las esquinas, en la caja cuadrada? — *Está inclinado.* — ¿Y aquí? — *Siempre puede ir para abajo, está siempre muy abajo.»* — Cuando pasamos, después, a las cajas trucadas, Cro se sorprende al ver una caja cuadrada en posición de equilibrio inesperado: «¿Dónde está la bola? — *Allí.* — ¿Hace como la otra caja? — *No.* — ¿Podrías explicarlo? — *No.* — (Le damos la vuelta.) — *Hace como una caja redonda.* — ¿Te explicas? — *No... hace como una caja redonda.»* Pasamos a la redonda y, de nuevo, se sorprende al comprobar esta vez cuatro posiciones de equilibrio: *«¡Es como la caja cuadrada!»*

ODI (7;9). Caja redonda doble: prevé las mismas posiciones que con la redonda normal, la bola *«se pararía en cualquier sitio.* (Pruebas.) *¡No hace lo mismo! ¡Hace como una caja cuadrada!»* Odi supone entonces que se ha fijado la bola, pero esto no explica las cuatro posiciones. Imagina después que se ha puesto *«cartón»* y finalmente: *«Usted ha puesto una caja cuadrada en el interior.»*

GEN (7;5), con la redonda trucada: «¿Cómo hace? — *Como la caja cuadrada. Habría que convertir la caja redonda en caja cuadrada* (en el interior).»

GIL (8;10). Desde el principio, con la redonda trucada: *«Hay algo en una esquina que es pesado* (se había señalado la bola) *y pegado.* — ¿Y la bola? — *Sigue aprisionada.* — ¿Entonces todo es normal? — *Sí* (gira un poco). — *La bola no está pegada, ahora está aprisionada aquí; hay algo que la retiene, un trocito cuadrado de cartón.* — ¿En todos sitios? — *No.* (Pruebas.) — ¿Cuántas veces está retenida? — *Cuatro, hay un (gran) trozo de cartón cuadrado... hay una caja cuadrada dentro: la bola va a las esquinas.»* Con la caja cuadrada, concluye de entrada: *«Hay algo dentro, una caja redonda y la bola está en la caja redonda.»*

Vemos que, en conjunto, la evolución es la misma que la que se da en la rueda trucada: solución completa del problema en el nivel IIB, y soluciones parciales desde el nivel IIA que bastan, en ese momento, para eliminar las contradicciones aparentes. Pero como es más fácil suponer la existencia de objetos auxiliares en el interior de una caja que en la llanta de una rueda, los sujetos del subestadio IIA llegan, más rápidamente, a partir de la comprobación «hace como una caja redonda» o «como la caja cuadrada» (Cro), a la conclusión de que se ha puesto algo («cartón», dicen Odi y Gil), para limitar las posiciones de equilibrio, y finalmente que ese «algo» tiene una forma cuadrada o redonda. Estas soluciones no exigen el pensamiento hipotético-deductivo del estadio III porque no se trata todavía de introducir las transformaciones comprobadas en el sistema de todos los posibles: basta con ser sensible a las contradicciones, como ocurre desde el comienzo de las operaciones concretas, y por consiguiente no deformar los observables, para concluir que éstos no aportan una explicación aceptable y que es necesario, por lo tanto, añadir nuevos objetos que es cierto que están ocultos, pero que actúan de la misma forma que los factores observables en situaciones simples.

SECCIÓN II.—LAS CURVAS MECÁNICAS

Con Cl. - L. Bonnet

Relacionar la contradicción con las compensaciones incompletas como lo hemos hecho hasta ahora implica ciertamente un desequilibrio entre las negaciones y las afirmaciones, como mostrará más claramente la continuación de nuestros análisis. Para prepararlos, puede ser útil describir brevemente nuevas reacciones, que se añaden a las que acabamos de observar, en el caso de las contradicciones entre un observable y su anticipación por el sujeto.

Se tratará, nuevamente, de ruedas que giran, pero provistas, en un punto o en otro, de un lápiz que dibuja la trayectoria de forma que trace, en este caso, diferentes curvas

mecánicas. El interés de esta situación consiste en que intervienen, entonces, tres variables: el movimiento de la o de las ruedas, el desplazamiento del lápiz empujado por el sujeto y fijado a una rueda, y el dibujo que el lápiz hace al desplazarse (ya que desde el punto de vista del sujeto este dibujo se considera como más o menos correcto, sin estar determinado unívocamente por el desplazamiento del lápiz siguiendo líneas rectas o curvas). Cuando las comprobaciones no están de acuerdo con las previsiones existirán, pues, cuatro o cinco posibilidades de negaciones: 1) que el dibujo no esté de acuerdo con las acciones del sujeto o del lápiz consideradas como correctamente ejecutadas y previstas; 2) que el desplazamiento del lápiz esté entorpecido por el material, a pesar de una acción del sujeto concebida, de nuevo, como bien prevista y ejecutada; 3) que la acción del sujeto empujando al lápiz esté mal ejecutada; y finalmente que la previsión falle, ya sea 4) debido a una perturbación local que obstaculiza la generalidad de la ley prevista (que sigue siendo válida en otros casos), ya sea 5) por no haber diferenciado el movimiento de la rueda y el del propio lápiz, es decir por no haber previsto la ley en su forma completa y exacta. Si este orden corresponde al desarrollo que vamos a examinar, habría en ese caso una evolución interesante de las negaciones, procediendo de la periferia (resistencia de los objetos) al centro (limitación de las afirmaciones del propio sujeto), y equilibrándose sólo tardíamente con las operaciones positivas.

La técnica adoptada se ha centrado, no sobre la explicación causal o geométrica de la producción de las curvas mecánicas, sino sobre las reacciones de los sujetos ante los fracasos de sus previsiones. Fijamos, por ejemplo, un lápiz en el centro de un pequeño disco que atraviesa con su punta y hacemos que siga con este redondelito el contorno de un anillo grande: la previsión, fácil en este caso, es que el lápiz dibujará un «redondel» grande. Igualmente si el móvil pequeño sigue el interior del anillo. Por el contrario, hacemos que el disco ruede a lo largo de una regla recta y en este caso si el lápiz permanece en el centro del móvil el dibujo es una recta aunque el móvil sea circular. Si el lápiz está fijado sobre su circunferencia obtenemos una cicloide. Un caso más difícil todavía es el de un disco cuyo diámetro mide la mitad del de un anillo grande: en ese caso, si

sigue el contorno colocando el lápiz en un punto determinado de la circunferencia del disco, obtenemos una recta, que coincide con el diámetro del anillo. En cada una de estas situaciones pedimos la previsión (verbalmente y con dibujos) sin insistir sobre las razones que, por otra parte, el sujeto proporciona a menudo por su cuenta, y luego le hacemos que recorra el camino, lo que conduce, por lo tanto, a un dibujo según el recorrido. Después de esto preguntamos al sujeto si el trazado corresponde a lo que «pensaba» y luego lo que «piensa de este camino», si «va bien» y también si se obtendrá lo mismo volviendo a comenzar. Se multiplican, si es necesario, situaciones análogas y se puede acabar ayudándose de un «espirógrafo», juego mecánico en el cual los engranajes están hechos de tal manera que, según el lugar donde se coloque el lápiz que parece realizar un trayecto circular, se obtienen formas de flores, curvas diversas e incluso cuadrados y triángulos con ángulos redondeados. No se trata, naturalmente, de pedir la explicación, sino, como anteriormente, de ver simplemente las reacciones del sujeto ante sus previsiones no confirmadas.

§ 5. EL NIVEL IA.—Los sujetos más jóvenes (nivel IA) atribuyen el fracaso de la previsión al dibujo mismo:

DIA (4;0), respecto a un circulito con el lápiz en su centro que gira alrededor de otro grande, prevé «*muy redondo.* — (Prueba.) *Sí*», y luego, cuando el redondel pequeño está en el interior del grande, pero recorre rectas, dice que «*eso* (el redondel pequeño) *ha girado alrededor*», pero que el dibujo «*no ha girado alrededor*», como si el dibujo no hubiera seguido el movimiento del lápiz. Quiere que volvamos a empezar en otro punto de la hoja, y luego «*hay que coger otra hoja*», luego traza él mismo con la mano un círculo contra la circunferencia del redondel grande. A continuación, en presencia nuevamente de rectas, dice «*vamos a coger otro lápiz*» y vuelve a hacer el dibujo a mano, es decir, sin el pequeño círculo y apoyándose contra el grande. Acaba por hacer él solo los redondeles previstos erróneamente sin ocuparse ya de los dos círculos.

ROB (4;3) igualmente no prevé más que redondeles, y cuando el lápiz hace líneas casi rectas encuentra que «*no es muy redondo.* — ¿Entonces? — *No es bonito.* — ¿Cómo hacerlo bonito? — *Hacer alrededor.* — Y este camino, ¿qué piensas de él? — *Está torcido* (el dibujo está mal hecho)».

ISA (4:5) fija el lápiz en uno de los ángulos de un cuadrado, luego de una ancha cruz, y luego de un rectángulo, que hacemos girar

sobre su centro, y espera que los dibujos reproduzcan estas formas en lugar de los trazados circulares que se reproducen de hecho. Prevé redondeles cuando el lápiz fijado en el centro de un círculo pequeño sigue el contorno de uno grande (previsión exacta), pero también cuando sigue una regla recta. Encuentra entonces que los dibujos están mal conseguidos, «*es un poco raro*», etc., y prefiere, para confirmar sus previsiones, hacer ella sola los redondeles sin ocuparse del círculo pequeño.

Wil (4;8) prevé redondeles para todos los dibujos porque el lápiz está en el centro del redondel pequeño. Cuando éste sigue los bordes de un círculo grande, la previsión es correcta, pero cuando pasamos al redondel pequeño que sigue una regla concluye: «*Como el otro: será redondo.*» Al encontrar una recta corrige el dibujo llevando el lápiz en un trayecto circular. Al repetir la misma prueba prevé al principio una sinusoide (intermedio entre el círculo y la recta), y luego: «*Hará un camino.* — ¿Cómo? — *Será redondo.*» Como estas previsiones son desmentidas, dice del lápiz: «*Hace cosas que no están bien, cosas que no son bonitas.*»

Las reacciones de este nivel de partida son de tres tipos. 1) Al principio incomprensión del movimiento del lápiz, porque está indiferenciado de la forma del objeto que sirve de guía o de marco, así como de la forma del círculo pequeño en el que está fijado el lápiz: esto equivale a decir que (excepto que, como en el caso de Isa, se coloque el lápiz en un ángulo de un cuadrilátero o de una cruz) estos sujetos sólo prevén dibujos circulares incluso si el círculo pequeño sigue una regla recta, lo que debería facilitar la previsión de esa forma (Isa y Wil). 2) A continuación el hecho de que, si el dibujo no confirma la previsión, es éste como tal, y no la anticipación del sujeto, lo que se considera el origen del error en cuanto carácter negativo; en efecto, el dibujo equivocado no es concebido como un fracaso del sujeto: es el lápiz en cuanto instrumento de grafismo al que se considera que no obedece a la mano en cuanto móvil sometido a la forma del objeto. En el interior del círculo grande, el lápiz, dice Dia, «ha girado alrededor» (exagera), pero el dibujo «no ha girado alrededor»; el dibujo «no es bonito», está «torcido» (Rob), es un «poco raro» (Isa) y «hace cosas que no están bien» ni «son bonitas» (Wil). 3) No hay entonces más que una solución: corregir el dibujo como si no fuera el resultado necesario del movimiento del lápiz: de

ahí los cambios de las hojas de papel o del lápiz de Dia, los intentos de imponer al lápiz un trayecto circular (Dia y Wil) e incluso los dibujos libres que se desembarazan de los círculos, etc., para dictar al lápiz la verificación de las previsiones.

§ 6. LOS NIVELES IB Y IC.—En un segundo nivel IB el dibujo ya no es una variable independiente y depende enteramente de los desplazamientos del lápiz, pero éstos están a su vez vinculados a los objetos-marcos que imponen a los redondeles pequeños ciertas direcciones. Se desprende de esto que cuando las comprobaciones no están conformes con la previsión, este resultado negativo es esencialmente atribuido al material. Esto puede ser también un defecto de la acción propia, que ha seguido mal el material, pero este desplazamiento de lo negativo a la acción del sujeto parece ser de un nivel ligeramente superior, intermedio entre IB y IIA, y podríamos llamarlo IC. He aquí ejemplos de IB:

JAN (5;6) prevé redondeles cuando el círculo pequeño sigue el contorno del grande, por el interior o por el exterior. Cuando sigue la regla recta, con el lápiz en el centro del pequeño, ya no se prevé un dibujo redondo como en IA, sino que será «*muy recto.* (Dibuja una recta.) — ¿Y así (lápiz sobre la circunferencia del redondel pequeño)? — *Hará todos redondos* (serie de círculos, pero muy separados y no contiguos) *y luego una línea* (una recta correspondiente a la regla, como si el lápiz pudiera seguir a la vez a ésta y al contorno de los círculos). — Vamos a ver (comienzo de cicloide). ¿Es como tú pensabas? — *Sí... No así* (dibujo anterior). — ¿Está bien? — ... — ¿Y así (círculo agrandado en el interior del grande con el lápiz sobre la circunferencia del primero, lo que da una recta = diámetro del grande)? — *Este* (prevé un círculo). — Mira. — *¡Una línea, pero que malo!* — ¿Quién? — *Es éste el malo* (el círculo grande) — ¿(Con un espirógrafo)? — *Un redondel*». De hecho hemos obtenido un triángulo, lo que extraña a Jan: «*Es mucho más normal si un redondel hace un redondel.* — ¿Cómo hacerlo?» Lo dibuja sin el material y luego, ¡vuelve a hablar de malos! «¿Si no fuera malo? — *Haría siempre lo mismo.*»

PHI (5;6) prevé una recta cuando el redondel pequeño sigue la regla [con el lápiz en el centro], pero lo mismo cuando el lápiz está colocado sobre la circunferencia, resultando de hecho una cicloide. Viendo el principio de ésta, la llama un cuadrado, pero

no lo encuentra normal «*porque los redondeles no hacen cuadrados.* — ¿Pero líneas (la recta prevista en el lugar de esta cicloide)? *No, no hacen líneas. Es la regla la que hace líneas*». A continuación intentamos hacerle prever los trayectos del lápiz, pero no los diferencia de las formas del círculo móvil o de los objetos-marcos.

CLA (5;7), en el caso de las falsas previsiones: «*Es culpa del lápiz* (como móvil que acciona el círculo y no como productor del dibujo), *lo hace mal, debería hacerlo bien* (= según el marco).»

CHA (6 años) igualmente prevé una recta para la cicloide así como para el trayecto cuando el lápiz está en el centro del redondel pequeño. Corrige entonces los resultados arrastrando el círculo para obtener dibujos según la previsión.

Vemos que si lo negativo no se atribuye todavía a un error de previsión, ni incluso a un defecto de la acción del sujeto en su manera de sostener o dirigir el lápiz, la responsabilidad de los fracasos no depende ya de los dibujos en cuanto traducen mal los movimientos del lápiz, sino de éste (Cla) en cuanto sigue mal el marco o de los propios objetos-marcos en cuanto impiden hacer redondeles e incluso en cuanto «malos» porque se niegan a «hacer siempre lo mismo» (Jan).

He aquí, por el contrario, ejemplos del nivel IC (sobre todo 6 años) donde lo negativo comienza a relacionarse con la actividad del sujeto, pero, cosa interesante, en cuanto éste dibuja mal, dicho de otra manera, copia mal los objetos o desplazamientos correctamente previstos, y no todavía en cuanto interpreta mal, por no distinguir los casos positivos en los que se verifican las previsiones de los casos negativos en los que intervienen otros factores.

COL (5;2) prevé correctamente «*una raya* (una recta)» para el desplazamiento del círculo pequeño que sigue una regla, pero para dibujarla imprime un movimiento de rotación al lápiz. Cuando el lápiz está colocado en la parte más alta del círculo pequeño, prevé «*una raya arriba*», es decir, una recta que sigue la línea de las partes más altas. Al comprobar un comienzo de cicloide: «*Ha hecho un puente, ha hecho mal: una bajada, una subida.* — ¿Correcto cómo sería? — *Así* (una recta), *hay que hacerla bien.* — (Repetición: comprobación de la misma figu-

ra.) — *Hay que sostener el lápiz un poco más bajo, pero si da de nuevo lo mismo, hay que volver a empezar.* (Nuevo ensayo.) *Se parece de nuevo al puente: hay que hacerlo bien, está siempre, siempre mal»*, etc. Corrige la posición del lápiz, le da la vuelta, etc., pero no cede: «*Es porque ha girado mal*», y así sucesivamente.

RET (6;1) encuentra una línea cuando preveía un redondel: «*Es porque no lo he puesto aquí* (= he seguido mal un marco circular, pues el lápiz ha seguido el diámetro).» Se prevé la cicloide como una recta y luego, después de comprobar que no es así: «*Es porque he hecho así* (sacudidas): *he movido.*» Con el espirógrafo vuelve a las reacciones del nivel IB: «*¡Son redondeles para hacer cuadrados!*»

PEL (6;3) se niega a admitir la cicloide que ha obtenido: «*Creo que está mal.* — ¿Si estuviera bien? — *Estaría muy recto: está mal hecho porque hay un rodeo. Tenía que estar sobre la línea y he girado.* — ¿Y si volvemos a empezar? — *Estará también mal, quizás una o dos veces, pero no siempre.*» Se las arregla entonces para hacer resbalar la rueda sin girarla, resultando una recta: «¿Ha girado así? — *Sí.*»

COR (7;0). Cicloide comprobada: «*Se ha hecho mal, he girado mal*», etc.

Estos casos son muy instructivos. La precisión de la predicción continúa sin ponerse en duda, dicho de otra manera, el niño no considera todavía que la negación pueda atribuirse a los razonamientos del sujeto (error acerca de la generalidad de una ley y obligación de distinguir subclases donde está modificada por factores locales), sino que atribuye el resultado negativo a la acción propia en sus aspectos físicos y en cuanto ésta no ha sabido ajustarse a los datos reales. Hay, pues, pocas diferencias entre las reacciones en los niveles IB e IC, salvo un ligero progreso en el sentido de que este resultado negativo, en lugar de considerarse resultante sin más de un material deformante, solamente proviene aquí de una mala copia debida a los fallos de la acción del sujeto. Por el contrario, hay que distinguir cuidadosamente estas reacciones IC de las reacciones IA, en primer lugar porque las edades medias son de cuatro años

para el nivel IA y de seis años para el nivel IC (entremedias está el nivel IB de cinco años), y sobre todo porque en IA el niño considera el dibujo como si fuera independiente de sí mismo, incluso si es él el que sujeta el lápiz: en efecto, éste se considera como enteramente dirigido por la forma, circular o no, de los objetos y el dibujo debe entonces reproducirla. Si hay un fracaso, entonces es culpa del dibujo, o del lápiz, como si se tratara de un accidente mecánico que le ocurre al sujeto y no de una equivocación de éste, mientras que en el nivel IC hay torpeza del sujeto. Ahora bien, hay aquí un progreso en la subjetivación de la negación, si es que podemos hablar así, incluso si esta actividad del sujeto se considera como totalmente determinada desde fuera, por los objetos circulares o lineales que cree que no tiene más que copiar. En efecto, en este realismo persistente hay, sin embargo, una notable inversión de sentido: al relacionarse con la actividad del sujeto, incluso en el plano de la acción únicamente, la negación se hace instrumental y va a desempeñar cada vez más un papel complementario al de la afirmación.

§ 7. LOS NIVELES DE IIA A III.—Son los que comienzan desde el nivel IIA (7-9 años):

AST (7;6) prevé una recta en el caso de la cicloide con rotación contra una regla, y luego, al ver el comienzo: «*Me he equivocado, esto da unas gafas raras.*» Para continuar esa figura rechaza la hipótesis de círculos yuxtapuestos «*porque no se les puede apretar*», y luego distingue los casos en que el lápiz traza rectas o curvas, diciendo del círculo pequeño: «*Le hacemos dar vueltas de otra manera.*»

ORT (7;6), respecto de una cicloide mal prevista: «*Era falso que yo hubiera hecho un redondel allí*», y luego: «*Si lo hiciéramos en el mismo sitio* (= si se girara el redondel sin avanzar, es decir, si diera vueltas alrededor de su centro), *haría un redondel.*»

RIB (7;6), con el lápiz en el centro avanzando sobre la recta prevé en un momento dado un redondel, y luego, al comprobar una recta: «*No es igual, el redondel se ha girado al revés* (en relación con su desplazamiento global de sentido directo).»

GUG (8;11), prevé para la cicloide una serie de círculos bastante separados y luego efectúa el trazado con el lápiz fijo: «*No es igual, en absoluto.* — ¿Por qué? — *Porque aquí he dibujado con el redondel pequeño y allí me lo he imaginado* (anticipación).»

CAP (8;7) considera imposible obtener una recta con un círculo inscrito en otro y dice al experimentador que le plantea «*una pregunta inútil. No pruebo más*». Y luego, comprobando el hecho: «*Ya está. Es que hemos empezado por aquí* (lápiz en un punto de la circunferencia», pero «*podemos también hacer un redondel*» poniendo el lápiz en otra parte.

Con el comienzo de las operaciones concretas (IIA) la negación cambia de *status* en las presentes situaciones. En primer lugar, el sujeto reconoce de entrada que sus previsiones pueden ser acertadas o falsas: «Me he equivocado» (Ast, Ort, etc.), «aquí he dibujado (obligado por el redondel pequeño), y allí me lo he imaginado» (Gug). Pero sobre todo el sujeto confiere, entonces, inmediatamente a la negación un *status* de utilización operatoria estable, y no sólo un papel heurístico de reconocimiento y de eliminación de errores: una previsión rechazada (por ejemplo, un redondel) sigue siendo cierta en algunos casos A y sólo es infirmada en otros casos A' y de ahí la posibilidad de reunir A y A' en una clase B donde los A' son B *no*-A y los A son B *no*-A'. Por ejemplo, Ort, que preveía uno o varios círculos para la cicloide, reconoce que no es así cuando el lápiz avanza sobre la llanta al mismo tiempo que hace girar la rueda (de ahí la subclase A' sustituida por A), pero mantiene la existencia de una subclase A donde hay claramente el dibujo de un círculo y «esto si lo hiciéramos en el mismo sitio». Queda entonces por encontrar la ley general, en cuanto propiedad de la clase B $(= A + A')$, pero con la condición (en los casos presentes) de lograr coordinar las traslaciones globales de la rueda (desplazamientos del lápiz que arrastra la rueda hacia delante) con sus rotaciones locales, y los sujetos de este nivel sólo lo consiguen en parte. Se limitan, pero esto ya es un progreso considerable, a mostrar por qué su previsión, válida en otros casos, no funciona en tal o cual caso particular, descubriendo poco a poco estos factores de modificaciones.

Desde el nivel IIB (9-10 años), por el contrario, asistimos a tales coordinaciones entre las traslaciones y las rotaciones, es decir, entre los movimientos del lápiz y los del círculo, por fin claramente diferenciados:

ABU (9;8), con el lápiz en el centro: «*Dándole vueltas siempre* (al círculo) *rueda, pero éste será* (trayecto del lápiz) *de todas formas recto.* — ¿Y así (lápiz sobre la circunferencia)? — *No muy recto.* (Dibuja un semicírculo y luego prueba.) *Así, cuando da vueltas, va siempre más lejos, pero no puede hacer el redondel, volver para atrás* (de ahí la cicloide observada).»

PIL (9;10). Lápiz en el centro: «*El redondel gira alrededor y sobre sí mismo y el lápiz no iba ni más alto ni más bajo.* — ¿Entonces? — *Una línea recta.* — ¿Es posible? — *El lápiz se queda en el medio y hace una recta.* — ¿Y así (lápiz sobre la llanta)? — *Cuando el lápiz da la vuelta hace así al avanzar.* (Dibuja una epicicloide con sus bucles.) — Mira. — *No ha funcionado porque el lápiz no podía continuar abajo* (= volver para atrás) *y no ha podido hacer un redondel* (= una curvatura o bucle, de ahí la cicloide).» Por el contrario, con respecto al círculo inscrito en el que un punto del diámetro describe una recta se pregunta si ha «*girado mal una vuelta y eso ha hecho una recta*».

En el estadio III (11-12 años) no hemos observado (teníamos pocos sujetos) una previsión correcta para esta última pregunta, pero sí explicaciones *a posteriori:*

JAN (12;0), que preveía segmentos de cicloides, explica la recta en el diámetro del círculo grande por el hecho de que el círculo inscrito es «*un poco gordo. Esto depende del diámetro del redondel* (inscrito en relación con el otro), *y de donde se coloque el agujero* (del lápiz): *muy en el borde, en el interior o en el medio*».

Este comienzo de coordinación de las traslaciones y las rotaciones ya bien diferenciadas en el nivel IIB recuerda las reacciones del mismo nivel en la rueda trucada de la sección I de este capítulo: igual que los sujetos IIB descubren que el peso desciende siempre (clase *B)*, pero que situado en el centro de la rueda o hacia delante la arrastra hacia abajo (subclase *A)*, mientras que colocado atrás y arriba de la rueda la hace subir un poco la pendiente (subclase *A'* = los *B no-A)*, igualmente los sujetos de este nivel IIB com-

prenden, en lo que se refiere a las curvas mecánicas, que hay siempre rotación de los círculos sobre ellos mismos, coordinada con los movimientos del lápiz (en general traslaciones) que hacen avanzar el círculo, pero que, según los puntos de fijación del lápiz, los objetos-marcos y los tamaños de los círculos en relación con éstos, se pueden obtener resultantes aparentemente contradictorios (de ahí los *B no-A*, etc.), como círculos, rectas o cicloides, e incluso (en el estadio III) rectas que resultan de la rotación de un círculo inscrito, en el que un punto del sector de su circunferencia recorre el diámetro del círculo envolvente.

§ 8. CONCLUSIÓN.—En resumen, la evolución, que hemos trazado sumariamente, de las negaciones (o de los mentís a las previsiones), que conduce del nivel IA a los niveles IIB y III, parece poseer una significación muy general. Los caracteres negativos iniciales (cuando se trata de fracasos en las previsiones cuya validez quiere mantenerse a toda costa) se atribuyen al principio solamente a los objetos exteriores, considerados entonces como simples factores de perturbaciones: fallos en el dibujo interpretados como si fueran debidos no a las acciones del sujeto, sino a la falta de dependencia necesaria entre el grafismo y los movimientos del lápiz; y luego resistencia de los objetos (objetos-marcos, móviles circulares o el lápiz mismo) que no ejecutan las tareas que deberían cumplir para verificar las previsiones consideradas todavía como exactas. Luego la negación se atribuye a las acciones del sujeto, pero siempre de un modo realista, es decir, en cuanto estas acciones no consiguen su objetivo que consiste en copiar lo real verificando previsiones, concebidas, una vez más, como exactas. Solamente después de esto, en el nivel IIA, es la previsión del sujeto la que se considera falsa, con un comienzo de comprensión del porqué de sus fracasos o de sus éxitos, pero todavía sin estructuración o clasificación suficientes de los casos favorables (afirmaciones confirmadas) y desfavorables, mientras que en el nivel IIB esta comprensión progresa y anuncia un equilibrio estable de las afirmaciones y las negaciones.

La significación de esta evolución es, pues, que hay, si

es que podemos expresarlo así, subjetivación o interiorización progresivas de la negación, en la medida en que pasa de perturbación exterior y contingente, a operación necesaria del pensamiento. En sus comienzos, la afirmación ejerce una primacía sistemática en cuanto toma de posesión inmediata, absoluta y casi infalible de las propiedades del objeto, y entonces los errores de previsión se conciben como si se debieran a perturbaciones materiales que impiden a la afirmación triunfante (de derecho) alcanzar (de hecho) su objetivo, y de ahí la necesidad de compensarlas mediante anulaciones o correcciones. Se produce un avance en el nivel IC cuando el fracaso de la previsión se atribuye a las lagunas de la acción del sujeto, pero sin que esto perturbe todavía el realismo de la afirmación, consistiendo la compensación solamente en corregir las perturbaciones de la acción destinada a satisfacer la previsión. En el nivel IIA se acentúa, por el contrario (en los casos presentes), la subjetivación: las previsiones se conciben como susceptibles de errores (lo que naturalmente puede ser más precoz en casos más simples), y esto significa que la afirmación no es una conquista inmediata, y que debe proceder por etapas. Pero entonces la negación se valora más; se hace a la vez limitación y complemento de las afirmaciones, las cuales, acertadas para una subclase de objetos, pueden ser falsas para otra y recíprocamente. En este caso las perturbaciones exteriores, que existen pero que eran consideradas equivocadamente como la sustancia misma de los errores en cuanto obstáculos para el éxito de las afirmaciones, comienzan a integrarse en el sistema y, partiendo de ser perturbaciones que deben anularse o compensarse materialmente, pasan a ser variaciones que se consideran positivamente, aunque distintas o inversas de otras de las que constituyen, entonces, lo negativo. En el nivel IIB, en este caso particular, o de forma general, en la medida en que los observables son bien observados y comprendidos, las afirmaciones y negaciones se equilibran más y en el estadio III se compensan exactamente: lo que es verdadero pero específico de una clase *A* no lo es de su complementaria *A'*, dependiendo ambas de las propiedades de *B* (pero no de *B'*, etc.); toda subclase o clase *A* se caracteriza, entonces y necesariamente, por tantas

negaciones (ser *no-A'* aunque *B*, etc.) como afirmaciones. De esta manera culmina la subjetivación de las negaciones, al mismo tiempo que la relativización de las afirmaciones, desembocando estos dos procesos conjuntos y solidarios en la equilibración tardía aunque obligada de los aspectos positivos y negativos de todo sistema operatorio.

6. LAS CONTRADICCIONES EN LAS COORDINACIONES DE OBSERVABLES (balanza)

Con C. Kamii y S. Parrat-Dayan

El problema de la balanza ha sido estudiado en numerosas ocasiones y sus enseñanzas psicológicas pueden parecer agotadas. Sin embargo, lo hemos elegido para examinar un problema que se plantea a propósito de las formas elementales de contradicción: ¿podemos, y en qué sentido, considerar como contradictorias previsiones observadas en un cierto nivel y que parecerán claramente absurdas a los sujetos de niveles siguientes, por ejemplo que, si ponemos un mismo peso en los platillos de un balanza, van a descender los dos? Está claro que la primera respuesta que se nos ocurre es que no hay, en este caso, nada de contradictorio para un sujeto que ignora la igualdad y el sentido contrario de las acciones de estos pesos respectivos en los dos platillos o que consideran que la barra es flexible. Pero si nos situamos en el punto de vista, no de las contradicciones lógicas (es decir, entre enunciados inferidos a partir de nociones definidas), sino del equilibrio entre las acciones u operaciones del sujeto, está claro que el problema se plantea de modo diferente; por un lado, se trata de saber hasta dónde llega el sujeto en las consecuencias de sus suposiciones, o si éstas permanecen, por naturaleza, inestables; pero se trata también de establecer hasta dónde es capaz de presentir otras posibilidades según la línea de «trabajos virtuales» en un sentido doble, a la vez físico (lo que puede modificar el estado de la balanza) y cognitivo (las diferentes hipótesis que la situación sugiere).

TÉCNICA.—La balanza utilizada lleva dos platillos, *A* y *B*, suspendidos de dos cadenas en los dos brazos de la barra. Exactamente encima de los puntos de suspensión la barra tiene unas pequeñas varillas verticales, *A'* y *B'*, donde se pueden ensartar pesos en forma de arandelas, así como colocarlas en los platillos. Estos pesos son todos iguales.

Preguntamos en primer lugar qué ocurrirá si colocamos un peso en *A* o en *B*, y luego lo que hará el otro platillo (vacío). Si se considera que *A* desciende y que *B* sube hacemos precisar cuánto para ver si hay previsión de una igualdad o no de las diferencias o si uno desciende más de lo que el otro sube, etc. Preguntamos también si estos movimientos son simultáneos o sucesivos. Después de las comprobaciones y preguntas análogas acerca de *A'* y *B'*, hacemos prever los efectos de un peso colocado en cada platillo (con inicio de dos gestos simultáneos). Después de la comprobación la pregunta trata sobre la adjunción + 1 (2, pues, en total) en cada platillo. A continuación previsión de los resultados de 8 arandelas en *A* y 0 en *B*, y luego pedimos al niño que actúe para que los dos platillos se coloquen a la misma altura. Cuando el sujeto ha llegado a 8 y 8 preguntamos qué pasará si quitamos — 2 de un lado (y luego — 4, etc.) o si a los 8 = 8 añadimos + 5 en cada lado a la vez (puede haber previsión de una igualdad de niveles, pero con descenso general, etc.). Y si ponemos 1 en *A* y 0 en *B*, ¿hasta dónde descenderá *B* y subirá *A* si ponemos también 1 en *B*?

Una última pregunta, pero también esencial, sobre el sistema *AB* consiste en poner 4 en *A* y 4 en *B*, pidiendo al sujeto que haga subir *A:* el interés reside en ver si logra las dos acciones posibles de añadir en *B* o de quitar en *A* o si no piensa nada más que en la primera.

Pasamos finalmente al sistema *A'B':* con 8 en *A* y 8 en *B*, ¿qué ocurrirá si desplazamos 2 pesos (y luego 4, etc.) de *B* a *B'*? Y luego con 4 en *A'* y 4 en *A* pedimos al niño que encuentre una altura igual para los dos platillos poniendo lo que quiera en *B* y en *B'*, pero sin hacer lo mismo que en *AA':* por ejemplo, 6 en *B* y 2 en *B'* o a la inversa.

§ 1. EL NIVEL IA.—En primer lugar he aquí los hechos:

GAB (4;10): «¿Si pongo 1 en *B*? — *Me gustaría probar poniendo 2* (1 en *A*, 1 en *B*, cosa que hace). — (Se quitan los pesos.) —¿Y 1 en *B*? — *Va a bajar.* — ¿Hasta dónde? — (Señala hasta el suelo.) — ¿Y el otro (se señala a *A* sin pesos)? — *Va a ser la misma cantidad* (señala también una bajada, pero de 5 cm. solamente). — ¿Bajarán los 2 si yo pongo 1 solo aquí *(B)*? — *Sí, va a bajar hasta aquí* (el suelo para *B*). — ¿Pero con el otro qué ocurrirá? — (Esta vez señala 2 cm. por encima de *A*.) — ¿Va a subir? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque éste (B) bajará.* — ¿Entonces

por qué sube? — ... — ¿Sabes por qué? — ... — ¿Dónde irá? — (Señala esta vez 3 cm. de bajada para *A.)* — Mira. (Prueba.) ¿Es exacto? — *Sí.* — ¿Como tú decías? — *Un poquito más alto.»* Con 1 en *A* dice primero que *B* bajará y que *A* subirá (lo que acaba de ver en sentido inverso); pero luego «*van a bajar juntos*» y luego de nuevo subida y bajada. Ponemos uno en *B'*: «*Va a bajar* (pero 3 cm. solamente, mucho menos que en *B). —* ¿Y allí *(A)? —* (Subida de 5,5 cm.) — ¿Este sube más que lo que el otro va a bajar? — *Sí.* — ¿Por qué? — ...» Después de la comprobación ponemos 1 en *A'*: «*Este (B) va a subir más* (el mismo error).» Una arandela enganchada bajo el platillo de *B:* «¿Se moverá? — *No, no va a bajar porque no está allí o allí* (en *B* o en *B').*» 1 en *A* y 1 en *B:* «*No sé, van a bajar hasta allí* (2,5 cm. cada uno). — Mira. (Prueba.) ¿Es como tú decías? — *Sí* (han permanecido en equilibrio, pero con un ligero balanceo al principio). — Añado 1 aquí y allí *(A* y *B). — Va a bajar.* — ¿Los 2 ó 1 solamente? — *Los 2.* (Señala 2 cm.) — Ponemos el dedo para ver si es cierto. (Prueba.) ¿Es como tú decías? — *Sí.* — ¿Hasta el dedo de la señora? — *Un poco menos.* — ¿Pero ha bajado? — *Sí.* — Añado también 1 aquí y allí (3 en total en *A* y en *B). —* (Indica una pequeña bajada de 1 cm. aproximadamente.) — Pon tu dedo para ver. (Prueba.) ¿Es exacto? — Dónde (¡mueve su dedo hacia arriba!). — ¿Has hecho un poquito de trampa? — *No* (seria).» 8 en *A* y 0 en *B*: «¿Qué podemos hacer para que suba *A*? — *Hay que poner 8 allí (B).*» Pero espera una subida mínima de *A* y un ligero descenso de *B* y se sorprende mucho del equilibrio. «¿Y si añadimos 5 y 5? — *Este (B) va a bajar* (3 cm.). — ¿Y el otro? — *Igual* (bajada de 5 cm.). — ¿Por qué? — *Porque son más pesados en los dos lados.* — (Prueba.) — *¡No ha bajado!* — ¿Por qué? — *No sé.* — (De nuevo 8 y 8.) ¿Y si quitamos 2 aquí *(B)*? — *Va a bajar más abajo.* — ¿Y el otro lado? — *También.* — ¿Y si quitamos los 8 aquí *(B)*? — *Va a estar totalmente vacío y el otro (A) va a bajar.* — ¿Y *(B)*? — *Va a quedarse a la misma altura.* — ¿Sí? — *O bajará un poco.* — ¿Y si (0 en *A* y 8 en *B)*? — *Allí (A) se queda igual y (B) baja.*» Se quita todo. «¿Y si (8 en *A* y 8 en *B* como antes? — *Van a bajar los dos* (1 cm. cada uno). — ¿Cuándo? — *Al mismo tiempo.* — (Prueba: hace trampas de nuevo.) *Han bajado.* — ¿Pero tú has hecho un poco de trampa? — *No.*» Para hacer que suba *A* (por ejemplo, $A = 7$ y $B = 8$) sabe añadir enseguida peso en *B*, pero no concluye que quitándolo esto hace bajar *A*. Si 4 y 4 en *A* y *A'* y en *B* y *B'* y se ponen los 4 de *B* en *B'*: «*(B) va a subir, porque será más ligero.*» Si suspendemos un peso en *B* por un hilo, *B* bajará 1 cm. y *A* subirá 5 cm.

JUA (4;11) ve el parecido con un columpio y prevé que 1 en *B* lo hará balancearse horizontalmente. «*Y luego éste (A) vuelve a subir.* — ¿Y si (1 en *A)*? — *Va al suelo y éste (B) va a subir.* — ¿Y

si (1 en *A* y 1 en *B*)? — *Van a bajar los dos* (1 cm. y luego 5 cm. cada uno). *¿Puedo probar?* (pone al mismo tiempo 1 en *A* y 1 en *B*, extrañado). *¡Ah! ¡No baja! Se queda del mismo lado. Pero si quito* (1 en *B*) *éste (A) va a bajar.*» Para que estén a la misma altura propone «*1 aquí (A) y varios aquí (B)*» y luego por simetría «*y varios aquí (A)*». Llega al final sin contarlos: «¿Y si quito 1 aquí *(B)*? — *(A) va a balancearse así* (de izquierda a derecha). — ¿*(B)* no va a subir? — *No. Va a subir si quitamos las dos piezas* (= en los dos platillos). — ¿Hasta dónde? — *Allí* (5 cm. a cada lado). — ¿Si vacío *A* y dejo en *B* subirá? — *Sí, creo.* — ¿Y *B*? — *Se quedará igual* (a la misma altura).»

PAI (4;11): «*Tengo un columpio así en casa.*» Prevé, sin embargo, que con 1 en *B* (y 0 en *A*) «*van a columpiarse los dos así* (horizontalmente)» y luego a bajar los dos, pero no al mismo tiempo. Después de la comprobación prevé que 1 en *A* y 0 en *B* harán que *A* descienda y *B* suba. «¿Y si (1 en *A* y 1 en *B*)? — *Van a ir los 2 abajo.* — Vamos a ver. — *Sí* (no) *van a ir los 2 para arriba.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque tengo un columpio y ya he visto esto.* (Prueba.) *No, se ha quedado igual.* — ¿Y si (+ 1 y + 1)? — *Se van a poner los 2 así* (subir o bajar)... *Se van a quedar así.* — ¿Por qué? — *Porque hay muchos columpios así.*» Pero luego, después de haber vuelto a comprobar el equilibrio con 8 y 8 piensa que si añade 5 y 5 «*éste (B) va a ir para abajo.* — ¿Y el otro? — *Para arriba.* — ¿Por qué? — *Porque ponemos 5 aquí y 5 aquí* ... (No.) *Esto va a ir igual.* — ¿Qué crees? — *No sé.* (Comprobación.) *Sí, porque hay mucho allí y mucho aquí* (simetría)».

DEL (5;0) piensa que con 1 en *B* y 0 en *A* «*van a columpiarse* (verticalmente los dos). — Pero ¿si dejo (1 en *B*)? — *Se columpian todo el rato.* — ¿No se paran? — *Cuando se sujeta ya no se columpian*», si no «*no se para*».

CLA (5;4). 1 en *B*: «*Será pesado.* — ¿Se va a mover el platillo? — *No.* — ¿Y el otro? — *Tampoco.* — Mira... — *¡Bien!, se ha inclinado (B).* — ¿Y *A*? — *Ha subido.*» 1 en *A*: «*Va a irse abajo y el otro a quedarse arriba*», y luego *(B)* subirá, «*porque la arandela es pesada*», pero *B* subirá poco «*porque esto* (el platillo) *no es tan grande*». *Además uno baja antes y luego éste sube.* (Comprobación.) *Han ido a la vez*». 1 en *A* y 1 en *B*: «*Los dos bajan* (bajarán al mismo tiempo).» Y luego comprueba con extrañeza el equilibrio y con 8 y 8 también. «¿Y si añadimos 5 y 5? — *Bien, los dos van a bajar.* — ¿Dónde? — *Hasta abajo, a la vez.* — ¿Y 4 y 4? — *Se quedarán así* (equilibrio). — ¿Y con 5 más? — *Van a bajar.* — (Comprobación.) — *No tenía razón.*» Después de una

semana, 1 en *B*: «*Va a bajar.* — ¿Y (*A*)? — *También.* — ¿Hasta dónde? — *Allí* (10 cm.). — ¿Segura? — *Se queda arriba.* — ¿No se mueve? — *No.* (Comprobación.) *No.* — ¿Y (1 en *A*)? — *Creo que los dos van a bajar y luego los dos a subir a la misma altura.* — ¿A la vez? — *Sí.* — ¿Cómo es eso? — *Porque es pesado.*» Con 2 y 2: «*Van a bajar.* (Comprobación.) — *No bajan. Porque es pesado, se quedan donde estaban.*» 8 en *B*: «*Voy a poner mucho allí (A) y luego esto va a estar a la misma altura.* — ¿Y si quitamos todo de *A*? — *Va a bajar hasta abajo* (— 50 cm.). ¿Por qué? — *Porque no hay más.* — ¿Y *B*? — *Va a subir porque hay.* — ¿Y con 5 más en cada uno? — *Entonces los dos van a ir hasta abajo. Van a bajar los dos.*» Y luego cambia de idea: prevé el equilibrio, pero con 4 y 4: «*Esto baja*», etc.

Wic (5;10). Las mismas reacciones de bajadas simultáneas, etc., y luego, después de las comprobaciones: «*Ya no sé nada, ya no creo nada.*» A todas las preguntas: «*Hay que probar*», incluso para las igualdades. Y con 8 y 8: «*Nuevamente se ha quedado allí. Si se dijera que subía (B* porque *A* tiene al principio sólo 8 pesos), *no sería cierto.*»

Bis (5;11) comienza, por el contrario, brillantemente: con $A = 1$ y $B = 0$, *A* va a bajar y *B* a subir, y luego a la inversa con $B = 1$ y $A = 0$. Pero con $A = 1$ y $B = 1$, «*éste (B) va a subir y éste (A) a bajar hasta abajo.* — ¿Y de nuevo 1 y 1 (es decir, 2 y 2)? — *Van a bajar los dos.* (Prueba.) *¡Huy! Esto se queda igual.* — ¿Por qué? — *Porque hemos puesto 2 y 2, entonces esto se queda siempre arriba.* — ¿Y si de nuevo 1 y 1? — *Esto (A) va a bajar y esto (B) va a bajar también.* — ¿Los dos? — *Sí.* (Comprobación.) *¡Ah!, siempre* (acentuando la palabra) *igual.* — ¿Es normal? — *Hay algo que no funciona.*» A continuación Bis sólo ve un medio para realizar el equilibrio: «*Quitar todo esto y todo esto* (en *A* y en *B*). — ¿Y así ($A = 4$ y $B = 0$)? — *Esto ha bajado porque no hay lo mismo.* — ¿Entonces cómo hacer para que esté a la misma altura? — ... — Prueba. — *Poner 10* (en *B*).»

Can (6;6) tiene aún, a pesar de su edad, reacciones análogas. Además, cree al principio que si $A = 1$ y $B = 0$, *A* «*va a columpiarse* (de arriba abajo) *y el otro no (B)*». Después de la comprobación piensa, con respecto a $B = 1$ y $A = 0$, que *B* va a columpiarse y *A* «*un poquito, pero va a pararse muy deprisa y el otro va a continuar*».

Dos conocimientos previos parecen intervenir en estas frases que en su conjunto parecen batir todos los récords en cuestión de contradicción, pero si uno es relativamente

estable, el segundo no lo es en absoluto y pueden ser contradictorios entre sí. El primero es que los pesos tienden en general a bajar, pero hay excepciones: Pai dice que $A = 1$ y $B = 1$ van a ir «los dos para arriba» (después de haber supuesto para abajo), pero puede ser una reminiscencia mal interpretada de los columpios; Cla, por el contrario, sin referencia a éstos, piensa que si $A = 0$ y $B = 8$, el primero bajará porque ya no tiene nada que llevar y el segundo subirá, sin duda porque el peso es grande. El segundo de estos conocimientos previos, debido probablemente a la experiencia de los columpios (pero esta vez bien asimilado), es que un peso al bajar en un extremo de una barra puede ocasionar la subida de otro en el otro extremo: esto es lo que sostienen momentáneamente Gab, Jua, Pai, Cla y Bis. Pero dos circunstancias fundamentales limitan en este nivel el alcance de esta relación. Una es que en parte es contradictoria con la tendencia del peso a bajar, y de ahí la notable frecuencia, en este nivel IA, de la idea de que los dos platillos *A* y *B*, provistos de peso en las dos extremidades de la barra, van a bajar ambos (y luego, pero más raramente, volverán a subir los dos si se quita todo, como dice Jua). La segunda de estas razones, que incluye en parte a la primera, es que los comportamientos de los platillos *A* y *B* (o de los pesos que cargan) son independientes uno del otro y que no hay, pues, una relación necesaria entre ellos asegurada por la barra, como si ésta fuera flexible y se prestara a todas las combinaciones.

Evidentemente, es esta falta de coordinación entre los dos lados *A* y *B* de la balanza lo que constituye la fuente de las innumerables incoherencias que ponen de manifiesto las respuestas de esos sujetos: cuando uno de los móviles sube o baja, el otro puede hacer lo mismo, hacer lo contrario o quedarse en su sitio; cuando uno sube en el momento en que el otro baja no hay igualdad de las diferencias de niveles y no es necesario que las cosas sucedan al mismo tiempo, puesto que la subida puede desencadenarse posteriormente (y nunca es explicada causalmente); cuando uno de los platillos se balancea el otro puede hacer lo mismo o quedarse inmóvil, etc. El único sujeto juicioso es Wic, que concluye «Ya no sé nada, ya no creo nada» y que, después

de haber dicho que *B* subía (cuando no tenía peso mientras que *A* tenía ya 8) dice que «no sería cierto», puesto que, con la igualdad (8 = 8), se queda en su sitio. Los dos problemas que se plantean son entonces saber si esta falta de coordinación entre *A* y *B* constituye ya, por sí misma, una situación contradictoria y, por otra parte, cuál es la naturaleza de las contradicciones que entraña. Ahora bien, si, desde el punto de vista lógico, la hipótesis de una barra provista de elasticidad y que permita a los dos platillos subir o bajar juntos no tiene nada de contradictorio, es preciso observar, desde el punto de vista psicológico, que el sujeto no dice ni imagina nada parecido. Lo que él intenta es prever lo que hará uno de los lados de la balanza con tal o cual peso, y, puesto que se le pide, anticipar también las relaciones con lo que hará el otro lado. Pero incluso después de las comprobaciones, estos dos tipos de previsiones presentan el carácter sorprendente de carecer de toda regularidad, como si los efectos del peso sobre uno de los lados, y sobre todo sus repercusiones sobre el otro, careciesen de necesidad. Dicho de otra manera, el sujeto sólo se dedica a un mínimo de inferencias, mientras que parece muy preocupado por aprovechar el máximo de posibilidades que se le ocurran. Dirá, pues, en general, que el peso hace bajar, pero no pensará nunca que en caso de adjunción de un peso está excluido que esto haga subir el objeto (Pai llega a suponer, al principio, que al añadir 5 y 5 a un *A* y un *B* en equilibrio, esto hará que uno suba y el otro baje). Dirá, en algunos casos, que si un peso hace bajar un lado, el otro va a subir, pero esto no tiene nada de necesario (puesto que, muy frecuentemente, se considera que bajan los dos) y no se excluye en absoluto que se produzca lo contrario, etc.

Desde el punto de vista de la contradicción la situación es, pues, clara. No hay contradicciones lógicas en el sentido de una discordancia entre los enunciados inferidos y las definiciones o las premisas, puesto que no hay ni definiciones ni premisas estables y muy pocas inferencias. Pero hay desequilibrio continuo e incoherencia del pensamiento, puesto que las afirmaciones dominan constantemente sobre las exclusiones o negaciones, mientras que toda deducción coherente supone una compensación exacta entre las unas y las

otras. La ausencia de relación funcional entre los dos lados de la balanza es, pues, la expresión de una carencia general de coordinaciones, por falta de inferencias necesarias, es decir, de la reversibilidad de las operaciones. Esto es particularmente claro en las preguntas sobre el equilibrio que parecen, sin embargo, las más simples. En algunos casos el sujeto lo prevé por razones de simetría (esto ya no se moverá con 13 = 13, dice Pai «porque hay mucho y mucho», pero después de haber previsto que un lado va a subir y el otro a bajar). Aunque no se trata todavía en absoluto de dos acciones contrarias que se compensan y Bis, en particular, a pesar de sus comienzos brillantes (*B* va subir y *A* a bajar, etc.), piensa que habrá también subida y bajada para *A* = 1 y *B* = 1, y luego bajada general si se aumenta (2 y 2, etc.), y acaba concluyendo: «Hay algo que no funciona.» Esta es la única exclusión que hemos observado entre los sujetos, pero, como se ve, ¡sólo excluye la relación más racional de todas!

§ 2. EL NIVEL IB.—Comienzo de las coordinaciones, pero en un único sentido.

MAR (5;9), con *B* = 1 y *A* = 0: «*Este un poco más bajo (B) y el otro un poco más alto (A). Y si lo ponemos allí* (al peso en *A*) *éste (B) subirá.* — ¿Hasta dónde? — (Subida de 25 cm. y bajada de 7 cm.) — ¿Va a subir más de lo que va a bajar el otro? — *Sí, porque el peso pequeño* (en *A* o en *B*) *hará subir este peso* (el platillo vacío). — ¿Y (*A* = 1 y *B* = 1)? — *¡Oh!, no se sabe si éste (A) irá más bajo o si es éste (B).* — ¿Cómo? — *No puede saberse... Quizás éste bajará, quizás éste.* — ¿Los dos no? — *No, los dos no, porque si hay uno que pesa bastante el otro subirá. Y si éste baja eso hará que suba éste.* — ¿Estas dos arandelas pesan lo mismo? — *Sí.* — ¿Entonces? — *Entonces irán a la misma altura.* — ¿Dónde? — *Aquí o aquí,* etc. (todas las alturas hasta al suelo)». Con *A* = 8 no encuentra ningún medio para que *B* esté a la misma altura: «¿Cuántas hay? — *8. ¿Ah!, hay que poner 8.*» — Pero si quitamos 1 de *B* «*irá más bajo.* — ¿Por qué? — *Porque habrá... no, subirá, éste (A) porque habrá más piezas*», mientras que el otro «*bajará porque habrá pocas piezas*». Y luego, si quitamos todo de A «*éste (B) bajará porque es pesado.* — ¿Pero me has dicho hace un momento que esto sube cuando es pesado? — *¡Ah!, sí, es verdad, es verdad.* — ¿Qué crees ahora? — *No, esto bajará*». Con 5 y 5 cree una vez más que no

se sabe si uno de los dos va a bajar o a subir y luego concluye que «*se quedará del mismo tamaño*».

WOU (5;3). 1 en *B*: «*Se bajará* (señala 10 cm. más abajo). — ¿Y el otro? — *Subirá.* — ¿Hasta dónde? — (14 cm. más arriba.) — ¿(1 en *A*, 0 en *B*)? — *(A) bajará y (B) subirá.* — ¿Y si (*A* = 1 y *B* = 1)? — *Se quedará en el mismo sitio, porque los dos pesan lo mismo.* — ¿Y (5 y 5)? — *Se quedará a la misma altura.*» Este comienzo parece ser del nivel IIA, pero después de haber igualado 8 y 8: «¿Y si quito 1 de *(B)*? — *Estará más bajo.* — ¿Y si añado 1 a *(A)*? — *Estará más bajo.* — ¿Y si quito 1 de *(A)*? — *(A) se bajará y (B) subirá.* — ¿Y si quito 1 de *(B)*? — *Subirá y (A) se bajará.* — ¿Y si quito los 8 de *(A)*? — *Bajará.* — Mira (comprobación). — (Desde las primeras arandelas quitadas.) *¡Va a subir, va a subir!* — (8 en *B* y 0 en *A*.) ¿Si quito 1 de *(B)*? — *Subirá un poquito*», pero con *A*=8 y *B*=0: «¿Si pongo 8 en *(B)*? — *(B) bajará y (A) no subirá.* — ¿Segura? — *No.* (Indica entonces una pequeña subida para *A* y una gran bajada para *B*.)» En cuanto a los pesos en *B'*, piensa que baja más que en *B* «*porque allí (B') está arriba.* — (8 en cada platillo.) ¿Si (1 de *B* pasa a *B'*)? — *Allí (B) estará más bajo.* — ¿Y 2 de *B* en *B'*? — *Todavía más bajo*», etc. Con *A* = 2 y *B* = 2: «Quisiera que hicieras subir *(A)*. — *Si ponemos más allí (B), el otro subirá.* — Pero ¿sin poner nada? — (No encuentra ninguna otra solución.) — ¿Si quito 1 de *(B)*? — *Subirá y el otro bajará.* — ¿Y para hacer que suba *(A)*? — *Hay que poner 1 en (B).* — ¿Se puede hacer de otra manera? — *No.* — ¿No hay forma? — *No.*»

FED (5;4). El mismo comienzo correcto, pero «*(A) sube más de lo que (B) va a bajar, porque (B) tenía el peso.* — ¿Entonces *(A)* estará? — *Más alto*». Si *A* = 1 y *B* = 1: «*Hará el mismo tamaño* (equilibrio).» Con *A* = 8, llega a igualar, pero «¿si quito 1 en *(B)*? — *Estará más bajo.* — ¿Cuál? — *Este (B), porque habrá 1 que faltará.* — ¿Y si quito los 8 de *(A)*? — *Estará más bajo que (B) porque ya no habrá más pesos pequeños.* — ¿Y si 5 y 5 en lugar de 8 y 8? — *Estará un poquito más alto.* — ¿Cuál? — *Los dos* (señala 4 cm. más arriba del punto de equilibrio)».

JAS (6;10). 1 en *A* y 0 en *B*: «*Este (A) va a bajar* (señala 12 cm.) *y éste (B) va a subir* (25 cm.). — ¿Este sube más de lo que éste baja? — *Sí, porque éste va para abajo a la vez, entonces es pesado... éste (A) va a pesar más, entonces éste (B) todavía más ligero.* — ¿*(A)* baja a la vez que *(B)* sube? — *No,* y luego duda y mira atentamente en el momento de la prueba antes de decidirse. «¿Y si (*B* = 1 y *A* = 1)? — *Estará en el mismo lugar porque los dos son ligeros.* — ¿Y si + 1 en los dos lados, es decir,

$A = B = 2$)? — *Este (A) va a bajar un poquito y (B) va a bajar un poquito. Entonces esto va a estar en el mismo sitio.* — ¿Por qué no se va a mover? — *Va a bajar... espere... va a estar siempre así.* — ¿Por qué? — *Porque éste (A)... porque éste (B)... porque uno no puede ser más pesado que el otro.*» Lo mismo con $8 = 8$, pero si 7 en *B*: «*Va a bajar un poquito porque es menos*», y a continuación previsiones correctas.

CRI (6;3). Las mismas previsiones correctas al principio, excepto que uno desciende más de lo que el otro sube. 8 y 8 = equilibrio. «¿Y si añado 5 y 5? — *Recto; los dos el mismo peso.* — ¿Y si las 5 allí *(A')* y allí *(B')*? — *Los dos igual*», pero cree que los dos platillos que contienen 8 y 8 estarán entonces un poco más bajos. Por otra parte si $A = 4$, $A' = 4$, $B = 4 - 2$ y $B' = 4 + 2$ (al pasar 2 de *B* a *B'*); «*bajará así* (lado $B' = 6$)».

PAR (7;0). 1 en *B* lo hace bajar 4 cm. y hace subir a *A* vacío hasta 12 cm., pero «*uno se mueve primero*», el que baja debido al peso, y luego hace subir al otro. Por el contrario, con 8 y 8 (previsión exacta de equilibrio). Par cree que quitándole 2 a *B* «*éste (B) debía subir y (A) no debía bajar*»; pero después de la comprobación corrige sus previsiones posteriores.

El nivel IB es, de forma general, el de la elaboración de las funciones constituyentes, es decir, de las dependencias a la vez semilógicas y semicausales en cuanto orientadas en un único sentido (el de la «aplicación»). En el caso particular cada uno de estos sujetos prevé efectivamente que el peso en uno de los lados lo hace bajar siempre (o casi siempre: cf. el final de Mar) y que «hace subir» al otro (cf. esta expresión causal en el mismo Mar). Hay, pues, comienzo de acción de uno de los lados de la balanza sobre el otro, pero no se trata todavía de una reciprocidad en el sentido de una compensación de las acciones del peso orientadas en sentidos contrarios. En primer lugar esta subida del lado ligero bajo la influencia del pesado no va acompañada de una igualdad en las diferencias de nivel ni incluso, a menudo, de simultaneidad: para Mar *B* desciende 7 cm. solamente cuando *A* sube 25 cm. debido a la potencia de *B*, etc. En segundo lugar la acción de hacer bajar debida a un peso que se añade no supone, en absoluto, como lo habíamos visto ya con B. Inhelder, la comprensión de la acción recíproca de levantar un peso: por ejemplo, Wou piensa

que si se quitan 8 pesos de *A* éste «va a bajar», etc. Y para hacer subir uno de los platillos a partir de la igualdad (4 = 4) todos comprenden que se puede aumentar el peso del otro, pero ninguno piensa que se puede disminuir el del primero. Y sobre todo, en tercer lugar, las razones del equilibrio son todavía muy mal comprendidas y éste mal anticipado. Mar con respecto a 1 y 1 piensa que un platillo bajará, pero no sabe cuál y sólo llega después a las previsiones de equilibrio por razones de simetría (númerica, etc.). Wou parece comprender bien que hay el mismo nivel cuando «los dos pesan lo mismo», pero sus reacciones a las modificaciones de 8 y 8 muestran que no se trata más que de simetría estática (cf. Jas: a la misma altura, porque los dos son ligeros) y en absoluto de compensaciones (cf. las mismas reacciones de Fed). Cri prevé bien los mismos niveles para pesos iguales, pero estos niveles varían según los pesos sobreañadidos en la barra. Par admite también una misma situación para la igualdad 8 = 8, pero si quitamos 2 pesos en uno de los lados, subirá sin que el otro cambie de posición (!).

Desde el punto de vista de la contradicción hay, pues, una situación interesante. Por un lado, el sujeto llega a ser capaz de inferencias y de asegurar una cierta regularidad a las relaciones comprobadas, debido a que, después de la abundancia de afirmaciones inciertas y a menudo contradictorias del nivel IA, llega a postular que una misma acción debe (incluso en este campo desconocido) conducir a los mismos resultados. Pero, por otra parte, y siempre en virtud de la primacía persistente de las afirmaciones sobre las negaciones, concibe mal todavía las acciones de sentido contrario, tales como quitar un peso, etc.: de ahí las lagunas mencionadas, sobre todo en lo que respecta al equilibrio. De esto resulta que, si de ahora en adelante hay acción de un lado de la balanza sobre el otro, sigue siendo una acción no equilibrada y virtualmente contradictoria a falta de reversibilidad, es decir, de compensación completa.

§ 3. EL NIVEL IIA.—Comprensión de las relaciones entre los dos lados del sistema *A* y *B*, pero incomprensión inicial de sus relaciones con el sistema *A' B'*:

ROT (6;6). 1 en *A* y 0 en *B*: «*Se va a inclinar* (señala 12 cm. de bajada de *A* y 12 de subida de *B*). — ¿Lo mismo aquí y allí? — *Sí.* — ¿No hay un poquito más de bajada? — *No, igual.* — ¿Exactamente? — *Sí.* — ¿Estás seguro? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque... no sé. (A) baja a la vez que (B) sube.* — ¿Si + 1 y + 1? — *Se van a quedar así.* — ¿No bajan? — *No.* — ¿No suben? — *No.*» 8 en *A*: Pone 8 en *B*, «*entonces esto tiene el mismo peso.* — ¿Y si (— 2 de *A*)? — *Subirá así.* — ¿Y *B*? — *Va a bajar.* — ¿Lo mismo que lo que sube *A*? — *No, sí, sí, lo mismo*». Señala 2 cm. de subida de *A* con — 1, 4 cm. con — 2, 6 cm. con — 3, etc. Con 4 en cada platillo: «¿Qué hacer para que *A* suba? — *Quitar de (A).* — ¿Se puede hacer de otra manera? — *Sí, si queremos que (A) baje, hay que quitar de (B).* — ¿Pero para hacer que *A* suba? — *Nada más.* — ¿Puedes utilizar las arandelas? — *Sí* (pone una en *B*). *Sube. ¿Está usted de acuerdo?*» Arandelas en el platillo *A*: «*Bajará.* — ¿Hasta dónde? — *Solamente un poquito... no, hará lo mismo: es como si pusiéramos la arandela dentro.*» Hilo largo: «*Esto no cambiará nada.*» Por el contrario con el sistema *A'*, *B'*, 1 en *A'*: «*Esto hará bajar un poco menos que si lo ponemos allí (A).* — ¿Por qué? — *Porque está menos bajo... tiene menos peso.*» Y luego se retracta, pero admite de nuevo una diferencia con *B'* y *B*, y luego se corrige. Ponemos 8 en cada platillo *A* y *B*: «¿Si (2 de *A* pasan a *A'*)? — *Siempre igual: tiene el mismo peso.* — ¿Y (8 de *B* a *B'*)? — *Será siempre el mismo peso... No, bajará porque hará 8 aquí (A) y nada allí (A').* — ¿Entonces es *B'* el que va a bajar? — *No, subirá.* — ¿Cuál? — *Este* (el platillo *B* donde no habría nada).» Pero las subidas y bajadas previstas se compensan «*porque es como si pusiéramos mucho allí (A) y nada allí (B).* — Pero es raro: ¿nada allí *(A')* y 8 allí *(B')*? — *¡Ah!, sí es al contrario... porque (A) es como si tuviera más peso que allí (B). ¡Ah!, no, tendrá el mismo peso... porque si los ponemos allí (A'* y *B') es como si estuvieran allí (A* y *B). Es siempre el mismo peso*».

IRI (7;6), con 1 en *A* y 0 en *B* indica 12 cm. de bajada en *A* y 12 cm. de subida en *B*: «*Será igual porque (A) bajará un trocito y (B) subirá un trocito.*» Pero enseguida cede ante una sugerencia contraria y luego explica que «*los dos a la vez porque esto* (la barra) *se moverá así* (inclinación hacia *A*), *entonces esto y esto* (los platillos) *se moverán así también*». Con + 1 y + 1 (más los 2 iniciales): «*Esto irá a la misma altura.* — ¿Dónde? — *Allí* (altura actual) — ¿No se van a mover? — *No.* — ¿Ni un poquito? — *Van a bajar un poquito a pesar de todo... ¡No! No van a bajar, porque allí y allí habrá dos arandelas, entonces eso hace la misma altura, no se moverá.*» 8 en *A*: equilibra la balanza: «¿Y (si — 2 de *A*)? — *(A) va a ir más arriba y (B) se va a quedar, no va a bajar* (2,5 cm. más bajo con — 1 en *A*; 5 cm. con — 2; 8 cm. con — 3; 12 cm. con — 4, etc.).» 4 en *A* y 4 en *B*, hacen

que *A* suba: «*Pondré dos, tres o uno allí (B).* — ¿Es la única forma? — *Sí.* — ¿Si te digo que hay otra solución? — *Sí, podemos poner uno más allí* (gesto de pasar de *A* a *B*). — ¿Eso quiere decir poner en *B*? — *Sí, o bien sólo lo quito.* — ¿Y si yo quisiera hacer subir los dos? — *Es imposible porque esto* (la barra) *no puede subir.* — ¿Y si añado 8 y 8 no va a bajar? — *No.* — ¿Sin embargo, es pesado? — *Pero tiene la misma altura, porque esto* (la barra) *no puede bajar así* (gesto de romperlo para inclinar los dos lados). *Esto solamente se puede mover así* (inclinación hacia *A* o *B*).» A pesar de estas buenas explicaciones, Iri no llega a dominar de entrada el sistema *A'B'*: Si 1 en *A'*, *A'* bajará 25 cm. y el platillo *A* 5 cm., «*porque (A') será más pesado que (A)...* (y) *porque cuando ponemos una arandela en (A') no hay nada en (A)*». Pero después y sin duda bajo la influencia de las ideas acerca de la barra que une *A* y *B*, Iri sólo piensa en la igualdad de los números (pesos) y resuelve incluso el problema de 4 en *A*, 4 en *A'*, 2 en *B* y 6 en *B'*, «*porque 4 y 4 hacen 8 y 2 y 6 también hacen 8*».

Mat (7;10) piensa que con 1 en *A* bajará la misma distancia que lo que *B* subirá porque «*(A) va a bajar y luego esto hace subir a (B) lo mismo*». Dicho de otra manera, porque el primero de estos movimientos determina el otro.

Cat (7;5): *B* (= 1) baja lo mismo que *A* (= 0) sube «*porque está en una sola rama: si estuviera cortado allí* (= por el medio), *este lado, (A) no subiría*». Equilibrio con 8 y 8. «¿Y si añadimos 5 + 5? — *Bien, no cambiará.* — ¿Es decir? — *Se quedará a la misma altura porque es el mismo peso.*» Pero a pesar de su buena interpretación del papel de la barra, Cat piensa al principio que un peso en *B'* «*bajará un poco, pero menos que si estuviera en el platillo*» y que «*(A') subirá un poco menos porque es igual*». La razón reside en que «*el platillo está más bajo*». Y luego, con 8 y 8 colocados al principio en *A* y *B* y luego en *A'* y *B'*: «*No cambiará, creo. No estoy seguro, pero creo.*»

Wol (8;5), para justificar la igualdad de las subidas y bajadas y su simultaneidad, señala con las manos los movimientos de los platillos: «*porque los dos van a estar así, la longitud de las cadenas es la misma* (de la barra a los platillos)». Con la bajada de *B* si quitamos peso a partir de 8 y 8, prevé una desnivelación de 10 cm. con —1, y «*si quitamos 2 arandelas tenemos el doble de eso* (20 cm.), etc.». Para hacer subir *A* cuando hay 4 y 4 «*hay que añadir 1 aquí (B)*» o «*podemos quitar 1 de (A) y poner en (B)*». Sin embargo, y a pesar de la observación inicial sobre la igualdad de las cadenas, Wol comienza creyendo que el peso

pesa más en *B'* que en *B* y que el platillo bajará más (de 4 cm.) «*porque (B) estaba abajo y allí (B') está arriba, entonces hay todo eso* (cadenas) *y hay más peso con todo eso*». Por el contrario, hay siempre igualdad de subidas y bajadas «*porque es la misma plancha* (= barra) *y está atado en el medio* (= igualdad de los brazos)».

CYR (9;3), igualmente, responde a todo lo referente a *A* y *B*, pero piensa que al desplazar un peso de *B* a *B'* « *esto bajará porque es más pesado*». «¿Es el mismo trabajo con los pesos en *B* y en *B'*? — *Sí, los del platillo empujan hacia abajo y los de arriba empujan un poco más que los de abajo.*» Y luego se muestra partidario de la igualdad.

MIC (9;9) con 8 en *A* y 8 en *B'* (después de haber previsto la igualdad con 8 en *B*), duda entre «*creo que se quedará igual*» y la desigualdad: «*Porque* (el platillo suspendido en la barra) *tira hacia abajo, de todas formas el platillo ya es pesado* (por sí solo). *Entonces si ponemos todos los pesos aquí (A) tira más para abajo* (debajo de la barra) *y baja todavía más.*» Cf. JAC (10;3): «*Abajo se hace más pesado; baja un poco más.*»

BUR (9;11) piensa que en *B'* pesa más «*porque tenemos también la barra que pesa*» y luego a continuación: «*Por este lado (B') la madera hace algo, pero... no importa... hay el mismo peso en cada lado (A* o *A'* y *B* o *B')*».

MUL (9;1) comienza por afirmar la igualdad de los descensos (de *A*) y de las subidas (de *B*): «*Para que sea distinto hay que poner más al final o más en el medio de la barra*». Después de lo cual duda entre elegir la desigualdad de *A* y *A'* «*hay que calcular para estar seguro*» y la igualdad porque «*la barra estaba allí cuando el peso está en (A)*». Este argumento es como los del nivel IIB.

KUG (10;10) igualmente comienza diciendo que *B'* pesará más *que B* «*porque allí es de madera* (barra en *B'*) *y la madera es más pesada que el plato* (platillo)». Pero a continuación: «*No, la pieza* (la barra) *tiene el mismo peso, aunque pongamos* (las arandelas) *en el plato*», lo que constituye, de nuevo, un paso al nivel IIB.

Las reacciones de este nivel son interesantes por el hecho de que los sujetos llegan a dominar el sistema de relaciones

entre los platillos *A* y *B* basándose en argumentos que podrían aplicarse perfectamente al sistema de pesos en la barra *(A'* y *B')*, pero no lo hacen, o no lo hacen inicialmente, en virtud de un desfase que queda por explicar.

Por lo que respecta al sistema *AB*, estos sujetos llegan, finalmente, a comprender que los pesos situados en los dos brazos de la balanza actúan de la misma manera, pero en sentidos contrarios el uno del otro y en constante interacción. Esto ya lo sabíamos y ya lo habíamos puesto en relación con las operaciones reversibles que, entre otras cosas, permiten al sujeto, al que se le pide que haga subir el platillo *A* en la situación 4 = 4, bien añadir un peso a *B* o bien quitar uno de los pesos de *A*.

Desde el punto de vista de la contradicción, esta composición de operaciones directas e inversas o recíprocas conduce al equilibrio cognitivo por compensación de las afirmaciones y de las negaciones a la vez que hace comprender el equilibrio físico cuando hay igualdad entre los pesos. Hay que señalar a este respecto la aparición de expresiones desconocidas en los niveles precedentes y que se refieren a la exclusión: «Es posible» hacer que suban dos pesos a la vez, dice Iri, «*esto* (la barra) *no puede subir*», ni «*bajar*», sino solamente balancearse e inclinarse. Recíprocamente, otras expresiones indican la necesidad inferencial; de este modo, se afirma deductivamente, en nombre de la unicidad (y, se sobrentiende, de la indeformabilidad) de la barra (véanse Iri, Mar, Car y Wol), la igualdad de diferencias de altura cuando un platillo sube y el otro baja o la simultaneidad de sus movimientos.

Esta comprensión del papel de la barra hace que sea tanto más sorprendente la resistencia inicial a incorporar las posiciones *A'* y *B'* de los pesos sobre esa barra al conjunto de las interacciones ya comprendidas. Los argumentos que justifican estas dudas son de dos tipos. Conocemos los primeros a través de las investigaciones sobre la causalidad relativas al peso: en efecto, se considera que éste actúa indiferentemente según que esté situado o no en la parte superior de un dispositivo, puesto que su acción consiste en presionar o tirar hacia abajo. El segundo tipo de argumentos consiste en hacer referencia al peso de la barra

o de las cadenas que sujetan los platillos, como si estos factores se añadieran a la acción de las arandelas. En los dos casos el sujeto duda en generalizar a las posiciones *A'* y *B'* lo que comprende perfectamente con respecto a las posiciones *A* y *B*. Pero como puede verse en las declaraciones finales de Mul y Kug, la respuesta a estas dificultades es que los factores actuaban en la situación *AB*, porque como dice Mul, la barra «estaba (ya) allí cuando el peso estaba en *A*».

§ 4. EL NIVEL IIB Y CONCLUSIONES.—Los sujetos del nivel IIB, acaban, finalmente, aplicando a las relaciones entre los sistemas *AB* y *A'B'* los mismos argumentos de simetría y de cohesión de las diferentes partes de la balanza que los sujetos del nivel IIA aplicaban ya a las relaciones entre los lados *A* y *B:*

LAC (9;9) afirma que el paso de 1 desde *A* a *A'* (con *B* = 1) no cambiará nada: «*No, porque tenemos el mismo peso y está a la misma distancia en el mismo eje* (barra).» Con 8 en *B*, 6 en *A* y 2 en *A':* no cambia nada «*porque los dos que están arriba están arriba y entonces pesan de todas formas. Por los dos lados, pesa lo mismo*».

FUR (9;11) *A* y *B:* «*Esto sube exactamente el peso (A), porque si (B) baja hasta allí, debe subir (A) porque es una parte de la balanza*» y *B'* equivale a *B* «*porque es siempre el mismo lado, hace siempre el mismo efecto*».

BOL (10;2). *B'* en lugar de *B:* «*Es lo mismo que antes. Lo importante es que se mantenga... sobre la balanza* (es decir, que las partes de ésta permanecen solidarias).»

BRI (10;11): «*Es, a pesar de todo, lo mismo, porque es el peso lo que hace bajar la balanza: entonces, que esté arriba o abajo, es igual.*»

MON (11;5): «*Es como si estuvieran en el plato... no importa porque el bastón sigue recto.*»

Las respuestas del nivel de 11-12 años (estadio III) no añaden nada a las del nivel IIB desde el punto de vista de

la contradicción, sino solamente explicaciones causales más avanzadas.

Por lo que concierne a la coordinación de los sistemas *AB* y *A'B'*, ya no constituye ningún problema en virtud de un argumento que prolonga las ideas finales de Mul y Kug en el nivel precedente: la balanza forma un todo en el que todo está conectado, de tal manera que el peso de las arandelas actúa sobre el conjunto de forma uniforme, se las ponga en los platillos o en la barra misma.

Si consideramos, para concluir, el conjunto de las reacciones de los niveles de IA a IIB, comprobamos, en primer lugar, que las contradicciones iniciales de los sujetos de 4-5 años, o más exactamente la incoherencia de las acciones y previsiones sucesivas, se deben a tres factores encontrados constantemente hasta ahora. El primero es que, en este nivel elemental, se considera que una misma acción puede conducir a resultados diferentes: el peso del objeto puede hacerlo subir, incluso si normalmente hace que baje. En segundo lugar, una acción y su contraria no dan lugar a compensaciones completas: al añadir pesos a un platillo que ya los contiene se le hace bajar, pero puede ocurrir lo mismo si se quitan. En tercer lugar, las inferencias que intervienen no conducen a consecuencias necesarias, sino que dejan subsistir indecisiones e incoherencias parciales. Y, como habíamos visto en el parágrafo 1, la razón común de estos desequilibrios reside en la primacía constante de las afirmaciones que se suceden sin límite, con respecto a las negaciones o exclusiones de las cuales se ocupan poco los sujetos más pequeños. Es lo mismo que decir que los tres factores mencionados no son más que tres manifestaciones distintas de un único y mismo proceso. Las dos primeras, en efecto, sólo son duales, la una con respecto a la otra, puesto que se reducen a que, si una misma acción puede dar lugar a resultados contrarios, correlativamente dos acciones contrarias pueden llegar a un mismo resultado. En cuanto a la ausencia de necesidad de las inferencias, el capítulo 2 nos ha mostrado que se reducía a la conjunción de estos dos estados incompletos y las presentes observaciones corroboran ampliamente este punto de vista.

Para explicar ahora los procesos que conducen desde

estos estados a la equilibración, podríamos limitarnos a decir que, al nacer toda contradicción de una falta de compensación entre las afirmaciones y las negaciones, la equilibración proviene sin más de un progreso en la reversibilidad de las operaciones. Y como la balanza constituye precisamente el fenómeno físico en el que las leyes del equilibrio son las más simples y las más isomorfas con esta reversibilidad operatoria, la explicación parece que es ampliamente suficiente, puesto que en este caso los observables son asimilables inmediatamente al modelo deductivo que confirman. Sin embargo, es obvio que, de esta manera, el problema solamente se desplaza y no se resuelve en absoluto: el nivel IB nos muestra, en efecto, el caso de sujetos que prevén bien el equilibrio por igualdad de los pesos debido a razones de simple simetría, pero sin comprender por ello la compensación entre acciones ponderables de sentidos contrarios. El verdadero problema reside, pues, en comprender cómo el sujeto llega a la reversibilidad solamente a través de la regulación de acciones al principio incoordinadas, y esto considerando esta reversibilidad como un punto de llegada necesario y en absoluto como un factor de partida (que no explica nada, puesto que precisamente se trata de explicar sus progresos).

En los hechos precedentes la evolución que hemos de interpretar es particularmente simple: en el nivel IA el sujeto concibe separadas las acciones de un único objeto, pero una misma acción puede conducir a resultados diferentes; en el nivel IB cada objeto puede actuar sobre otro, pero todavía de forma unidireccional; en IIA hay interacción, actuando el segundo objeto recíprocamente según las mismas formas que el primero, pero sólo en el interior de un sistema *AB* o *A'B'*; finalmente en IIB los dos sistemas ejercen su acción el uno sobre el otro. De ahí entonces dos problemas: ¿cómo reacciona el sujeto ante el desequilibrio inicial y a través de qué proceso llega a la equilibración?

Este desequilibrio inicial es molesto para el sujeto porque le impide prever y comprender los acontecimientos sucesivos y constituye un obstáculo para las tendencias asimiladoras generales. De ahí se deriva una doble acomodación, que se manifiesta inicialmente por simples tomas de

conocimiento: en la acción tendente hacia un fin (hacer que suba un platillo, etc.), la atención está centrada en la perturbación, pero en las anticipaciones o inferencias se añade a esto (bajo la influencia de las perturbaciones reales) el presentimiento gradual de posibles perturbaciones, dicho de otra manera, de trabajos virtuales no compensados. Y de esta manera ocurre que, en la medida en que el sujeto del nivel IA no se preocupa al principio de un lado de la balanza cuando actúa sobre el otro, no puede dejar de interrogarse, en caso de fracaso, sobre la influencia eventual de los otros pesos, lo cual produce un avance hacia el nivel IB. Igualmente, en sus inferencias en sentido único, el sujeto de este nivel IB llega tarde o temprano, a través de sus tanteos, a imaginar una acción recíproca del segundo brazo de la balanza, lo que le conducirá al nivel IIA.

En cuanto a la propia equilibración, se debe como de costumbre a las regulaciones que provocan estas perturbaciones. Pero es esencial recordar que el mecanismo regulador no consiste, en el caso de la reversibilidad, en corregir simplemente las interpretaciones erróneas iniciales (aquí, de hecho, las conexiones irreversibles concebidas por los sujetos del estadio I) para sustituirlas por la idea de acciones reversibles de los pesos, en cuanto concepto entre otros. En realidad, las regulaciones, al compensar inicialmente en grados diversos las perturbaciones que se encuentran en la acción y luego, más sutilmente, las que imagina el pensamiento en sus suposiciones (trabajos virtuales cognitivos), introducen *ipso facto* una reversibilidad progresiva en las propias acciones del sujeto (añadir o quitar pesos, igualar y situar en igualdades en el juego de las diferencias decrecientes etc.) y es entonces esta equilibración de las acciones la que se traduce conceptualmente en el modelo explicativo que permite superar las contradicciones iniciales. En una palabra, la compensación progresiva de las acciones positivas y negativas, o de las afirmaciones y negaciones, constituye un mecanismo funcional autónomo mucho antes de ser conceptualizado operatoriamente gracias a un conjunto de abstracciones reflexivas, y por esto es por lo que el motor esencial de este desarrollo no lo constituye la contradicción lógica (cuya toma de conciencia y manipulación suponen

este logro operatorio), sino la reacción a los desequilibrios sucesivos de la acción. Era interesante verificar ese papel de los desequilibrios y luego de la equilibración de las propias acciones (o previsiones en cuanto acciones anticipadas) en un terreno en el que la reversibilidad de los procesos parece que puede descubrirse por medio de una simple lectura de los observables, que semejaban particularmente transparentes; de hecho, esta lectura adecuada sólo ha sido posible a partir del momento en que los sujetos han logrado, mediante la coordinación equilibrada de sus propias acciones, postular implícitamente esas tres condiciones fundamentales de la no contradicción: que una misma acción conduce necesariamente a los mismos resultados, que dos acciones contrarias se compensan exactamente y que una inferencia válida supone tanto exclusiones como consecuencias necesarias. Sólo cuando se alcanza esa estabilidad indispensable en el plano del funcionamiento de las propias acciones es cuando los observables de la balanza manifiestan su reversibilidad intrínseca, que antes permanecía inadvertida. En una palabra, es la equilibración la que explica la reversibilidad operatoria y no a la inversa, y el desequilibrio lo que se encuentra en el punto de partida de las superaciones, y no la contradicción expresada en forma lógica (y por ello mismo ya superada).

7. LA COHERENCIA PROGRESIVA EN LA INTERPRETACION DE LAS INVERSIONES EN ESPEJO Y DE LA REFRACCION

Con Jean-Paul Bronckart (§ 1-5)
y André Cattin (§ 6)

Hemos visto (capítulo 5) que la contradicción entre una anticipación y un hecho que la desmiente no difiere esencialmente de las contradicciones entre esquemas, excepto en que, cuando el hecho es de naturaleza física, la superación no puede ser deducida, sino que está subordinada a una secuencia de nuevas comprobaciones que complican la coherencia del modelo y que pueden ser fuentes de contradicciones renovadas. Puede ser interesante estudiar el problema en relación con fenómenos ópticos esencialmente espaciales como las inversiones en espejo, puesto que el espacio presenta una doble naturaleza, según se trate de propiedades espaciales de los objetos o de la geometría de las acciones del sujeto. Las contradicciones estudiadas en este capítulo serán, por tanto, de dos tipos. En primer lugar, si la inversión de las letras del alfabeto es considerada por el sujeto como un fenómeno general, ¿qué hará en el caso de las letras simétricas? En segundo lugar, habiendo previsto o comprobado que el brazo izquierdo de un sujeto aparece en el espejo como si fuera su brazo derecho, ¿qué mostrará éste cuando sea extendido en una dirección o en otra?

TÉCNICA.—Por lo que respecta a las letras, presentamos en primer lugar una letra mayúscula asimétrica sobre un cartón, por ejemplo la *B*, y hacemos que la dibujen. Después de esto colocamos el cartón frente al espejo y hacemos que dibujen de nuevo la *B*, pero tal como aparece en el espejo, es decir, invertida. Después de esta única comprobación, mostramos sucesivamente otras mayúsculas asimétricas, *L*, *E*, *K*, *R*, etc., haciendo copiar cada

una de ellas, y luego haciendo anticipar a través de otro dibujo la forma que tendrá en el espejo. De hecho los sujetos más pequeños prevén de entrada su inversión y concluyen entonces que el fenómeno es general por una ley que se expresa como sigue: en el espejo todas las letras están (o se ponen) al revés. Planteado esto, proponemos entonces, sucesivamente, un cierto número de contraejemplos, *A*, *T*, *M*, *H*, pidiendo, de nuevo, un dibujo de la letra y luego un dibujo de la forma que tendrá en espejo. La reacción ante la contradicción es estudiada en dos planos. En el plano de la acción misma se observan en general los elementos más significativos, por ejemplo invertir la *A* en ∀ o dibujarla de derecha a izquierda, etc. Más tarde, después de la verificación de las previsiones, volvemos a la ley en el plano verbal, para ver cómo la modifica el sujeto o intenta, eventualmente, justificarla a pesar de todo.

Esta investigación principal sobre la inversión de las letras se ha completado con algunos sondeos, de los cuales dos han dado resultados interesantes: pedir al sujeto que haga algo («cualquier cosa») para que una *L*, por ejemplo, se vea «al derecho» en el espejo: en un nivel determinado el sujeto presenta entonces frente al espejo una L invertida (⅃) con anticipación correcta de la inversión de la inversión. Igualmente hemos presentado una L sobre un plástico transparente sin darle la vuelta, de ahí la misma doble inversión. Otros dos sondeos, por el contrario, no han aportado nada: ver si el sujeto encuentra extraño que una *A* mayúscula no produzca cambio, mientras que una *a* minúscula se invierte (cosa que el sujeto acepta sin problemas) y saber si una letra girada puede convertirse en otra (como *p* y *q*) o si la identidad cualitativa de la *p* invertida predomina: ahora bien, esto es lo que ocurre a menudo entre los sujetos más pequeños, pero muestran simplemente su apego a la ley y a la dicotomía revés-derecho.

En cuanto a la segunda investigación acerca de la inversión de la izquierda y la derecha en la imagen del cuerpo propio en espejo, la técnica se indicará en el parágrafo 5. El análisis de la refracción será el objeto del parágrafo 6.

§ 1. EL NIVEL IA.—Aparte de dos sujetos de 5 años que no han aprendido la ley, por falta de toda reacción activa y de interés, la adquisición de esta regularidad es rápida, incluso entre aquellos niños que no saben leer:

ALA (5;1) reconoce en *K* «*¡una letra!*» y la copia correctamente. Cuando la ve en espejo reconstruye *K* y luego la invierte. «¿Cómo está? — *Se va a la izquierda... al revés.*» Con *B* anticipa de entrada «*a la izquierda*» y repite «*al revés*». La misma previsión con *E*, la única letra que conocía. Con *M* prevé sin dudar W:

«¿Cómo está? — *Al revés.* — ¿Y ésta (*B* girada)? — *También al revés.*» Con la *T*, previsión de vuelco. «Mira (en el espejo). ¿Cómo está? — ... — ¿Puedes dibujarla como la vemos en el espejo? — (T correcta.) — ¡Y Ǝ y ⊥ están al revés? — *Sí, las dos al reves.* — ¿Es el mismo revés? — *No, porque* ⊥ *no está bien.*» La misma reacción con *M:* «¿Pero ha cambiado la letra? — *Sí.* — ¿Qué? — *Las barras no son exactamente las mismas.* — ¿Y T y T no son las mismas letras? — *No* (señala detalles de la barra horizontal y luego rectifica). — ¿Entonces podemos decir que hay letras que cambian y letras que no cambian? — *Sí.* — Haz dos paquetitos (le damos todas las letras del alfabeto): las que cambian, etc. — (Errores con *A, X, U, Q, K.)* — ¿Si tuvieras que explicarlo? — *Todas estas* (las que no cambian) *no valen: no están en el alfabeto.*» Pero después de otra parte de la entrevista volvemos a pedir la previsión de *A* en el espejo: la dibuja volcada y prevé luego correctamente la inversión con *a* minúscula.

Mur (5;5) dibuja *E* así y luego en espejo e inmediatamente después prevé las inversiones de *B* y *R*. Con *A* prevé el vuelco y luego comprueba: «*¡Ah! Es así (A). No sabía, creía que sería así* (∀) *en el espejo.*» *H:* «*No son exactamente iguales, no podemos darle la vuelta.*» Divide el alfabeto en estas dos categorías, pero se equivoca con *I, Y,* T, *P, J, R, C, N, Q.* «¿Cómo lo explicarías? — *Estas no ruedan y éstas ruedan.* — *K* y *X,* si las ves en el espejo, no son iguales (en su clasificación). ¿Por qué? — *Porque* (K) *puede ser de otra manera y ésta no.* — ¿Por qué? — *Porque las dos barras de (K) pueden ir hacia el otro lado y aquí no (X).* — ¿Podemos decir que hay dos grupos de letras? — *Sí, las que cambian y las que no cambian.*»

Cat (5;10), después de la presentación de *B* en el espejo generaliza: «*Cuando una letra está en el espejo está al revés* (previsiones exactas para *L, E* y *R).*» Con *A* prevé al principio «*al derecho*» y luego duda, pero con *T* y *M:* vuelcos. Después de la verificación, Cat concluye que «*están todas (A,* T *y M) al derecho*», porque «en (⊥) hay barra por los dos lados, y no en (⅃). — Explica qué diferencia hay. — *No sé.*» En la clasificación de las letras se equivoca con *G, S, Q, Z, J* y *N,* es decir, en todas con la inversión.

Pat (5;10) invierte *A* en ∀ para poder cambiar «*los palitos*».

Rit (6;0). Anticipaciones adecuadas con *E, L, R,* después de haber visto *B,* pero prevé ⊥ con T y luego deja al derecho a *M* «*porque los palos no pueden dar la vuelta*». *K:* «*Se ha dado la vuelta* (después de una adecuada previsión)».

MAR (6;6). *A: «No se puede dibujar porque no podemos darle la vuelta* (sin embargo, ha dibujado ∀). — ¿Entonces en el espejo? — *Estará siempre al derecho.*»

La característica notable de estas reacciones iniciales es que la ley descubierta por el sujeto (puesto que, desde la primera comprobación, la generaliza activamente en sus anticipaciones posteriores) se concibe, desde el primer momento, como si se refiriera no a relaciones de posición con respecto al espejo o a la presentación de letras enfrente de él, sino a las propiedades de estas letras en cuanto objetos, como si estuvieran modificadas materialmente por el espejo. Así, Ala dice que la *K «va a la izquierda, al revés»*, y cuando se da cuenta de que todas las letras no obedecen a su ley considera las excepciones como si no pertenecieran al alfabeto, es decir, como si no fueran verdaderas letras. Mur dice de las letras que «ruedan» o «no ruedan» y que a la *A* «no podemos darle la vuelta» como si se tratara de un móvil mal construido; igualmente piensa que «las dos barras» oblicuas de *K* «pueden ir hacia el otro lado, pero aquí no *(X)*», mientras que en el estadio II estos segmentos de la *X* cambiarán de lado, pero sin que se pueda percibirlo, puesto que son muy parecidos. Cat parece que comprende mejor, pero de hecho razona de la misma manera, pues las dos barras de la T impiden su relación. Pat vuelca la *A* en ∀ para cambiar «los palitos», de los cuales Rit y Mar dicen que «no pueden dar la vuelta».

En una palabra, al no distinguir un objeto y su imagen, al considerarse ésta como una forma de emanación o de reflejo material del objeto, la inversión de la letra en el espejo aparece ante el sujeto como debida a movimientos reales que modifican materialmente el doble del objeto. Concebida de esta manera, la ley no debería tener excepciones, de ahí el vuelco de la T en ⊥, etc., sin distinción entre «el revés» según las dos dimensiones posibles (cuando Ala reconoce que no es «el mismo revés» quiere decir simplemente que ⊥ «no está bien», en el sentido de que no está confirmado por las comprobaciones). Cuando, a la vista de los hechos, el sujeto se ve obligado a admitir estas contradicciones, no ve en ellas el indicio de una mala interpreta-

ción o de un enunciado incompleto e incorrecto como tal, sino que acude a las resistencias del objeto, cuyos elementos o partes se niegan a «rodar» o a «dar la vuelta». De hecho, la contradicción subsiste en el ánimo del sujeto, y no solamente desde nuestro punto de vista, sino en sus propias inferencias, como pone de manifiesto la ausencia de toda coherencia en la clasificación de las letras en dos categorías, según que sean modificadas o no por el espejo: por ejemplo, Cat, que, sin embargo, ha comprobado que *A*, T y *M* están todas al derecho», piensa después en su clasificación que sucederá lo mismo con *G, S, Q, Z, J* y *N*.

§ 2. El nivel ib.—Este nivel intermedio entre las reacciones iniciales (nivel ia) y la comprensión del papel de las simetrías o asimetrías (estadio ii) está caracterizado por dos novedades: una duda entre las dos formas de considerar las letras que parecen vistas «al derecho» y un intento de interpretación, centrado no ya en las propiedades del objeto sino en las acciones de un sujeto, ya se trate del experimentador que da la vuelta a las tarjetas de una determinada manera o del propio niño que dibuja la letra en sentido inverso al de la escritura. Veamos ejemplos:

Iré (5;10) anticipa correctamente la inversión de *K*, *E* y ⌊. De ahí la ley: «*Las letras están al revés cuando están en el espejo.*» Con T: Dudas continuas entre ⊥ y T: «*La barra no cambia.* — ¿T está al revés? — *No, al derecho.* — ¿Cuál eliges? — *Esta* (⊥).» Con *A*: «*Si damos la vuelta a la tarjeta, estará al revés.* — ¿Cómo? — *Así* (∀). — ¿Cómo sabes que en el espejo *A* sigue siendo *A*? — *No podemos cambiarla.* — ¿Y T? — *No.* — ¿Y así (un redondelito unido a la izquierda de la barra horizontal)? — *El redondel cambia de lado.* — ¿Y la T? — *La* (T) *no da la vuelta... la* (T) *no cambia porque no hay redondelito.*»

Luc (5;4) después de anticipaciones: «¿Crees que todas las letras en el espejo están al revés? — *Sí.* — ¿Siempre? — *No, porque si la ponemos allí* (lado izquierdo del espejo) *está al derecho y allí* (lado derecho) *están al revés* (es decir, las orientadas a la izquierda como la *E*, *K*, ⌊ o *R* son anticipadas correctamente). «Con la T, no dibuja nada y luego prevé la posición T en el espejo. «¿Está al revés o al derecho? — *Al derecho.* — ¿Y *M*? — (La dibuja de derecha a izquierda, según lo que ha dicho sobre la posición de las tarjetas.) — ¿Las dos *M* (copiada, y luego antici-

pada) son las mismas? — *Sí.* — ¿Cómo? — *Una está al derecho, la segunda... al derecho.*» La misma reacción con *A* que dibuja de derecha a izquierda como anticipación de la imagen en espejo.

FRA (5;7). La misma reacción, pero dice de *A*, dibujada de derecha a izquierda: «*Está al revés*», y luego: «*Está siempre al derecho, porque debe estar siempre al derecho.*» Dos categorías de letras: múltiples errores y ninguna explicación.

TIE (5;6), después de una serie de anticipaciones correctas sobre las letras asimétricas, se le coloca delante una *H*, a la que intenta dar la vuelta: «*Será igual porque hay dos barras allí y es lo mismo.*» Pero en este caso sólo hay la lectura de un resultado local, sin llegar todavía a una intuición general que anuncia el estadio II, porque la *M* la dibuja de derecha a izquierda, «*es igual también*» y con *A* hace lo mismo y admite ∀ «*si la enseñamos en el espejo, si la enseñamos al revés* (es decir, de arriba abajo). — ¿Solamente así puede estar al revés? — *No así* (∢, ꟼ\ [= una barra vertical y la otra oblicua], ⊳). — ¿Sabes por qué no cambia la *A?* — *No*». Categorías: hace series de intentos de darles la vuelta y sólo considera como letras sin inversión aparente *N* (falso), *I, H, O,* y *X*. «¿Cómo podrías explicar que haya letras que cambian y otras que no cambian? — *¡Las que no cambian, las ponemos así y luego no cambian!* — ¿Pero cómo puedes saberlo antes de ponerlas delante del espejo? — *La (R) la ponemos así* (da vuelta a la tarjeta de arriba abajo).»

VAL (6;0) da todavía un vuelco a *A* porque «*sólo la podemos poner al revés así. La pequeña (a,* que no se la hemos mostrado) *se puede poner al revés como las otras.* — ¿Pero tú crees que es precisamente ∀ lo que se va a ver en el espejo? — *Sí.* — Mira. — *No, ¡está al derecho! Es de pega: ¡usted la pone al derecho y las otras estaban al revés!... Todas estas letras* (⌊, K, B) *estaban al revés y la (A) se pone al derecho.* — Explica. — *Porque la* (⌊) *se puede poner al revés, la (K) también, la (B) también, pero la (A) no, entonces esto* (∀) *está al revés y no veo por qué no la hemos puesto así en el espejo* (da la vuelta a la tarjeta para mostrarla). — ¿Pero es como la *B*, la *K*, la ⌊? — *No, podemos también ponerla de otra forma, la* (⌊) *al revés* (dibuja Γ ». Pasamos a T: Val prevé ⊥. «¿De verdad piensas que será así? — *No sé, pero creo que será así: se puede hacer también así* (⊣) *o así* (⊢). ¿Pero piensas realmente que será así? — *No así* (oblicuamente a la izquierda y a la derecha). *También puede que así* (al derecho). — ¿Y *H?* — *Digo que estará al derecho, porque la* (T) y la *(A) se podían poner al revés, pero no han estado al revés.*» Dos categorías: se equivoca con *W, N* y *V* y no encuentra ninguna explicación.

CAR (7;2) anticipa que la *K* cambiará dándose la vuelta a «*la derecha*» «*porque usted la ha doblado*». La ley general del principio se convierte en que «*una parte de las letras se ponen al revés y la otra parte se queda al derecho*», pero no llega a decidir si T cambia, «*porque la barra* (horizontal) *estará del otro lado*», o si no cambia «*porque debe ir al derecho*».

BER (7;2) piensa también como Luc que el hecho de cambiar o no de orientación depende del lugar ocupado en el espejo: «*Si ponemos la (E) en el otro lado del espejo* (en el otro extremo), *saldrá lo mismo en el espejo.*»

Por lo tanto, la interpretación general de estos niños estará centrada, de ahora en adelante, sobre factores de acciones (desplazamientos que dependen de un sujeto) o de posiciones, y no ya sobre las propiedades del objeto. La idea general común a todas estas respuestas, incluso aunque no esté formulada explícitamente (pero lo está a veces), es que «al revés» significa orientado hacia la izquierda (mientras que se escribe de izquierda a derecha) y «al derecho» hacia la derecha. De ahí, al principio, la curiosa idea que se le ocurre a Luc y también a Ber, de que en un lado (derecho o izquierdo) del espejo la imagen estará al derecho y en el otro lado estará al revés. De ahí después la creencia tenaz de Val de que el experimentador coloca a su gusto, al derecho o al revés, las tarjetas, hipótesis que volvemos a encontrar en Tié («las que no cambian, las ponemos así y luego no cambian»), en Car («usted la ha doblado») e implícitamente en muchos otros (por ejemplo, cuando Fra dice de *A* que «debe estar siempre al derecho»). Entonces, es esta explicación, basada en la orientación que se impone a la letra, la que justifica la interesante conducta, encontrada en seis sujetos, de dibujar las *A* o *M*, etc., de derecha a izquierda, de forma que las invierten a pesar de todo, mientras que Iré, Tié y Val dicen que se habría podido también invertir *A* en ∀: «si damos la vuelta a la tarjeta estará al revés» (Iré), cf. «si la enseñamos al revés» (Tié) y «se podían poner al revés, pero no han estado al revés» (Val, que añade «no veo por qué no la hemos puesto así en el espejo»). Hay que señalar que estos sujetos tienen parte de razón, puesto que es preciso dar la vuelta al cartón para presentarlo frente al

espejo. Pero ellos se imaginan, entonces, sin duda, que dando la vuelta al cartón se invierte la letra (por ejemplo, ∟ en ⌟) y creen, pues, al menos momentáneamente, que se puede fijar, a voluntad, el revés y el derecho de la imagen de las letras en el espejo, independientemente de las accions de este último.

En estas condiciones, es evidente que la ley de la inversión en espejo adquiere una significación muy distinta que la de expresión de los procesos materiales inherentes al objeto: expresa simplemente lo que devuelve el espejo según que se le presenten las letras de una manera o de otra. De ello resulta que las excepciones a esta inversión ya no son contradicciones, puesto que provienen de acciones diferentes. En el nivel IA se trataba de una única y misma acción, enviar el objeto en el espejo y las no inversiones eran atribuidas a las resistencias del objeto que «gira» mal. En el nivel IB, por el contrario, el revés y el derecho que presentan las letras se deben a acciones distintas según el objetivo perseguido, pero esto compromete también la generalidad de la ley (véase el enunciado de Car).

Ahora bien, lo que presiente el sujeto sin comprenderlo todavía es que estas relaciones de posición, invocadas por él, no conciernen solamente a la relación entre la letra presentada y el espejo, sino también a las conexiones entre las diferentes partes de la letra, según que sean parecidas o diferentes. La única forma de generalizar la ley sin contradicción consiste, en efecto, en reconocer, como lo harán los sujetos del estadio II, que hay siempre inversión, pero que, si ésta conduce a la permutación de dos elementos parecidos (partes horizontales de *T*, rasgos convergentes de *A*, etc.), entonces son indiscernibles y la letra parece inalterada. Comprobamos, de hecho, que, en ciertos momentos, algunos sujetos de este nivel IB no están lejos de una intuición semejante: Tié la presiente con la *T*, Car se plantea la pregunta de saber si la barra de *T* «estará por el otro lado» o no cambia, etc. Dicho de otra manera, estos sujetos realizan un gran avance en relación con el nivel IA, al descubrir el papel de las relaciones de posición, pero al no descubrir el papel de las simetrías y de las asimetrías, es decir, de generalizar las consideraciones espaciales respecto

al interior de las figuras, no llegan a conciliar la ley con sus excepciones aparentes, es decir, a eliminar lógicamente las contradicciones.

Un grupo de seis sujetos merece un examen especial, puesto que constituye la transición entre los precedentes y los del estadio II, al prever sin errores las inversiones visibles y las no inversiones, entreviendo incluso a veces el carácter únicamente aparente de éstas, pero sin comprender el papel de la simetría:

THA (6;2) prevé la inversión de *E*, L, *K*, etc., diciendo cada vez, según la opinión habitual del nivel IB: «*Estará a la izquierda.*» Con la T, anticipa «*de nuevo a la izquierda*», pero dibujando, después de dudar una T normal idéntica a su copia de T: «¿Cómo está ésta (dibujo de previsión)?» — *Está a la izquierda.* — «¿Y ésta (copia)? — *¡Va a la derecha y ésta* (la otra) *va a la izquierda!*» Lo mismo con *A*: «*Está al revés.* — ¿Lo mismo que ésta (*A* copia)? — *Sí.*»

AND (6;6): todas las letras estarán «*al revés*», pero prevé de entrada que *A* «*estará al derecho porque tiene dos barras que suben, dos barras inclinadas*» (pero sin caracterizar todavía la simetría). En cuanto a T: *Solamente podemos cambiarla de abajo arriba y las otras podemos ponerlas al revés* (lateralmente)».

ERI (6;11). Igualmente anticipaciones todas ellas correctas. «¿Cómo sabes si las letras cambian o no? — *Miro las barras.* — ¿Y por qué éstas cambian (el otro montón de la clasificación)? — *Porque no tienen barras así* (horizontales).»

LIE (6;11): el mismo argumento que And con la *A*. Clasificación sin error excepto en *Q*, pero sin una explicación distinta a la de Eri: se miran «*las barras*».

Así vemos que estos sujetos, todos de la edad típica del nivel IB (excepto un caso de siete años), llegan al umbral de la simetría, pero sin obtenerla. Además, el más pequeño de estos niños llega incluso a la idea (segunda característica del estadio II) de que la *A* y la T han hecho una inversión a la vez que permanecen similares a su estado inicial.

§ 3. EL ESTADIO II Y COMPLEMENTOS.—Las dos características conjuntas del estadio II son el descubrimiento de la simetría y la generalización de las inversiones, incluso sin cambio aparente:

YVE 6;11): «*Cuando ponemos la letra al derecho en el* (delante del) *espejo la vemos al revés en el espejo.* — ¿Todas? — *Sí, todas.* — ¿Y la T? — *Está como al derecho. No está realmente al derecho. La vemos al derecho, pero...*» Con la *A* lo mismo «*está como al derecho*». Clasificación por categorías: ningún error. «*Hacía la letra al revés en mi cabeza*», y, para obtener en el espejo una letra asimétrica rectificada, «*la ponemos al revés en el papel y en el espejo está al derecho*» (doble inversión).

LAU 6;10). Ninguna duda en las previsiones: «*Hay letras al derecho y letras al revés.* — ¿Cómo las reconoces? — *Las que cambian no son iguales por los dos lados* (simetría).»

ASC (7;0). Con la *A*: «*Porque si le damos la vuelta así sigue igual.* — ¿Pero está, a pesar de todo, al revés? — *Sí.* — ¿Y ha cambiado en el espejo ? —*En absoluto.*»

JOE (7;5): «*Con la (A) es siempre lo mismo porque los dos lados son iguales.*»

NAT (7;5): «*Porque si damos la vuelta así* (la T sobre sí misma) *sigue siempre igual. La (I) es lo mismo.*» Clasificación acertada.

DOM (7;6): «*Las que cambian no son iguales por los dos lados.* — ¿Y las que no cambian dan la vuelta o no? — *La dan, pero se ve lo mismo.*» Para obtener una L no invertida Dom la dibuja al revés: «*Si la dibujamos al revés en el papel están al derecho en el espejo.*»

VER (7;6): *M* no se invierte «*porque cuando se gira por todos lados, es lo mismo*», como *A* y T, y luego rectifica: «*Si hacemos así* (rotación lateral), *será lo mismo, así* (de arriba abajo) *no será igual.*»

PHA (8;2): «*el espejo las pone en el otro sentido*», pero la *A*, «*la vemos, a pesar de todo, en la dirección buena*», «*porque esta letra tiene la misma forma por cada lado*».

Vemos, así, que después de haber atribuido las inversiones a movimientos reales en el objeto-reflejo con respecto a aquel del cual es emanación (nivel IA), y luego a las relaciones de posición o a los desplazamientos en cuanto cambios de posición (nivel IB), el sujeto acaba por generalizar la noción de inversión en cuanto resultante de tales cambios, pero en el interior mismo de la figura y a título de permutaciones entre sus partes. De este modo, la ley de la inversión se hace general, incluso en los casos de no cambios aparentes, y la contradicción es eliminada, puesto que la relación entre los casos normales y los que parecen constituir excepciones ya sólo depende de la subdivisión de las figuras en asimétricas y simétricas, y estas dos subclases entran dentro de la regla.

Antes de buscar lo que estos hechos nos aportan en cuanto a la teoría de la contradicción, señalemos dos investigaciones complementarias que sería tedioso contar en detalle y de las que resumiremos simplemente los resultados. Una trata sobre la inversión de la inversión. Se presenta al sujeto una letra del tipo L dibujada en un cartoncito y se pide que haga lo que sea para que se pueda ver esta letra «al derecho» en el espejo. De 20 sujetos, 7 (todos de 7 a 8 años) dibujaron espontáneamente una imagen invertida, como indicamos hace poco al citar los casos de Yve (6;11) y Dom (7;6) que formulan la ley. Cuatro sujetos de 6;8 a 8 años comienzan con una L al derecho y luego le dan la vuelta, puesto que, como recuerda uno de ellos, «el espejo hace cambiar las letras de lado». En cuanto a los demás, no hacen nada o tantean durante más o menos tiempo antes de conseguirlo, sobre todo probando al principio ˥ .

Este sincronismo entre el recurso espontáneo a la doble inversión y la comprensión de los efectos aparentemente nulos de la rotación de las letras simétricas no es, sin duda, fortuito, puesto que se trata en los dos casos de una composición de las inversiones y no de una generalización de lecturas previas. Esto se verifica también en una segunda investigación que trata sobre una L dibujada en un trozo de plástico transparente. La mayor parte de los sujetos del estadio II prevén que permanecerá inalterada en el espejo porque, dice uno de ellos, el plástico «es ya como el espejo»;

la ∟ está invertida por el lado presentado ante el espejo que la rectifica, entonces, con una nueva inversión. «Si usted le da la vuelta», dice otro sujeto (7;9), «entonces ∟ estará al revés». Si no, estará al derecho «porque usted la ha puesto de este lado y el papel es transparente».

§ 4. EL BRAZO IZQUIERDO Y DERECHO EN EL ESPEJO.—Una contradicción mucho más intensa que la de las letras simétricas que parece que no se invierten en espejo puede resultar, a los ojos del sujeto, la de que, al mostrar su mano izquierda ante el espejo, parece que muestra la derecha, puesto que, al ver su imagen invertida como si se tratara de otra persona sentada enfrente de él, debe considerar como la mano derecha la que es la derecha desde el punto de vista de esa persona mientras que está a la izquierda desde su punto de vista de observador frente al espejo. Llamaremos «cruce» a esta permutación de la izquierda y de la derecha debida al hecho de que el sujeto y su imagen en el espejo están en la situación de dos personas colocadas una enfrente de otra. En efecto, este cruce no está provocado directamente por la inversión en espejo: está claro que, si en lugar de un sujeto y su imagen, teniendo cada uno su punto de vista sobre la izquierda y la derecha, se colocarán frente al espejo tres objetos materiales *A*, *B*, y *C* (y no una tarjeta a la que se da la vuelta para proyectarla como en el caso de las letras), entonces el objeto *C*, de la derecha, permanece a la derecha en el espejo (mientras que si *B* fuera un personaje vería a *C* a su izquierda). Siendo como es este «cruce» distinto de la simple proyección en espejo con inversiones simples, puede ser interesante situarlo en conflictos o contradicciones.

TÉCNICA.—Pedimos al niño que muestre con el brazo una señal situada a su izquierda y visible a través de la ventana (una señal de circulación), y luego le preguntamos con qué brazo ha ejecutado el movimiento y con qué brazo mostrará el espejo la imagen de esta acción. Una vez comprobado el cruce en el espejo le preguntamos entonces qué señala su brazo visto en imagen: ¿está orientado hacia la misma señal (es decir, hacia la ventana) o hacia el lado opuesto (que es el de la puerta)? Si el niño señala la dirección adecuada hacemos una contrasugerencia: extendiendo el experimentador los brazos a derecha e izquierda pregunta

cómo una sola persona puede señalar, así, la misma cosa. Si la respuesta es «hacia la puerta» se aconseja al niño que mueva el índice en el espejo y vea en qué dirección le orientan él y su imagen.

No hace falta decir que en un primer nivel los sujetos no dominan el problema del «cruce», puesto que, en las pruebas simples de lateralización (el niño debe, por ejemplo, señalar la mano derecha del experimentador sentado enfrente de él) apenas hay un éxito sistemático antes de los 6;6 ó 7 años. Por lo tanto, los sujetos de este nivel IA no ven ninguna contradicción en las siguientes preguntas:

VER (6;6): «¿Con qué brazo señalas la ventana? — *El izquierdo* (exacto). — ¿Y en el espejo qué brazo es? — *El izquierdo.* — ¿Estás seguro? — *No.* — ¿Pero la niña muestra lo mismo que tú? — *Sí.*» Probamos diversas indicaciones, pero Ver no renuncia a su idea de que el brazo izquierdo permanece como tal en el espejo y señala la ventana.

Está claro que la primera reacción, consistente en no tener en cuenta el cruce, dura mucho más tiempo, puesto que se trata de la imagen de sí mismo y no de otra persona («es también el izquierdo porque es mi brazo», dice todavía un sujeto de 7 años). Los dos tercios de 36 sujetos de 5 a 9 años han reaccionado así, pero los niños del nivel IA son los únicos que no se corrigen cuando se les pide que miren mejor. Los sujetos del nivel IB son, entonces, más interesantes por sus dudas y tanteos frente a la contradicción:

TIÉ (5;6, véase § 3): «¿Quieres señalar esto con tu mano? (Lo hace.) ¿Con qué mano señalas? — *La izquierda.* — ¿Ves tu imagen: con qué mano señala? — *La izquierda.* — Mira bien. — *No, es la derecha.* — ¿Seguro? — *Sí.* — ¿Tu imagen señala lo mismo que tú? — *No, señala a la derecha.* — ¿Y tú? — *A la izquierda.* — ¿Qué es lo que señala? — *Allí* (lado opuesto a la señal: la puerta). — ¿Cómo es que tú señalas una vez a la derecha y otra a la izquierda con el mismo brazo? — ... *Aunque me ponga allí* (en el espejo), *es también a la izquierda.* — ¿Lo mismo que tú? — *Sí.*»

IRÉ (5;0), véase § 3): «¿Con qué brazo señalas la ventana? — *Derecho, no izquierdo.* — ¿Con qué mano escribes? — *Derecha.* — ¿Y con qué mano señalas en el espejo? — *Esta* (derecha). — ¿Y

esta niña señala con su mano lo mismo que tú? — *Otra cosa.* — ¿Para qué lado? — *Para la puerta.*»

RIN (5;10) piensa también que en el espejo el brazo señala «*para el otro lado*». — Vuelve a indicar la señal y agita tu dedo meñique. ¿Para qué lado va? — *Para el de la señal.* — Antes decías que para el otro lado, ¿qué piensas? — *¡En el espejo es la mano izquierda la que señala!* Niega, pues, el cruce admitido anteriormente.

LUC (5;4, véase § 3): «¿Con qué brazo señalas la ventana? — *El izquierdo.* — ¿Y en el espejo con qué brazo señala tu imagen? — *El derecho* (¡inmediatamente!). — ¿Por qué? — *Porque está en el medio.* — ¿Lo explicas? — *No sé.* — ¿Señala también la ventana? — *No, señala la pared* (el lado de la puerta).»

CIA (6;0) admite el cruce después de un error inicial, y luego: «*Señala la puerta porque es su mano derecha.*»

IAN (6;5). Las mismas reacciones: el brazo «*señala la puerta porque la imagen está al revés*».

PAT (6;6) señala con la izquierda: «¿Y en el espejo? — *El izquierdo.* — ¿Seguro? — *El derecho pórque está por el otro lado.* — ¿La imagen señala lo mismo? — *No* (sí), *señala siempre allí abajo* (el lado de la ventana). — ¿Cómo es posible? — *No, la pared.* — ¿Qué señalo yo (se imita la imagen)? — *La ventana.* ¿Por qué? — ...»

AND (6;6): cruce inmediato «*porque está al revés.* — ¿Qué señala la imagen? — *La ventana.* — ¿Por qué? — *Porque es el brazo izquierdo.* — Pero tú acabas de decir el derecho. — *La puerta.* — ¿Mueves tu dedo meñique? — *¡Es hacia la ventana! Creía que también cambiaba*».

ROL (7;0): «*La mano izquierda se convierte en la mano derecha.* — ¿Qué es lo que señala? — *Allí abajo* (puerta). — ¿Por qué? — ... *Señala los dos lados.* — ¿Cuáles? — *El derecho y el izquierdo.* — ¿Con una sola mano? — *Sí.* — ¿Es posible? — ...»

ETI (7;6) igualmente comienza diciendo que la imagen señala la puerta con la mano derecha. «Mueve tu dedo meñique, ¿en qué sentido va? — *A la izquierda.* — ¿Entonces? — *La mano izquierda señala la señal y la derecha la puerta.* — ¿Es posible que la imagen señale a la vez los dos lados? — *Sí.*» Y luego rectifica.

JEA (7;10). La mano izquierda se convierte en la mano derecha en el espejo. «¿Y señala el mismo poste? — *Sí, pero no está en el mismo sitio. Es normal, porque si me doy la vuelta la que señala es mi mano derecha.*

Veamos ejemplos del estadio II (la mayoría desde los siete años) que distinguen y coordinan los cruces de puntos de vista y las proyecciones en espejo:

ERI (7;9): «Levanta tu mano derecha. ¿Cuál has levantado en el espejo? — *La izquierda.* — ¿Cómo es posible? — *Es como si hubiera alguien enfrente de mí: comerá con la mano derecha, pero para ser como yo tendría que darse la vuelta.* — ¿Es lo mismo en el espejo? — *Es distinto.* — ¿Qué cambia? — *Ha cambiado los brazos.* — Muéstrame la señal. — (Señala con el brazo izquierdo.) — ¿Y en el espejo (previsión)? — *Con éste* (derecho). — ¿Esta mano derecha, en el espejo, indicará la señal o el lado opuesto? — *También la señal.*»

NEL (8;7) muestra la señal con la mano izquierda. «¿Y en el espejo? — *Con la derecha.* — ¿Qué pasa? — *Es al revés.* — ¿En el espejo, la imagen señala a la señal o a la puerta? — *Hacia abajo* (señal). — Pero el brazo izquierdo y el brazo derecho no pueden señalar lo mismo. — *Sí, porque el espejo hace lo contrario.*»

Vemos que, si los sujetos del estadio II llegan a diferenciar y a integrar en un todo los cruces y las proyecciones simples (queda por averiguar cómo) los del nivel IB permanecen en plena contradicción: comprenden bien que su propio brazo izquierdo se convierte en un brazo derecho desde el punto de vista de la imagen, pero no obtienen de ello la conclusión de que la señal, que está a su izquierda, está, entonces precisamente a la derecha de la imagen. De ahí la creencia de Tié (que se contradice después), Iré, Luc, Cia, etc., de que el brazo derecho de la imagen señala el lado opuesto (puerta) y no la señal. Rin y And, sensibles a esta contradicción, vuelven a la idea de que el brazo indicador de la imagen es el izquierdo. Algunos sobregeneralizan el cruce uniéndolo a la inversión en espejo; según Ian (y otros) se invierte todo «porque (en el espejo) la imagen está al revés». Otros sujetos piensan que el brazo de la imagen señala, a pesar de todo, la ventana, pero con contradicciones

sucesivas (Pat) y Rol como Pat intentan mantener que la imagen señala a los dos lados. Los más prudentes (como Jea) llegan a un compromiso (en el sentido de Inhelder, Sinclair y Bovet) para atenuar la contradicción: la imagen indica la señal, pero ésta ya no está en el mismo sitio porque el espejo lo cambia todo.

§ 5. CONCLUSIONES.—Tal y como ha sido realizada, pidiendo a los sujetos que formularan verbalmente una ley después de unas anticipaciones (inmediatamente correctas, por otra parte, después de una sola comprobación), y luego, examinando la forma en que se desenvuelven en presencia de excepciones aparentes, la investigación sobre las letras, en primer lugar, nos impone, de la forma más clara, la distinción sobre la que insiste toda esta obra entre las contradicciones como desequilibrios de las acciones u operaciones (o la no contradicción como equilibrio reversible con compensaciones completas) y las contradicciones o no contradicciones lógicas que dependen de la definición de los conceptos utilizados y de las inferencias basadas en estas únicas definiciones. En efecto, está claro que el enunciado «todas las letras vistas en el espejo están (o se ponen) al revés» es esencialmente ambiguo (y el experimentador, intencionadamente, no ha tratado en absoluto de hacer precisar sus términos). Si se define «al revés» como una modificación de las formas, la ley es falsa, porque las letras simétricas no se modifican; si este término se define, por el contrario, como la propia inversión independiente de su resultado, la ley es general y se aplica tanto a las letras simétricas como a las demás. El interés del problema está entonces en saber si el sujeto, ante hechos que contradicen su ley, se esforzará en mejorar ésta hasta encontrarle una forma lógica, a la vez general y coherente, o si su esfuerzo va a dirigirse, ante todo, a la coordinación de las acciones y operaciones, dejando más o menos vaga la definición de las nociones utilizadas verbalmente para traducir estas coordinaciones.

Ahora bien, la respuesta a este problema es muy clara. Los sujetos del nivel IA, que piensan en la modificación de las letras en términos de procesos objetivos y consideran «el revés» como resultado material, son los únicos que to-

man en serio la expresión de la ley. Por esto es por lo que, desde el principio, quieren invertir las letras simétricas y utilizan para ello el vuelco. Y luego, aunque desengañados por la experiencia, no ceden: Ala llega hasta encontrar pequeñas diferencias en las barras según que la *T* o la *M* estén al derecho y al revés. Los demás hablan en términos de resistencia y casi de deficiencia: «no podemos darle la vuelta», «no ruedan» o incluso, supone finalmente Ala, «no están en el alfabeto». En el nivel IB, por el contrario, en el que el revés y el derecho dependen de las acciones, la ley es resueltamente considerada como no general, falsa, pues, en su forma inicial, pero no es corregida en el sentido de una definición operatoria del «revés»: «las hay que giran y otras que no giran», dice uno de los niños de este nivel, sin sospechar que «giran» todas, pero que, desde el punto de vista del resultado, las simétricas no difieren de lo que serían «al derecho». Unicamente los sujetos que dibujan las letras simétricas de derecha a izquierda para imponerles una especie de inversión de sentido intentan eliminar la contradicción con la ley, pero sin modificar ésta, al no comprender la naturaleza de las transformaciones.

Los sujetos del estadio II han eliminado la contradicción por medio de una adecuada coordinación de las acciones y las posiciones. Así, la inversión en espejo, que se ha hecho operatoria, se generaliza a las letras simétricas con explicación correcta del hecho de que no se hayan modificado: «se dan la vuelta, pero se ve lo mismo» porque la letra «tiene la misma forma por cada lado». En otras palabras, las nociones utilizadas se han hecho relativas. Pero es sorprendente que incluso entonces el sujeto no intente perfeccionar la ley con definiciones adecuadas, y se quede a veces en contradicciones verbales, sin apenas inquietarse, puesto que ya no hay contradicción en sus operaciones. Por ejemplo, Yve mantiene que «todas» las letras están «al revés en el espejo», incluidas *A* y *T*, que no están «realmente al derecho», pero las «vemos al derecho»; véase también Lau. El niño ha comprendido perfectamente que «todas» las letras giran, pero que algunas no cambian por ello de forma perceptible; únicamente, unas veces llama «al revés» al hecho de haber girado y otras piensa en el resultado. En

otras palabras, el «todos» y el «algunos» están bien regulados en sus interpretaciones, con el equilibrio de las afirmaciones y las negaciones que esta regulación conlleva, pero como el sujeto no está todavía en el nivel de las operaciones formales, las definiciones y la coherencia en la formulación misma siguen siendo secundarias para él.

Dicho esto, es instructivo comprobar que en este ámbito de las acciones y operaciones espaciales la superación de la contradicción se obtiene en la situación estudiada, sin ningún recurso a nuevas informaciones experimentales, es decir, a abstracciones empíricas o físicas, como ocurriría con un problema de causalidad. En el nivel IA es cuando el sujeto busca sus explicaciones en las propiedades materiales de las figuras, mientras que, una vez conocidas sus diferentes morfologías, la solución encontrada no consiste más que en generalizar deductivamente la inversión de todas las letras (al ser conocida la operación de rotación por abstracción reflexiva), y en establecer que una letra simétrica al girar sobre sí misma no cambia de forma: de ahí la limitación de los cambios debidos a las inversiones.

En cuanto a la eliminación de las contradicciones que conciernen al cruce de las relaciones de izquierda y derecha en la imagen del propio cuerpo en espejo (§ 4), el proceso es muy paralelo. Señalemos en primer lugar que ya es bastante notable que en el nivel IB el sujeto imagine que el brazo derecho de la imagen señala el lado opuesto al de la señal, mientras que perceptivamente el brazo está, con toda claridad, dirigido hacia ésta. Lo que el sujeto hace es, pues, una inferencia muy atrevida, consistente en admitir que un brazo derecho extendido hacia su lado debe señalar los objetos situados a la derecha, es decir la puerta, incluso si las apariencias son contrarias. El error está, por el contrario, en no comprender que si el brazo izquierdo del sujeto se convierte en el derecho en la imagen, entonces una señal situada a la izquierda del sujeto está a la derecha de la imagen de su cuerpo en espejo. Es aquí donde interviene el progreso del estadio II: igual que en el problema de las letras el sujeto de este estadio generaliza a todas (y esto deductivamente y no inductiva o experimentalmente), lo que es evidente sólo para las letras asimétricas, de la misma

forma el sujeto de este nivel generaliza deductivamente la reciprocidad entre su imagen y él mismo y admite, si el brazo izquierdo se convierte, para él, en el derecho de la imagen, entonces lo que este brazo señala a la derecha en la imagen corresponde a la izquierda para él. Y de la misma manera que, en el caso de las letras, el cambio debido a la inversión está limitado sin hacerse extensivo a las letras simétricas, en el caso de las inversiones de la izquierda y la derecha, están limitadas a los objetos presentados frente a frente (como las letras presentadas en una tarjeta girada frente al espejo) y no se hacen extensivas a la posición de los objetos interpuestos sin más entre el sujeto y la imagen (como la señal o la puerta).

Refiriéndonos, finalmente, a la naturaleza de las contradicciones que intervienen, nuestra hipótesis general es que proceden de una compensación incompleta entre las afirmaciones y las negaciones, debida a la fuerza inicial superior de las primeras, que corresponden a observables inmediatos, mientras que las negaciones son siempre relativas (y *a fortiori* las negaciones de las negaciones que vuelven a llevar a la afirmación) a las afirmaciones previas y esto de forma más o menos inferencial. Ahora bien, en el caso de nuestras letras la afirmación inicial es, efectivamente, muy fuerte desde el principio, sin investigación espontánea de contraejemplos o de motivos de duda, pero los hechos presentan enseguida desmentidos, que son entonces estructurados por una simple regulación del «todos» y del «algunos», en el plano de la legalidad: algunas letras están al revés y otras no. Pero continúa actuando una tendencia bastante pregnante en favor de la afirmación: los sujetos del nivel IA hacen todo lo que pueden para confirmar la ley y los del nivel IB admiten a menudo que se las habrían podido arreglar para salvarla regulando las posiciones. Es en el estadio II, cuando estas cuestiones de posición son generalizadas en el interior de las letras juntas y se añade la consideración de las partes semejantes (simetrías) o desemejantes: la afirmación general de la ley se mantiene entonces diferenciando las acciones de inversión y sus resultados; de ahí la subdivisión en dos subclases de letras, las que cambian

y las que no cambian. Acaba así por equilibrarse el juego de las afirmaciones y las negaciones.

Señalemos, finalmente, que aquí, como ocurre normalmente, la contradicción entre un hecho y una anticipación se subordina tarde o temprano a una contradicción entre esquemas, y el hecho no adquiere significación hasta que no es interprètado por medio de esquemas. En la presente investigación la situación está muy clara, puesto que un mismo hecho (la no modificación de las letras simétricas) se considera contradictorio con la ley de inversión en tanto que el sujeto no ha construido la noción de simetría y deja de serlo una vez elaboradas estas operaciones espaciales. La única diferencia entre esta situación y la de las imágenes en espejo del propio cuerpo, donde las contradicciones sólo tienen lugar entre esquemas, es que en el caso de las letras éstas intervienen en hechos presentes, mientras que en el caso del propio cuerpo se trata solamente de coordinar entre sí esquemas mal conciliables a primera vista, pero cada uno de los cuales ha sido ajustado anteriormente a hechos que antes eran perturbadores (por ejemplo, que un árbol visto en el curso de un paseo esté a la izquierda a la ida y a la derecha a la vuelta), pero que no tienen ya importancia actualmente.

§ 6. LA REFRACCIÓN.—Parece, a primera vista, que no debería encontrarse en las interpretaciones de los niños mucho en común entre la reflexión en espejo y la refracción de una varilla sumergida en un líquido, pero como ésta es explicada, en el nivel IIA, como debida a una forma de reflejo o de cambio de dirección análogo al de las reflexiones, es interesante examinar si la coordinación de las afirmaciones y las negaciones se realiza de forma parecida en ambos casos. Pues bien, esto es lo que parece suceder.

1) En el nivel IA, en efecto, un lápiz inclinado con una parte sumergida en un vaso de agua es considerado objetivamente como «torcido»:

SAR (4;11): «¿Se puede doblar este lápiz? — *No, nadie puede porque es duro.* — Vamos a probar (se rompe). — *Se ha doblado*

como el techo de una casa. — ¿Y si lo ponemos en el agua? — *Quizás se rompa, quizás no.* — (Lo ponemos.) — *Se ha doblado un poco, pero no se ha roto. Ahora ya no está recto en el agua* (explora con el dedo en el agua). *Un poco doblado.* — ¿Con tus ojos? — *Un poquito doblado.* — ¿Y con tus dedos? — *Doblado* (cosa que es una deformación de lo observable). — ¿Por qué no está roto? — *Porque si lo sacamos estará recto.* — ¿Se desdobla? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque el agua, deforma, dobla.* — ¿Te hace daño cuando lo coges? — *No, no soy yo quien lo dobla, es el agua.* — ¿Y allí (vaso con agua coloreada con un poco de tinta, lo que impide ver la refracción)? — *Quizás esté torcido* (explora con el dedo). *No lo siento doblado: la tinta impide que se doble.* (Explora en el vaso de agua clara.) *Un poco doblado.*» Con una barra de metal: «*Un poquito doblada, porque el agua atrae muy fuerte.* — ¿Y con el dedo? — *Está doblada.*»

ZUL (4;9): «*Está torcido porque lo sumergimos en el agua.* — ¿Y si lo sacamos? — *Ya no estará torcido porque ya no está en el agua.* — ¿Y así (posición vertical en el agua)? — *No está torcido porque está muy recto.* — ¿Y aquí (agua azul)? — *Está torcido.* — Toca con el dedo. — *No, no está torcido en el agua azul, porque allí* (transparente) *es agua de grifo y allí no.* — ¿Y con el dedo en el agua blanca? — *Está torcido.* — ¿Y si pongo esta barra? — *No estará torcida porque es de hierro y es pesada.* — (Prueba.) *Está torcida* (extrañeza). — ¿Y si la saco? — *No está torcida.* — ¿Barra vertical? — *No está torcida porque usted la ha puesto muy recta. Hay que ponerla inclinada.* — (La inclinamos sumergiéndola totalmente.) — *No está torcida porque está toda dentro del agua.* — ¿Por qué, etc? — ... — Si subo la barra ¿esto cambia de lugar? — *Sí, allí* (a ras del agua). — ¿Por qué? — *El agua tiene fuerza.*»

MAR (5;5): Está «*torcido.* — ¿Por qué? — *Porque se pone muy blando.* — ¿Y fuera? — *No, porque estará seco.* — Toca con el dedo (en el agua). — *Lo siento doblado.* — ¿Dónde? — *Aquí* (a ras del agua). — ¿(En el agua azul)? — *Está muy mojado y doblado.* — ¿En el agua está doblado de verdad, realmente, o lo parece sólo? — *De verdad*».

FEV (5;6). El lápiz recto no está doblado: «*Quizás se pondría un poco doblado si se dejara mucho tiempo.* — ¿Cuánto? — *Dos minutos.*»

LUC (5;1) reconoce que «*no está doblado con los dedos y está doblado con los ojos.* — ¿Quién tiene razón? — *Los ojos.* — ¿Y una hormiguita que viajara a lo largo de la barra sentiría que está doblada? — *Sí*».

PEC (5;5): «Si quito el lápiz, ¿cómo estará? — *No estará torcido.* — ¿Entonces antes lo estaba realmente? — *Sí.* — ¿Y derecho (vertical)? — *No está torcido porque está de pie.* — ¿Y tumbado? — *Torcido porque el agua tiene mucha fuerza.*»

Es inútil multiplicar los ejemplos: parece claro que para estos sujetos el agua tiene el poder, en su línea de superficie, de «torcer» el lápiz y el hierro, incluso aunque se vuelvan a poner «rectos» en posición vertical, debajo de la superficie o si se sacan del agua, e incluso si, como en Luc, el tacto contradice la visión, ésta tiene entonces razón. En los demás sujetos la afirmación es tan resistente que lo observable táctilo-cinestésico es deformado en beneficio (o bajo la influencia) de lo visual. En cuanto a la posición vertical para varios sólo constituye una excepción aparente, porque, si el lápiz está «recto», es entonces resistente «como la pared de una casa» y el agua no puede doblarlo.

2) En el nivel IB (de 5;6 a 6 años con algunos sujetos de 7) encontramos una situación intermedia entre las afirmaciones y las negaciones del doblado objetivo de las varillas:

DOR (5;6) ve el lápiz torcido, pero lo siente recto: «*Es mi dedo quien tiene razón.* — ¿Está realmente torcido? — ... — ¿Y si una hormiga, etc? — *Se ahoga: no lo sentirá torcido* (elude la pregunta). — ¿Por qué se ve torcido? — *Porque el agua tiene fuerza.* — ¿Y con el dedo? — *No está torcido.* — ¿Quién tiene razón? *El dedo.* — ¿Y por qué los ojos engañan? — *Porque no ven recto.*»

SUC (5;6): «¿Con el dedo (previsión)? — *Lo sentiré recto.* — ¿Quién tiene razón? — *Los ojos porque los dedos no ven, los ojos sí.* — ¿En realidad está doblado? — *No.* — ¿Qué es lo que hace que la barra se tuerza? — *No sé.* — ¿Entonces, no lo está? *Pero en el agua la veo doblada.*»

DEM (5;6): «¿Realmente doblado? — *No, es usted quien hace eso* (pero objetivamente). — ¿Y de pie (vertical)? — *No, porque es duro.* — ¿Y así (inclinado)? — *Es porque tú lo sujetas así... es el agua, se ve, hay burbujas* (relacionadas con la torsión).»

SAM (6;8): «*Es porque el agua lo obliga a que esté doblado.* — ¿Pero realmente lo está? — *No.* — ¿Son tus ojos o tu dedo, etc? *El dedo. No, los ojos tienen razón.* — ¿Por qué? — *Los ojos hacen que no esté recto.* — ¿Se te ocurre otra cosa? — *Porque el agua lo obliga a que esté doblado, pero no es verdad que esté doblado.* — ¿Y por qué se ve? — *Se ve que está doblado y se dice que no es verdad porque el lápiz no está roto.*»

SUM (6;6): «¿Realmente está doblado? — *No, es el dedo el que tiene razón.* — ¿Y por qué engañan los ojos? — *Porque el agua hace algo: el agua hace que tome otra forma.*»

DUC (6;10): «*El agua de dentro hace como si estuviera doblado.* — ¿Pero en realidad? — *En realidad está doblado.* — ¿Y con el dedo? — *No sé nada: se dobla un poco y no lo siento.*»

GAE 6;6): «*El agua no es bastante fuerte* (para doblarlo realmente). — ¿Por qué se ve torcido? — *Es el agua la que lo hace con nuestros ojos.*»

LID (6;8): «*Parece que está torcido.* — ¿Por qué "parece"? — *Porque no es verdad.* — ¿En realidad? — *No, porque veo que no está roto.* — ¿Entonces? — *Es el agua la que hace eso... no está torcido, pero en el agua parece torcido. Es por culpa del agua.*»

VLA (6;6): «*No está doblado, pero se ve así.* — ¿Por qué? — *Es el agua.* — ¿La fuerza del agua? — *No, se ve así.*»

Está claro que estos sujetos tienen razón: la refracción se debe al agua, pero sólo atañe a los rayos luminosos sin modificar el objeto, es decir, «se ve así» y, en efecto, «es el agua la que lo hace con nuestros ojos». Pero como estos niños ignoran las leyes de la luz y se imaginan la visión como si fuera del ojo al objeto y no a la inversa, se encuentran obligados a buscar un nuevo estatuto para la afirmación de la torsión de las varillas en el agua y su negación en lo que respecta al testimonio de los dedos o las posiciones verticales y fuera del agua. Mientras que la afirmación del nivel IA se refería a la materia misma del objeto, doblado en realidad, la del nivel IB rechaza esta materialización (no está doblado porque no está «roto»: Sam y Lid, etc.), pero se refiere entonces a la «forma»: «el agua hace que tome

otra forma» (Sum), «parece torcido» (Lid), «se ve así» (Vla), etc. Ahora bien, este cambio de forma se debe al agua: sus «burbujas» (Dem) señalan que actúa causalmente, «el agua lo obliga a que esté doblado» (Sam), aunque se trate solamente de una modificación momentánea de forma, pero que «es por culpa del agua».

3) La única síntesis encontrada en el estadio II consiste, entonces, en incluir estos cambios de forma en ciertas situaciones (subclase *A)* y su ausencia en otras (subclase *A')* en una clase general *B*, pero caracterizada en términos relacionales de cambio de dirección comparables a lo que da un espejo en sus reflexiones y en sus imágenes asimiladas a «reflejos»:

GAI (6;9) aporta ya un esbozo de esta solución al decir que si se ve el lápiz doblado y se «*siente*» recto «*es porque el agua está recta y el lápiz está inclinado...*», entonces *se ve doblado, pero de todas formas está recto*».

KAR (7;7): Cuando el lápiz está colocado oblicuamente «*la otra punta del lápiz* (= la parte en el agua) *se inclina aún más, porque el agua cambia la dirección*».

FUM (7;6): el agua «*hace reflejar*» y «*si sostenemos la barra oblicua, esto la hace torcerse, si la sostenemos recta está recta en el agua.* — ¿Pero por qué la hace esto torcerse? — *Porque el agua empuja un poco para adelante. Cuando se baja la barra, el lugar* (en el que se tuerce) *cambia también: la barra se dobla a la altura del agua.* — ¿Y si hacemos que el agua se mueva? — *Sí, incluso más si el agua se mueve mucho*».

CLO (8;11): «*En el agua no hay lo mismo que fuera: hay un reflejo*» y si la barra está vertical no hay reflejo «*porque no está inclinada*». Hace falta, además, que una parte se quede fuera «*no toda en el agua.* — ¿Se puede explicar? — *Sí, es por el reflejo*».

MOR (9;6): «*Está doblado cuando lo ponemos inclinado: forma un ángulo porque el agua hace que el lápiz se tuerza, pero no de verdad.* — ¿Qué es necesario para que se doble? — *Agua, poner el lápiz oblicuo y una parte fuera.*»

BUR (10;0): «*En el agua se tuerce. Es como un espejo porque nos podemos mirar en el agua.* — ¿Cómo explicas que se tuerza? — *Porque es un espejo.*»

Esta asimilación de la refracción a una reflexión le parece, entonces, suficiente al sujeto para explicar los casos negativos, así como los positivos: todo se debe a las direcciones y un sujeto de siete años observa ya que «es distinto mirar desde arriba y a través del vaso», lo mismo que la imagen en espejo se debe tanto a la posición del observador como a la del objeto. La clase general *B* está entonces caracterizada por la forma rectilínea (sin torsión) de las varillas y la subclase *A* por las situaciones en que son vistas de esta forma. En cuanto a la clase *A'*, en la que se ven torcidas, Mor la define por los tres caracteres: en «el agua, el lápiz oblicuo y una parte fuera», olvidando únicamente señalar, cosa que sabe bien, el hecho de que la deformación angular que se produce entonces sólo es sensible a la visión y no al tacto.

4) Lo que es sorprendente en esta evolución es, pues, su paralelismo con lo que nos ha mostrado el análisis de la reflexión (§ 1-5). En ambos casos las afirmaciones del nivel IA (inversiones de las letras en espejo o torsión de las varillas en el agua) se considera que constituyen una toma de posesión de caracteres que se dan materialmente en el objeto, cuyas barras, en el caso de las letras, «giran» o «dan la vuelta», o que «está torcido» por el agua. Igualmente en ambos casos, en el nivel IB, las modificaciones percibidas se deben a las acciones, ya de un sujeto (el experimentador que gira las tarjetas en § 2 o «es usted quien hace eso», Dem en § 6), ya de los objetos (los lados derecho o izquierdo del espejo en § 2 o el agua que cambia la forma del lápiz en § 6), que llegan a modificar las formas sin afectar a la materia de los objetos; de ahí una distribución de las afirmaciones y negaciones por simple regulación del «todos» y del «algunos» en el plano de la legalidad, algunas letras están al revés, otras al derecho, y en algunas situaciones hay torsión de las varillas y en otras no. Finalmente, en el

estadio II la coordinación de las afirmaciones y las negaciones está asegurada por la distinción del objeto y de su imagen (o reflejo), y por la subordinación de ésta a leyes generales y a relaciones causales que la hacen depender de factores de posición y de dirección. Esta coordinación, producto de una construcción activa de clases y de subclases, así como de una relativización de las nociones que intervienen, permite entonces eliminar las contradicciones insuperables del nivel IA (entre la visión y el tacto, las posiciones verticales e inclinadas, etc.) y mal superadas del nivel IB por falta de comprensión de la razón de los cambios de forma.

SEGUNDA PARTE

LAS RELACIONES ENTRE AFIRMACIONES Y NEGACIONES

8. CONTRADICCIONES PRODUCIDAS POR FALSAS SIMETRIAS DE LA INCLUSION

Con J. Montangero

Es bien sabido que en los niveles preoperatorios la inclusión se concibe, a menudo, como simétrica: en un conjunto de cuadrados azules y de redondeles rojos o azules vimos, con B. Inhelder, hace tiempo [1], hasta qué punto hacia los 4-5 años, y a veces después, era fuerte la tendencia a concluir a partir de «todos estos cuadrados son azules» la consecuencia de que «todos los azules son cuadrados». Este fenómeno es interesante para el estudio de la contradicción, porque es probable (pero será necesario volver sobre ello más adelante) que dependa de un desequilibrio entre las afirmaciones y las negaciones, puesto que las primeras tienen más «peso» que las segundas y de ello proviene una falta de compensación entre ambas. En efecto, de «todos los cuadrados son azules» se desprende una conexión muy pregnante entre cuadrado y azul, de tal manera que los sujetos descuidan los azules no cuadrados y, por así decirlo, los rechazan, en beneficio de esa conexión concebida como afirmativa en los dos sentidos.

A continuación estudiaremos dos tipos de contradicciones que se pueden extraer de tal proceso. La primera se situará en el nivel de las propias acciones del niño. Se tienen cinco cubos rojos, en todos los cuales el sujeto comprueba que hay un cascabel, y algunos no rojos, que no toca, aunque en algunos de ellos hay también un cascabel mientras que

[1] [Cf. Inhelder, B., y Piaget, J., *La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations.* Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1959. Trad. cast. de M. Riani: *La génesis de las estructuras lógicas elementales,* Buenos Aires, Guadalupe, 1967. N. de los T.]

en otros no lo hay. A pesar de estas informaciones incompletas se pide al niño que construya la fila de los rojos, primero sin verlos y luego viéndolos; como los sujetos jóvenes infieren de los datos que todos los cubos con cascabeles son rojos, construyen bajo una pantalla una fila que contiene más cubos que los rojos, y luego se sorprenden al comprobar que la fila visible de los rojos es más corta que la precedente. Tenemos aquí un caso simple de contradicción de tipo I en el que una misma acción (juzgada como tal por el sujeto) parece conducir a resultados diferentes, y vale la pena analizarlo.

Pero se puede igualmente utilizar esta situación para examinar las relaciones entre dos enunciados: el que el sujeto formula al comienzo de la experiencia cuando piensa que no puede decir nada de los cubos no rojos (que no se le dejan sacudir), y el que resume lo que extrae erróneamente de sus ensayos bajo la pantalla: es decir, que ninguno de esos cubos sobreañadidos contiene cascabel. Esto nos dará la oportunidad de comparar el papel de las contradicciones entre enunciados con el del desequilibrio entre acciones. Es cierto que esas diversas preguntas son doblemente capciosas, en primer lugar, porque el sujeto sabe sólo que los cubos no rojos podrían o no contener algunos cascabeles, y después porque la fila de los rojos bajo la pantalla no puede ser construida con seguridad. Pero el interés de establecer esta relación entre datos incompletos y simples posibilidades reside en que la dominan perfectamente la mayoría de los sujetos de 7 años; por tanto, es instructivo indagar cómo llegan a este logro y qué es lo que se lo impide antes.

TÉCNICA.—Se dispone de 11 cubos de cartón de los cuales 5 son rojos, 3 amarillos y 3 azules. Se le dan al sujeto los 5 rojos, uno a uno, y se le pide que verifique si contienen un cascabel o no. Después de las respuestas afirmativas, se le muestran los otros 6 cubos prohibiéndole que los sacuda, pero precisando que algunos de ellos tienen «quizá» un cascabel, y «quizá no». De hecho sólo un amarillo y un azul contienen cascabeles. Después se coloca el conjunto de estos cubos detrás de una pantalla repitiendo los datos y se pregunta si sabe lo que hay en los amarillos y los azules; la respuesta es siempre negativa. Se coloca entonces en la mano del niño un cubo sin cascabel diciendo: «Si estás seguro de que es rojo, ponlo en esta caja (un tubo de

cartón que puede contener exactamente 7 cubos alineados), si no dámelo (siempre detrás de la pantalla).» Se le da después un cubo con cascabel y luego todos los demás, al azar. Se repite cada vez la consigna pidiendo al sujeto las razones de su elección (es importante naturalmente que el sujeto haya comprendido bien que se le pide que construya la serie de los «rojos» y no de los cubos con cascabel, aunque, de hecho, los sujetos jóvenes identifiquen estas dos categorías). Una vez terminada la serie, se pide al niño que resuma lo que ha hecho, se le pregunta si cree haberlo conseguido y cómo son los cubos amarillos y azules.

Dado que la respuesta de los sujetos de los niveles IA y IB es que están todos vacíos, se hace que confronten los dos enunciados, el del comienzo («no se sabe») y el acual («no tienen cascabel») preguntando si se pueden decir los dos, o cuál es el correcto. Después de esto se pregunta si queda sitio en el tubo de cartón debajo de la pantalla. Una vez que el sujeto ha comprobado que está bien lleno (si ha puesto los 7 cubos con cascabel), se sacan los cubos sin mostrárselos y después se colocan los 11 cubos delante del niño, sin pantalla, pidiéndole que coloque de nuevo los rojos en la caja de cartón. Se le hace comprobar entonces que el tubo no está lleno y se le pregunta por qué.

Si el sujeto no comprende que ha colocado bajo la pantalla cubos con cascabel no rojos en el tubo de cartón, se vuelven a empezar las dos clasificaciones, primero bajo la pantalla, después de forma visible, y se vuelven a plantear las mismas preguntas, añadiendo si es necesario: «¿Es posible que hayas puesto en el tubo, sin haberlos visto, amarillos o azules que tenían un cascabel?»

En los sujetos que reaccionan correctamente desde el comienzo (estadio II), el interrogatorio es naturalmente distinto y no es ni siquiera necesario comparar los espacios ocupados, pero se pregunta si es posible conseguirlo y por qué sí o no, y cuál es la mejor manera de acercarse a la solución (no poner más que 5 cubos, o uno con cascabel de cada dos, etc.). Al final de los interrogatorios se ha sometido a menudo al sujeto a pruebas de cuantificación de la inclusión: en un ramo de flores B, que contiene la mitad de margaritas (A) ¿hay más margaritas o flores, es decir, $A < B$? ¿O el sujeto no compara entonces los A más que con los A', es decir con $A' = B - A$? Puede ser interesante igualmente hacerle pasar una prueba de intersección de clases.

§ 1. EL NIVEL IA.—Veamos ejemplos:

VAL (4;9). Después de la manipulación de los rojos se coloca todo detrás de la pantalla: «¿Qué es lo que hay ahí detrás? — *Los rojos, los azules y los amarillos.* — ¿Tú sabes si los azules y

los amarillos tienen una campanita? — *No.*» Pone los 7 cubos con cascabel detrás de la pantalla. «¿Qué debías poner? — *Los rojos.* — ¿Y cómo sabías que eran rojos? — *Porque había un ruidito en los bloques.* — ¿Y los amarillos y los azules? — *No hay nada.* — Pero me has dicho que no sabías, ¿y ahora dices que no hay nada? — *Están vacíos.*» Después comprueba que en el tubo no hay más sitio. Se pasa a la serie visible: pone los cinco rojos. «¿Hay sitio ahora? — *Sí.* — ¿Y antes, cuando estaba escondido? — *Sí, había sitio.* — ¿Estás segura? — *Sí.*» Se vuelve a empezar en la situación oculta. «¿Hay sitio? — *No.* — ¿Y así (los 5 rojos visibles)? — *Sí.* — ¿Es normal? — *Es raro.* — ¿Tú crees que puede haber azules y amarillos que tengan una campanita? — *No.* — ¿Cómo estás segura? — *Porque no son rojos.*» Es preciso entonces sacudir delante de ella un amarillo con cascabel para que admita que los rojos no son los únicos que contienen cascabel.

PAS (5;6). Detrás de la pantalla: «¿Tienen todos un cascabel? — *No.* — ¿Los amarillos y azules, se puede saber? — *No.*» Trata de llenar el tubo de rojos y descarta un cubo sin cascabel, etc., para retener otros 7. «¿Cómo has sabido que eran rojos? — *Porque había una campana.* — ¿Y los amarillos y azules, hay una campana o no sabes? — *No hay.* — Hace un momento me has dicho que no se puede saber y ahora dices que están vacíos, ¿está bien? — *Sí.* — (Se repite.) ¿Está bien? — *No.* — ¿Entonces qué hay que decir? — ...» Comprueba que todo el tubo está ocupado y luego, en la serie visible, señala espontáneamente que faltan. «¿Cómo es eso? — *No ocupaba todo el sitio antes.*» Pero sólo lo cree a medias y dice «*¡Hum!*» cuando se le pide que vuelva a empezar. Vuelve a hacer las dos series: «¿Por qué es más largo aquí (pantalla)? — *Porque están en esa caja.* — ¿Sería posible que hubiese amarillos y azules también? — *No.* — ¿Seguro? — *Sí.*»

LAU (5;6) dice que antes de la serie bajo la pantalla no se podía saber lo que tenían los amarillos y los azules, pero que ahora es correcto decir que están vacíos, «*porque los he sacudido*», detrás de la pantalla, como si esto probara algo para todos. Por lo demás, las mismas reacciones.

STÉ (5;8) después de haber sacudido todos los rojos: «¿Y los amarillos y los azules, sabes lo que tienen dentro? — *No, no tienen* (cascabel). — ¿Y los rojos? — *Lo tienen.* — ¿Cómo sabes que los otros no lo tienen? — *Porque lo sabía, porque no he probado.* — ¿Y sin probar lo sabes? — *Sí, lo sé.*» Después de esto admite naturalmente que el tubo bajo la pantalla sólo con-

tiene rojos «*porque los he sacudido uno a uno*», y los otros no se sabía, pero ahora se sabe que están vacíos «*porque no hacen ruido* (bajo la pantalla)... *porque si los sacudo y no hacen ruido, es así como me acuerdo* (= como lo sé). — ¿Pero antes no lo sabías? — *¡Lo sabía de todas formas!*» Reconoce la diferencia de lugares ocupados, pero niega enérgicamente que haya podido meter amarillos o azules en el tubo bajo la pantalla.

Gro (6;11) comienza por admitir que los amarillos y los azules «*tienen quizá*» cascabeles, pero desde la serie bajo la pantalla renuncia a esta idea: «*Están vacíos*». En cuanto a los espacios desiguales, los atribuye al hecho de que los cubos están más o menos apretados. «¿Eran los mismos bloques los que ocupaban más sitio? — *Sí.*»

Gab (6;4) dice que no se puede saber el contenido de los amarillos y los azules; luego, después de la clasificación bajo la pantalla: «*No tenían campanas.*» Espacios desiguales: «*Han quitado bloques.*» Se vuelve a comenzar, idénticas reacciones, fracaso en la prueba de inclusión.

Fid (7;6), a pesar de su edad (pero es el único después de los 7 años), tiene todavía las mismas reacciones. Con respecto a los dos enunciados contradictorios: «*Sí, se podía saber: los rojos lo tenían y los amarillos y azules no lo tenían.*» Espacios desiguales: no hay solución, pero cree imposible que haya colocado bajo la pantalla amarillos y azules. Fracaso en la inclusión.

La consigna dada al niño relativa a los cubos amarillos y azules le sitúa ante dos dificultades. La primera es naturalmente que al impedir al sujeto sopesar estos cubos, diciéndole solamente que «quizá los haya que tengan un cascabel y quizá que no», se le impide que afirme nada al respecto inicialmente, mientras que la acción de sopesar uno a uno los rojos crea una conexión pregnante entre el rojo y los cascabeles. Ahora bien, los hechos parecen mostrar que la necesidad de afirmación o de decisión tiende, en este nivel, a dominar sobre esa suspensión de juicio que implica el «quizá». Por ejemplo, Sté niega resueltamente y traduce la consigna por «no, no tienen (cascabel)», dando como argumento «lo sabía porque no he probado», lo que significa sin duda «porque no valía la pena probar»; y, cuando los ensa-

yos bajo la pantalla le confirman en su idea, añade «¡Lo sabía de todas formas!» Otro sujeto (no citado) dice de entrada, a propósito de la consigna: «No sé un poquito, pero sé un poquito», lo cual expresa la misma actitud en términos simplemente más prudentes.

La segunda dificultad es que la consigna deja indeterminada la extensión de «quizá los haya que tengan un cascabel y quizá que no», sin especificar si se trata de «todos o ninguno» o de «algunos sí, algunos no». Ahora bien, la misma tendencia a la afirmación, o si no a la afirmación más simple, se orientará en este caso hacia el «todos o alguno». El sujeto Cal, que citaremos en el parágrafo 2, y que es todavía casi del nivel IA, expresa inicialmente la consigna como «quizá tienen todos, quizá no tienen», y esta alternativa entre todo o nada es, sin duda, la idea implícita que domina en estos sujetos.

Es evidente entonces que al descubrir bajo la pantalla la presencia de cubos sin cascabeles, mientras que todos los rojos los tienen, las dos manifestaciones que acabamos de atribuir a tendencias a la afirmación van a empujar al niño a la conclusión inmediata de que sólo los cubos rojos tienen un cascabel: el simple hecho de que haya cubos sin cascabel prueba simultáneamente a sus ojos que se trata de amarillos o de azules, y que todos los amarillos o azules carecen de cascabel. Por tanto, para ellos no hay ninguna contradicción en admitir que antes de esos ensayos no se podía estar seguro, pero que desde los primeros sondeos se puede generalizar a «todos» los amarillos y los azules, si el problema se plantea en términos de «todos o ninguno». Aquí tenemos un ejemplo particularmente instructivo de las razones psicológicas de la dificultad bien conocida en los niveles preoperatorios de la regulación del «todos» y del «algunos».

En cuanto a la segunda contradicción, que es la de la diferencia de longitud de las filas colocadas en la caja bajo la pantalla o de forma visible, la insensibilidad de los sujetos con respecto a ella depende de razones análogas. No se trata simplemente de un desacuerdo entre una anticipación (idéntica longitud) y un hecho que la desmiente: el sujeto se encuentra en presencia de una situación más profunda desde el punto de vista de las formas elementales de con-

tradicciones, la de que una misma acción, o juzgada como tal por el niño, conduce a resultados diferentes, puesto que la serie construida por él es más larga bajo la pantalla que a la vista, en tanto que cree haber colocado los mismos cubos rojos en ambos casos. Por esto es normal que el sujeto comience por negar esta diferencia (Val y Pas al comienzo) o que la atribuya a elementos que se han quitado o que están más o menos apretados. Dicho en otras palabras, independientemente de las razones precedentes, que le hacen excluir la posibilidad de haber puesto amarillos o azules en el tubo bajo la pantalla, el sujeto se ve conducido a afirmar la identidad de su acción en las dos situaciones, puesto que negarla supondría admitir una incoherencia inexplicable.

§ 2. El nivel ib.—Este subestadio se caracteriza por una serie de conductas intermedias cuya progresión es instructivo seguir:

Cal (5;10) retiene bien la consigna para los amarillos y los azules («quizá lo tienen, quizá no lo tienen»), pero la traduce en: «*quizá lo tienen todos, quizá no lo tienen*», para interpretar luego: «*los hay que lo tienen y los hay que no lo tienen*». Por el contrario durante la serie bajo la pantalla está seguro de que todos los cascabeles indican rojos y que los amarillos y azules están «*sin cascabel.* — ¿Pero antes has dicho otra cosa? — *Porque los hay que lo tienen y los hay que no lo tienen.* — ¿Entonces es correcto decir que sabes que todos están vacíos? — *Sí, porque no hay nada dentro*». En cuanto a los espacios desiguales, es que ahora faltan cubos: «*Están escondidos.* — ¿Pero antes (pantalla) había sólo rojos? — *Sí... no. Sí...* — ¿Lo llenaban? — *Sí.* — ¿Y por qué la diferencia? — *Ahora hay menos.*»

Ver (5;9) bajo la pantalla: «¿Los amarillos y los azules tienen algo dentro? — *No.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque los rojos tienen algo.*» Al sacudir cada uno dice: «*Es rojo*». «*No es rojo*», etc. «Pero antes decías, etc. ¿Qué sería correcto, que un niño dijera que no se puede saber, o que otro dijera que están vacíos? ¿Quién tiene razón? — *El que dijera 'no puedo saber lo que hay'.* — ¿Y el otro? *Tenía también razón, porque estaban vacíos.*» Pero después de haber comprobado la diferencia de los lugares ocupados bajo la pantalla y sin ella, Ver supone primero que se han quitado rojos entre las dos situaciones o que los ha olvidado. «¿Cómo sabías que eran rojos? — *Porque tenían un cascabel.* — ¿Podría haberlo en un amarillo o en un azul? —

Creo que sí.» Nueva serie bajo la pantalla: actúa como antes y responde que no cuando se le pide si el cascabel podría ser de un cubo amarillo o azul, pero después de un nuevo examen de los lugares ocupados: «*Hay más* (bajo la pantalla), *hay amarillos y azules que tienen cascabel dentro.* — ¿Podrías hacerlo bien volviendo a empezar? — *No es posible, porque todos los que tienen cascabel creía que eran rojos.*»

BER (5;9). Idénticas reacciones iniciales y finales, pero cree que sería posible conseguirlo bajo la pantalla: «*Sí, hay que tener buena memoria.*»

LIN (6;0) dice de los amarillos y azules, después de la serie con la pantalla: «*He oído que están* (todos) *vacíos*», pero después del examen de los espacios admite que habría podido haber no rojos.

NIC (6;6) concluye después de la pantalla que los amarillos y los azules no tienen cascabel «*porque los he sacudido y no había*». Diferencia de espacios: «*Es magia*», luego supone que «*había puesto* (un azul) *dentro*» y lo sacude para verificar.

SYL (6;3). Pantalla: «*He puesto todos los rojos en la caja.* — ¿Y los que has dejado? — *Son amarillos y azules porque no tienen campanas.* — ¿Pero antes habías dicho, etc., si dos niñas dijeran, etc., cuál tendría razón? — *La que dijera que estaban vacíos.*» Después del examen de los espacios: «*Porque había puesto amarillos y azules dentro.*» Nueva serie bajo la pantalla: descarta un rojo porque el cascabel podría provenir de un no rojo: «¿Por qué lo dejas? — *Porque no es rojo.* — ¿Cómo lo sabes? — *No puedo saber, no puedo ver.*»

MOR (6;10). Idénticas reacciones iniciales, luego, después del examen de los espacios: «*Quizá haya amarillos y azules con una campanita.*» Considera imposible conseguirlo.

LON (7;0) reconoce que no se puede saber lo que contienen los no rojos, pero bajo la pantalla «*cuando son rojos los meto en la caja, cuando son amarillos o azules los separo.* — Pero hace un momento decías que no sabías y ahora dices que están vacíos. ¿Cómo es eso? — *No, hay que decir que cuando hay ruido son rojos y cuando no hay son amarillos y azules*». Espacios desiguales: «*Quizá es que antes los había puesto menos apretados.* (Se vuelve a empezar.) *¡Quizá haya amarillos y azules que suenan!*» Juzga imposible estar seguro de una solución correcta.

Se encuentran todavía algunos casos de estas reacciones IB hasta los 8 y 9 años (e incluso un caso a los 10). En cuanto a las que acabamos de citar, se observa la siguiente progresión. El caso más primitivo, Cal, que es casi enteramente del nivel IA, formula, sin embargo, la hipótesis (después del «todo o nada» del que hemos hablado en el § 1) de que algunos amarillos o azules pueden tener cascabeles. Luego renuncia (contradiciéndose) durante la serie bajo la pantalla. Pero después de la segunda comprobación de las longitudes desiguales duda: «Sí, no, sí» con respecto a la afirmación de que los no rojos están todos vacíos; Ver va más lejos, pero sobre todo después de una segunda clasificación bajo la pantalla y una segunda comprobación de los espacios desiguales: los no rojos pueden tener cascabeles. Lin acepta la hipótesis desde el primer examen de los espacios. Syl, finalmente, a pesar de sus 6 años, es el primer sujeto que no se contenta con admitir esta suposición desde la primera comprobación de las longitudes desiguales, y sin dudas sobre ello: va más lejos y extrae una mejora de su propia acción, puesto que durante la segunda serie construida bajo la pantalla separa un cubo con cascabel al no saber si es rojo o no rojo. Hay, por tanto, una regulación de las acciones que se añade a la de las ideas y se podría ver en ello un nivel superior a aquel en el que sólo se modifican las interpretaciones, pero de hecho las edades de estas dos categorías de sujetos parecen ser las mismas, de 6 a 7-8 años.

§ 3. EL ESTADIO II.—Clasificaremos en este estadio, correspondiente al de las operaciones concretas, a los sujetos que comprenden desde el principio, durante la elección de la fila bajo la pantalla, que todos los cubos con cascabel *B* no son rojos *A*, porque si bien esta clase *A* está incluida en *B*, puede haber *A'*, amarillos o azules, provistos igualmente de cascabel. Es interesante observar desde el principio que, del medio centenar de niños examinados, ninguno pertenece a este nivel antes de los 7 años, mientras que aproximadamente las tres cuartas partes de los sujetos de 7 años están en él. Veamos ejemplos, comenzando por un caso intermedio entre los estadios I y II:

REG (7;10) dice que no sabe lo que hay en los amarillos y los azules y, bajo la pantalla, duda si colocar en la caja un cubo con cascabel. «¿Por qué piensas que no es rojo? — *Porque no son todos los rojos los que tienen cascabel.* — ¿Qué es lo que quieres decir? — *Quizá haya otros colores que tienen cascabel* (en otras palabras, esa expresión residual es lo mismo que decir que *A* no está enteramente incluido en *B* puesto que hay *A'* que son también *B).* Etc. Nuevo elemento: «¿Y éste? — (Lo pone.) *Porque de todas formas hay bastantes rojos que tienen cascabel, como* (puesto que) *todos tienen.* — ¿Tú crees que es posible conseguirlo sin ver? — *Quizá, pero hay niños que no lo consiguen.*» Espacios desiguales: «*Porque hay amarillos y azules que tienen cascabel.*»

RAU (7;1). Pantalla: dudas, «*porque hay amarillos y azules que tienen campanitas*». Después, a la vista del total: «*Me he equivocado, porque antes he visto que había más amarillos y rojos que ahora* (fuera del tubo)». Conclusión: «*Los hay que no tienen el mismo color y que tienen cascabel.* — Entonces ¿es posible el juego o no? — *A veces sí, a veces no.*» Pruebas de inclusión y de intersección: conseguidas.

LIN (7;3). Pantalla: dudas, «*Porque no he visto el color.* — ¿Y para poner un rojo? — *He hecho que suene.* — ¿Y cuando suena estás seguro? — *No, puede ser un amarillo o un azul*».

ALA (7;3): «¿En los amarillos y los azules? — *Los hay que tienen* (un cascabel) *y los otros no.*» (Pantalla.) «¿Crees que es rojo? — *No sé.* — ¿Podría ser rojo? — *Quizá.* — ¿O amarillo o azul? — *Quizá.*» Pone cinco en total: «¿Los que has dejado, cómo son? — *Azules o amarillos.* — ¿Estás seguro? — *No.*» Prueba de inclusión: conseguida.

CAT (7;3), duda desde el cuarto de los cubos introducidos en la caja bajo la pantalla, «*porque no sé*», después lo deja, después mete nuevamente uno y en el quinto duda y lo descarta «*porque he cogido ya muchos... y cuando he cogido muchos es otro color.* — ¿Cuántos rojos? — *No he contado.* — ¿Qué se puede hacer para saber si es rojo? — *Lo he hecho como me ha salido, al azar.* — ¿Y los amarillos y azules? — *Todos no están vacíos.* — ¿Es un buen sistema poner los 5 primeros? — *Sí.* — ¿Estamos seguros de que son rojos? — *No*». Prueba de inclusión: fracaso.

FLO (7;4). Amarillos y azules: «*Creo más bien que tienen también algunos*», y por ello dudas bajo la pantalla, en donde sólo pone 6: «*Uno lo meto, otro no lo meto.* — ¿Y aquéllos? — *Creo*

que son rojos. — ¿Por qué? — *Porque sí.* — ¿Seguro? — *Seguro no.* — ¿Es un buen sistema poner los 5 primeros? — *Sí, pero se puede uno equivocar también.*»

CAR (7;5): «*No se ve el color. Hay amarillos y azules que quizá tienen también.*» Descarta un cubo con cascabel: «*Quizá no es rojo, entonces por una vez lo quito.*»

VIN (8;7). Pantalla: descarta el cuarto con cascabel «*porque usted me ha dicho que no es seguro que sólo sean los rojos los que tienen un cascabel dentro.* — ¿Entonces? — *He sacudido dos o tres veces y me he dicho: ¡Ah!, quizá ése no es rojo. La suerte decide, a veces pienso que es rojo, a veces que no... tengo que encontrar una solución...*» Pero se queda ahí.

OLI (9;2) se detiene en 5 bajo la pantalla: «*Ya he puesto 5. Quizá haya todavía rojos y haya puesto azules en su lugar y dejado rojos.* — ¿El juego es posible o no? — *Es posible, pero al azar.*»

Se ve la diferencia neta de reacciones de estos sujetos con respecto a los del estadio I: desde el comienzo interpretan correctamente la consigna y admiten que, si bien los cubos rojos tienen todos cascabel, algunos (y no necesariamente todos o ninguno) de los amarillos y de los azules pueden tenerlo también; de aquí la duda inmediata ante un sonido de cascabel, para saber si su portador es rojo o no es rojo. Se produce ahí un progreso decisivo que va acompañado de la constitución de reunión y subdivisión de clases, de la cuantificación de la inclusión (que los sujetos consiguen casi sin excepción) y, de modo general, de la regulación del «todos» y del «algunos». Sólo Reg, que considerábamos por esta razón entre los niveles IB y II, muestra durante un instante una estructura residual, diciendo que los rojos no tienen todos cascabel, puesto que los otros pueden tenerlo también, como los sujetos jóvenes que vimos en una antigua investigación con B. Inhelder y que, en presencia de cuadrados azules y de redondeles rojos o azules, se negaban a veces a admitir que todos los cuadrados fueran azules «porque hay también redondeles azules» (el razonamiento está fundado sobre una falsa simetría de la inclusión: «todos los cuadrados son azules» = «todos los

azules son cuadrados», lo que se ve contradicho por la existencia de redondeles azules). Pero Reg se corrige inmediatamente, y nuestros problemas generales consisten en comprender cómo todos estos sujetos llegan a esa regulación correcta del «todos» y del «algunos» que les permite superar las contradicciones del estadio I, qué papel desempeñan esas contradicciones en dicho progreso y cuáles son las relaciones entre esas contradicciones o superaciones y los procesos de desequilibrio o de equilibración.

Pero antes de esta discusión señalemos todavía los diversos métodos adoptados por esos sujetos para construir sólo una serie de rojos, tarea finalmente reconocida como irrealizable sin errores. La mayor parte comienza, como anteriormente, por poner simplemente cubos con cascabeles y después dudan, preguntándose si el que tocan es rojo o no. Más de una tercera parte, durante la segunda clasificación, sólo colocan 5 cubos y descartan los siguientes. Algunos (véase Flo) ponen uno de cada dos, con la esperanza que sean rojos. Finalmente, los más prudentes, sólo colocan un número limitado (< 5).

§ 4.—CONCLUSIONES.—Abordemos finalmente nuestros problemas generales:

I) Por lo que respecta al acceso a la regulación del todos y del algunos (todos los rojos tienen cascabel, pero todos los cubos con cascabel no son rojos, y entre los no rojos sólo algunos lo tienen), el mecanismo lógico está claro, pero no basta para explicar su propia formación. Se reduce a la reversibilidad de las operaciones que intervienen y, por tanto, a una composición correcta de las afirmaciones y de las negaciones. Si todos los cubos rojos A son cubos con cascabel B, y existen «quizá» B que no son A, sino A' (= amarillos o azules con cascabel) tenemos entonces $A + A' = B$; ahora bien, si el sujeto domina la reversibilidad, tenemos $A = B - A'$, de donde $A < B$ y la exclusión de $B = A$ (falsa simetría de la inclusión), es decir de «todos los cubos con cascabel son rojos». Por otra parte, si los A' eventuales sólo constituyen parte de una clase C (cubos

amarillos o azules) de los cuales la otra parte no tiene cascabel, en este caso *A'* es la parte común (intersección) entre *B* y *C*, mientras que los *A* (rojos) están todos incluidos en *B*, entonces *B* y *C* no son clases complementarias o disjuntas (tales que *C* = *no-B*) y el hecho de encontrar bajo la pantalla cubos sin cascabel, por tanto, no rojos (no-*A*) no prueba, en absoluto, que no haya cubos no rojos, pero con cascabel. Esto se vuelve transparente para el sujeto tan pronto como las operaciones de reunión (∪ que representamos por el signo + para simplificar) se conciben como reversibles y permiten, de esta manera, las disociaciones o negaciones. Por tanto, es normal que en el nivel en que son accesibles estas operaciones reversibles que conducen a la cuantificación de las inclusiones y a la construcción de las intersecciones, esos problemas de cubos, con o sin cascabel, no presenten ya ninguna dificultad incluso, cosa notable, a propósito de una tarea imposible (puesto que los datos de hecho sólo son verificables en parte).

Pero subsiste enteramente el problema de comprender cómo llega el sujeto a esta reversibilidad, es decir, a esta composición correcta de afirmaciones y de negaciones, con compensaciones completas entre ellas, mientras que en el nivel IA estas capacidades están lejos de haber sido adquiridas. En lo que concierne a las lagunas iniciales, la hipótesis es entonces que las afirmaciones y las negaciones no se equilibran entre sí porque no tienen la misma pregnancia y la tendencia a la afirmación domina notablemente. Existen para esto un cierto número de razones, relativas tanto al modo en que se aprehende el objeto, como a las actitudes cognitivas espontáneas del sujeto (dos aspectos naturalmente solidarios para el observador, pero no inicialmente para el sujeto).

En lo que concierne a los objetos son, evidentemente, conceptualizados en comprensión antes de que intervengan las extensiones (como herencia de los esquemas sensoriomotores). Ahora bien, en comprensión, están revestidos de propiedades positivas y no cualificadas negativamente, cosa que sólo se produce más tarde y en oposición con otras: los cubos amarillos y azules son percibidos y concebidos como tales y no como no rojos, cosa que sólo llegan a ser

en función de una acción centrada en los cubos rojos. El hecho de que todos los cubos rojos tengan cascabel crea una fuerte conexión positiva entre estas dos propiedades que debilita la búsqueda de objetos no rojos susceptibles de presentar la misma atribución. De forma general, en una inclusión entre *A* y *B* ($A < B$, o una implicación significativa entre predicados $a \supset b$) los términos importantes son los términos positivos *A* y *B* (o las cualidades *a* y *b*), mientras que los *B no-A* (o *b no-a*) sólo tienen interés por generalización secundaria, y de aquí derivan las falsas simetrías de la inclusión o de la implicación. Incluso en el caso de la relación cuantitativa $A < B$ (por ejemplo, «en este ramo ¿hay más flores o más margaritas?») el hecho de que el sujeto razone entonces como si los *B*, comparados con los *A*, se redujesen a los *A'* (las flores que no son margaritas) parece poner de manifiesto una necesidad de reemplazar la negación parcial (las flores no margaritas) por un conjunto calificado positivamente (lo que queda de las flores).

En cuanto a las actitudes del sujeto, se puede recurrir al paso conocido de los efectos deformantes de centración a la descentración objetivante. Ahora bien, en el campo de las afirmaciones y negaciones, el sujeto, en virtud de tales leyes, está inicialmente centrado sobre lo actual, es decir, sobre el dato positivo, que ocupa entonces el primer plano, mientras que las clases complementarias, los límites de la extensión, etc., aparecen como virtualidades periféricas y, por tanto, se valoran menos. El «quizá» contenido en la consigna de la presente experiencia acentúa este carácter secundario, pero, sin embargo, se corresponde bien con todo lo que el sujeto está inclinado a desdeñar cuando se centra sobre las propiedades que le ocupan. Ahora bien, hemos visto cómo este «quizá» se deforma en el nivel IA.

En una palabra, el desequilibrio que ponen de manifiesto las carencias iniciales en la regulación del «todos» y del «algunos» dependería, según nuestra hipótesis, de una desigualdad inicial entre la fuerza de las afirmaciones y el carácter secundario de las negaciones, y de aquí la ausencia de compensaciones lógicamente necesarias y la frecuencia de las contradicciones virtuales. De forma general, esta desigualdad de fuerzas entre las afirmaciones y las nega-

ciones depende, tanto desde el punto de vista del objeto como del del sujeto, de la razón esencial de que los caracteres positivos de los objetos o las acciones están dados directamente, en cuanto observables, mientras que los caracteres negativos comportan, en diversos grados, mecanismos inferenciales o establecimiento de relaciones con los resultados esperados de la acción, con las propiedades anticipadas del objeto, u oposiciones con respecto a otros objetos.

II) En lo tocante a las contradicciones debidas a esas faltas de compensaciones, está claro que el sujeto no podría tomar conciencia desde el principio y menos todavía formularlas lógicamente, puesto que eso supondría precisamente el empleo de los aparatos de regulación que faltan. De esta manera las dos contradicciones que no se eliminan en el nivel IA verifican la hipótesis general de esta obra, según la cual las contradicciones iniciales, que desempeñan un papel en el desarrollo, no dependen de relaciones estructurales y conscientes entre enunciados, sino que consisten en desequilibrios funcionales entre acciones del sujeto. La primera de estas contradicciones funcionales consiste en admitir que no se puede decir nada de los cubos amarillos y azules, y luego, una vez comprobado bajo la pantalla que hay cubos sin cascabel, en afirmar que todos los no rojos pertenecen a este tipo. Ahora bien, desde el punto de vista del sujeto, no hay en ello nada contradictorio, puesto que ha verificado que todos los rojos tienen un cascabel y a continuación descubre cubos sin cascabel y, por tanto, amarillos o azules. Pero, sin embargo, persiste un desequilibrio en esta situación, puesto que el sujeto no ha verificado si todos los cubos con cascabel, oídos sin ser vistos, eran rojos; hay, por tanto, la posibilidad de que exista una clase secundaria, en la cual no piensa el sujeto, y que es semejante a un trabajo virtual no compensado en un desequilibrio físico. Ahora bien, el trabajo virtual se torna luego real cuando el sujeto compara las longitudes de las dos filas, la invisible y la visible, y comprueba que la primera contiene más elementos; de ahí proviene la segunda contradic-

ción, que el sujeto del nivel IA no elimina tampoco al admitir que ha ejecutado la misma acción en ambos casos; entonces sale de la situación bien negando lo observable que le perturba, bien concediendo diferencias menores de realización (cubos más o menos apretados, u olvidados, etc.). En este caso tampoco hay contradicción lógica entre los enunciados, sino desequilibrio, debido a que un trabajo virtual no ha sido compensado todavía y se convertirá en real en una verificación más seria.

De una manera general, en todas las situaciones en las que el sujeto olvida una clase complementaria *A'* (y concluye, entre otras cosas, que si todos los *A* son *B*, entonces, simétricamente, todos los *B* son *A)*, se generaliza a «todos» un índice válido para «algunos», etc., y las contradicciones latentes que contienen estas afirmaciones son la expresión de desequilibrios, en el sentido de que las negaciones que serían necesarias para la coherencia del sistema permanecen en el estado de «trabajos virtuales no compensados».

III) Para explicar la superación de tales contradicciones funcionales y la llegada a un equilibrio estructural, se impone una hipótesis nueva, pero que parece desprenderse necesariamente de la del desequilibrio inicial entre las afirmaciones y las negaciones. Se trata de que en un sistema cognitivo, no equilibrado todavía, los trabajos virtuales no compensados se convierten, más pronto o más tarde, en reales, y producen entonces compensaciones gracias al juego de las regulaciones que modifican las afirmaciones iniciales.

En principio esto equivale a admitir que en un sistema cognitivo los trabajos virtuales pesan ya, un poco o un mucho, sobre la marcha del razonamiento. Un buen ejemplo de este mecanismo, a primera vista sorprendente, es la resistencia de los observables que el sujeto puede tratar de «reprimir» [«refouler»]. Cuando en los casos más primitivos del nivel IA el niño no quiere admitir que su fila de cubos bajo la pantalla (pretendidamente rojos) es más larga que la fila visible construida poco después, esta represión de lo observable molesto no se mantiene durante mucho

tiempo, porque incluso negándose a aceptar el hecho, el sujeto ha descubierto su posibilidad y es esta posibilidad, incluso no deseada, la que le trastorna hasta reconocerla en cuanto realidad. Igualmente, cuando se trata de considerar seriamente la hipótesis hasta ahora dejada de lado de una clase secundaria de cubos no rojos pero con cascabel, asistimos a veces a un proceso semejante: el sujeto Cal, intermedio entre los niveles IA y IB (véase § 3) responde «sí... no. Sí...» a la pregunta de si en su fila —bajo la pantalla— sólo había puesto rojos; por tanto, rechaza la suposición, pero este «trabajo virtual», constituido por la intervención posible de una subclase de ese tipo pesa, sin embargo, sobre su pensamiento, puesto que no está convencido de su exclusión y, más pronto o más tarde, estará obligado a aceptarlo si examina los hechos con más descentración u objetividad.

De un modo general un trabajo virtual es una modificación que se torna posible en la situación dada, por ejemplo, una caída de un cuerpo en equilibrio inestable o el descubrimiento de objetos A' en un sistema $A + A' = B$, del cual el sujeto sólo conoce actualmente los A y los B. En el caso de un sistema físico, es evidente que sólo el físico concibe estas posibilidades; si están compensadas no sucede nada y el trabajo virtual permanece como una pura eventualidad en las deducciones del físico. Si no están compensadas, se realizan más pronto o más tarde y dejan de ser posibilidades para convertirse en realidades. En un sistema cognitivo, por el contrario, que es interior y no ya exterior al sujeto, éste puede presentir el trabajo virtual sin efectuarlo y en ese caso permanece como una simple posibilidad de transformación, pero que además es una realidad de pensamiento en cuanto posibilidad supuesta por el sujeto (incluso aunque comience por rechazarla). En este sentido es en el que puede influir sobre los razonamientos en realización. Si se rechaza, no hay compensación entre las afirmaciones $+ A$ o $+ B$ y las negaciones posibles $B - A' = A$, y de aquí el error $A = B$ (salvo si el sujeto aumenta la coherencia, cosa muy tardía, hasta hacer de A' una clase entre las restantes, pero vacía, de donde $A' = 0$ y $A = B - 0$. Si se acepta, el

juego de las afirmaciones y negaciones se torna coherente por sus compensaciones, $B=A+A'$, $A=B-A'$ y $A'=B-A$.

Pero ¿nuestra hipótesis no consiste en suponer sin más que el sujeto, que comienza razonando mediante inferencias incompletas, terminará por someterse forzosamente a las leyes de la lógica, puesto que actuaban «virtualmente» desde el principio? Esto sería un poco simple, porque las leyes de la lógica son formales e intemporales, mientras que el proceso aquí descrito es causal y, por tanto, temporal y real. Pero si se define el universo lógico-matemático como el mundo de los posibles, independientemente de los controles de lo real (puesto que la deducción formal prescinde de verificaciones experimentales) y se conciben los trabajos virtuales como el margen de posibilidades abiertas paso a paso por las situaciones reales, entonces la conquista de una lógica natural debida a las actualizaciones de los trabajos virtuales de naturaleza cognitiva puede tender asintóticamente hacia ese conocimiento de los posibles que constituyen las ciencias lógico-matemáticas; en este caso el encuentro entre los dos términos de lo real y lo posible se torna inteligible, sin que se invoquen estructuras puramente formales como factores causales (lo cual sería contradictorio) y preexistentes de un desarrollo histórico y real [2].

En los hechos precedentes, un índice interesante a favor de estas interpretaciones lo constituye el paso brusco y casi

[2] En otro lugar (Inhelder y Piaget, *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent* [París, PUF, 1955, trad. cast. de M. T. Cevasco: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*, Buenos Aires, Paidós, 1972]) hemos hablado ya de la «causalidad de lo posible», pero en los dos sentidos siguientes: 1) lo «materialmente posible» cuando el sujeto duda entre dos acciones o hipótesis y elige una, aunque es consciente de la posibilidad de la otra; 2) lo «estructuralmente posible» cuando el sujeto alcanza una estructura de conjunto que comporta diversas operaciones de las que sólo efectúa inicialmente algunas de ellas (por ejemplo, una inversión simple, pero todavía no una doble inversión). En este caso, sin embargo, es apto para ejecutar las otras y esta «aptitud» o «competencia» actúa en alguna medida causalmente en el sentido de que hace probable la actualización de esa operación, hasta ahora virtual, cuando la situación lo exige. Pero aquí pensamos en una tercera categoría más amplia en la que las operaciones no están inscritas en una estructura de la cual el sujeto ha realizado ya algunas composiciones, sino en la que las estructuras adquiridas recientemente abren nuevas posibilidades, por ejemplo en la forma de interacciones con otras o de operaciones desconocidas hasta entonces que se construyen sobre las operaciones anteriores (como sucede con las proporciones).

discontinuo de las reacciones del nivel IB, en el que los sujetos comienzan todavía por actitudes netamente preoperatorias alcanzando sólo con dificultad la solución, a los razonamientos del estadio II, en el que los sujetos hacen desde el principio o casi las hipótesis correctas. No existe ahí una oposición neta de edades, puesto que se encuentra, junto a numerosos sujetos de 7 años que pertenecen a este estadio, un número relativamente elevado de casos retrasados de los niveles precedentes. Pero existe una oposición entre un grupo de sujetos y el otro, como si todos los «trabajos virtuales» entrevistos poco a poco con anterioridad se actualizasen de ahora en adelante en un todo coherente. Ahora bien, de nada sirve apelar a aplicaciones de operaciones adquiridas en otro lado, porque este fenómeno se observa en grados diversos en todos los campos que les son accesibles, como si largos procesos preparatorios condujeran, cerca de su término, a una especie de cristalización, o por lo menos de cierre estructural acelerado. Encontramos aquí, por tanto, un índice de cierto valor que sugiere un paso en el límite de lo virtual a lo actual, lo cual no significa, repetimos, que lo segundo esté preformado en lo primero, sino que es el resultado de equilibraciones sucesivas producto de perturbaciones que abren en cada etapa posibilidades nuevas.

9. LAS TRANSFERENCIAS SIMPLES O RECIPROCAS DE UNA COLECCION A OTRA

Con A. Henriques - Christophides (Sección I)
G. Cellerier y D. Maurice (Sección II)

SECCIÓN I.—LA TRANSFERENCIA SIMPLE DE FICHAS ENTRE DOS SERIES CORRESPONDIENTES

Con Androula Henriques - Christophides

En la perceptiva general según la cual las operaciones o propiedades positivas dominan en los niveles iniciales sobre las negativas, es interesante examinar el caso de acciones u operaciones que son simultáneamente positivas y negativas. Un ejemplo sorprendente nos lo proporcionará la investigación sobre los contactos y no contactos entre lápices cuando se pide que cada uno toque a cada uno de los restantes (Cap. 10): allí veremos el caso de sujetos de 7 y 8 años que comienzan por una yuxtaposición *1, 2, 3,* y después, al ver que 3 no toca a 1, cambian el orden a 3, 1, 2, para obtener el contacto, sin darse cuenta inicialmente de que en ese caso desaparece entre 3 y 2, y entonces realizan una nueva permutación, etc. Otro ejemplo, bien conocido, es el de la transferencia de n elementos entre dos colecciones inicialmente iguales. En este caso todos los sujetos jóvenes, y hasta bastante tarde, prevén una diferencia de n y no de $2n$ entre los estados finales, porque consideran solamente el aspecto positivo de la acción ejecutada (añadir n a la segunda colección) y descuidan su aspecto negativo (quitar n a la primera). A pesar de las anteriores investigaciones sobre este problema, nos ha parecido útil realizar un pequeño sondeo sobre lo que produciría en el ánimo del sujeto la observación de la acción completa, en lugar de ocultar la

propia transferencia y de dejar ver únicamente las configuraciones inicial y final. Además, en lo tocante a estas últimas, no se trata de dos colecciones de formas cualesquiera, sino de dos filas (en general de 8 elementos al comienzo) que se corresponden término por término. El niño acepta, por lo tanto, la igualdad inmediatamente, y después de ello se realiza una transferencia con una de las filas tapada por un cartón; cuando se quita éste el sujeto cree que la fila que estaba tapada ha aumentado, por ejemplo, en 2 elementos, mientras que la suya (cuando es él el donante) ha disminuido en 2. En este caso, parece muy fácil comprender por qué la diferencia es de 4 y no de 2, puesto que la adición está representada por un alargamiento y la sustracción por una reducción de una de las dos series respectivas. Sin embargo, los resultados obtenidos han sido exactamente iguales a los ya conocidos.

§ 1. El nivel IA.—Comencemos por algunos ejemplos de sujetos a los que presenciar la transferencia no enseña nada y que permanecen en su certeza de una diferencia de *n* y no de *2n:*

Mar (5;7) en una transferencia de 1 (bajo pantalla) no quiere creer en la diferencia de 2: «*Falta uno.* — ¿Dónde? — *Está ahí debajo* (bajo la última ficha de la colección donante). — ¿Entonces hago trampas? — *Sí, un poco.*» Cuando él mismo da 3 al compañero de juego y comprueba una diferencia de 6 y no de 3 vuelve a colocar (sin pantalla) una a uno las 3 en su lugar inicial y explica las 6: «*Le he puesto 3 a usted y 3 a mí*», como si contara positivamente en los dos lugares a la vez. Da esta vez 1 y comprueba una diferencia de 2 (después de haber previsto 1): «*Es porque la otra se ha movido aquí, se ha ido allí* (cree, por tanto en una transferencia de 2).» Sin pantalla: transferencia de 2. «¿Por qué 4? — *Porque estas dos estaban allí, han estado aquí.*» Se podría, por tanto, creer que ha comprendido, pero en otra transferencia de 2, en sentido inverso, prevé de nuevo una diferencia de 2.

Mic (6;10) termina, con la pantalla, por prever a veces una diferencia de *2n*, por simple generalización de comprobaciones, y sin comprender. Sin pantalla da 3 y cuenta la diferencia de 6: «¿Comprendes ahora? — *Sí, si le doy 3 usted tiene 6* (de más). — ¿Por qué? — *Porque he dado 3.* — ¿Y si das 2? — *5, no ¡4!, ¡4!* ¿Es normal? — *No, es raro.*»

GEO (7;10) encuentra también a veces la ley, sin comprender. Sin pantalla: «Dame una ficha (lo hace). ¿Cuántas tengo de más? — *2, ésta falta también aquí* (muestra el final de su serie). — Dame 2. — *Eso hará 3 de más... no 4.* — ¿Por qué 4 y no 3? — *No sé.*»

Se ve que incluso la percepción completa del desarrollo de la acción no conduce a esos sujetos a la comprensión, ya sea porque no pasan de la simple comprobación (Mic), o porque tratan por diferentes medios de imaginar que, para una diferencia de $2n$, la transferencia es también de $2n$ y no de n; Mar cuenta las 3 fichas en las dos colecciones y Geo ve en la laguna de su propia fila el índice no de una misma diferencia entre las dos series, sino de una pérdida de 2 fichas cuando había dado 1. Estas reacciones, de las que se podrían citar muchas otras, son tanto más sorprendentes cuanto que el sujeto percibe que las n fichas transferidas abandonan su fila dejando un hueco y se añaden a la otra serie, y de aquí una diferencia de $2n$ que se produce ante los ojos del niño. Pero éste no ve entonces en la transferencia más que una acción en sentido único que añade fichas a un lado como si no se quitaran en el otro, puesto que lo que se quita sólo sirve para ese añadido y las fichas continúan siendo las mismas; hay, por lo tanto, descuido total de la sustracción en cuanto elemento negativo del proceso, y éste se queda en una pura adición.

§ 2. EL NIVEL IB.—Los sujetos que no han comprendido nada de la transferencia bajo pantalla, pero a los que el desarrollo de la acción se lo hace comprender, confirman esta interpretación, puesto que toman bruscamente conciencia de la sustracción, designada por los términos «quitar», «retirar», etc.:

RIN (5;7), como casi todos los sujetos jóvenes, comienza por negar los propios hechos y cree en un truco: «*Haces trampa con eso* (la pantalla).» Se le hace entonces que dé ella misma una ficha a su compañero: «*¡Pero de nuevo hay 2!* — ¡Eres tú la que haces trampa! — *¡No! ¡No!* — ¿Entonces? — *No sé.* (Con transferencia de 2.) *¡Son 4! ¿Cómo es posible?*» Sin pantalla: «*Ah, ya entiendo: es porque tú quitas de ahí.*»

YVE (5;9), muy inteligente, comprende por momentos, ante la simple inspección de las filas desiguales, lo que sucede (cosa excepcional para su edad). Comienza por prever una diferencia de 2 para 2 fichas, pero emplea ya un lenguaje de sustracción: «*2, porque usted ha quitado de las suyas y me las ha puesto a mí.* (Se destapa.) *¡Tengo 4 de más!* — ¿Es raro? — *¡Ah sí, porque usted ha quitado 2 y aquí hay 4!*» Tranferencia inversa: prevé de nuevo 2. «*¡Pero si hay 4! ¡No se han quitado más que 2! ¡Ah! ¡Ya entiendo! Hay alguien que ha puesto esas 2 allí* (de más, por tanto ha hecho trampa).» Se le hace que vuelva a empezar: «*Ah, ya entiendo, soy yo el que ha puesto esas dos allí. Había 2 allí, al principio, entonces faltan 2 aquí* (en su serie) *y hay 2 allí* (de más: en la otra serie). — ¿Cuántas tengo de más? — *Bueno, 4.*» Nuevo ensayo bajo pantalla con 1: la diferencia será «*2 porque he quitado la que estaba allí, la mía y la he puesto allí*». Para una transferencia de 3 prevé, por el contrario, una diferencia de 4, pero viendo 6 da la explicación correcta en las 2 series mostrando de nuevo el hueco: «*Porque se han quitado allí.*» Pero para una transferencia de 1 vuelve a caer en el error inicial: «*1, o mejor 3, no 1* (se destapa). *¡Ah!, 2, porque se ha cogido 1 de allí.*»

FLO (6;8) comienza con los errores habituales y cree que se ha hecho trampa. Sin pantalla se queda sorprendida de que una transferencia de 2 dé una diferencia de 4, pero no comprende todavía y encuentra que hay 2 de más en la serie aumentada. Vuelve a empezar con 1: «¿Entonces cuántas tengo de más? — *2* (sonrisa forzada). — ¿Comprendes por qué? — *No.* — ¿Cuántas debería haber? — *1.*» Las previsiones siguientes (con pantalla) son nuevamente falsas. Se vuelve a hacer la transferencia sin pantalla y esta vez comprende: «*4, porque he tomado 2 de las mías* (muestra el hueco) *y me he dado cuenta inmediatamente porque he visto dónde empezaba.* — (Transferencia inversa.) *4, porque usted ha retirado 2 de las suyas.*»

LIE (6;9). Errores habituales, después, sin pantalla: «*¡Ah! Ya entiendo: es porque he quitado 1 de allí* (y de ahí la diferencia de 2).»

FRA (6;3), después de los errores, sospechas de trampa, etc., ve una transferencia sin pantalla: «*Son 6, porque si usted me da 3 allí* (en las suyas) *hay 3 que faltan* (en las del otro), *entonces tengo 6 de más.*»

El hecho sorprendente de estas reacciones es el proceso de la toma de conciencia. Dado que la transferencia de las

fichas está encaminada a añadir en una de las filas, el sujeto descuida inicialmente por completo el hecho de que añadir en un sentido supone una sustracción del otro lado, y esto incluso cuando (Yve 5;9) la descripción verbal lo indica ya: «usted ha quitado de las suyas y me las ha puesto a mí». Sólo *a posteriori* y a la vista del hueco dejado en la serie del donante, es decir, a la vista del resultado material del acto, no en el curso de su desarrollo, se percibe la sustracción como simétrica de la adición, y de aquí la comprensión de la diferencia en cuanto «lo que se ha añadido de un lado más lo que se ha quitado del otro», y no en cuanto simplemente igual a la adición.

§ 3. EL ESTADIO II.—Queda por recordar cómo el proceso retroactivo de la toma de conciencia de la sustracción se convierte en anticipador.

Un bonito caso de transición es el de ART (7;5). Durante la entrevista prevé sistemáticamente diferencias de *n* y no de *2n* para transferencias de *n* y se indigna por las bromas que parece que se le están gastando. Se interrumpe entonces, pero después de varias semanas, sin ninguna intervención entre medias, declara de entrada: «*Cuando me das una ficha de las tuyas eso hace 2 de más para mí porque es una de menos para ti. Si la hubieras cogido de la caja* (reserva que está fuera de las filas y que se utiliza a veces para comparar las transferencias de fila a fila), *eso haría para mí 1 de más* (que tú). *Pero la has tomado de las tuyas.*»

PAN (10;11) prevé una diferencia de 2 después de una breve duda: «*1.* — ¿Por qué? — *No, 2, porque teníamos el mismo número. El ha quitado 1, eso hace 1 menos. Me ha dado 1, eso hace 1 de más;* (en total) *hace 2.*»

Sin insistir en todos los intermedios conocidos entre los niveles de 7-8 y 11-12 años, se ve cómo Art, mediante una sorprendente reorganización del recuerdo, y Pan, desde la primera pregunta que se le plantea, disocian la transferencia en dos operaciones, aunque ligadas en una única acción material: una operación de partida, que consiste en quitar, y una de llegada, que consiste en añadir, siendo estos dos

aspectos relativos, respectivamente, a las dos colecciones transformadas de modo simultáneo.

Pero si, en esta experiencia, los dos caracteres de la acción deben relacionarse necesariamente, puesto que la pregunta trata de las diferencias entre las dos colecciones transformadas, es importante recordar que la situación es la misma con respecto a cualquier acción u operación, salvo que el aspecto negativo puede no interesar actualmente al sujeto, según el problema planteado; desplazar un objeto de *X* a *B* es crear un hueco en *X;* reunir un objeto *A* con los objetos *B* es disociarlo de otro conjunto previo bien o mal determinado; atribuir al objeto *A* una cualidad *a* es sobreentender que otros objetos no la poseen (y, por tanto, postular la existencia de otras clases o de clases secundarias *no-A* en el seno de un mismo conjunto), etc. La primacía inicial de las afirmaciones sobre las negaciones es, por tanto, muy natural, puesto que la acción se dirige en general hacia un objetivo positivo (exceptuando las correcciones, o acciones derivadas que tienden a eliminar las perturbaciones posibles). Pero, sin embargo, para alcanzar un estado de equilibrio (siempre relativo y provisional), el pensamiento debe tener en cuenta el conjunto de las negaciones eventuales, en otras palabras, debe disponer de un sistema completo de compensaciones posibles con respecto a las afirmaciones de las que se sirve. El ejemplo espectacular de las adiciones sin sustracciones que constituye la transferencia de fichas que acabamos de recordar sólo es excepcional en la medida en que proporciona una especie de imagen aumentada de situaciones corrientes, aunque en grados más débiles y que aparecen de hecho en el origen de contradicciones reales o virtuales, que conducen a los estadios elementales cuyo carácter de compensaciones incompletas se comprende de esta forma.

SECCIÓN II.—UN MECANISMO DE INTERCAMBIOS
Con G. Cellerier y D. Maurice

La dificultad que experimentan los sujetos en el caso de transferencia simple de n elementos de una colección I a una colección II es la de comprender que la diferencia entre los nuevos estados de I y de II es de $2n$ y no de n. Vamos a analizar ahora una situación más intuitiva, debido a que siempre hay intercambio de n por n, pero, por otra parte, más complicada, porque los n elementos intercambiados están compuestos de dos categorías con un número variable de representantes. Este problema está inspirado en una conocida pregunta capciosa: «Si a partir de dos vasos, igualmente llenos, uno de agua y el otro de vino, se transvasa de uno al otro una cucharada de vino y una de agua, y después de una de estas mezclas en cada sentido, etc., ¿habrá más vino en el agua o más agua en el vino?» En lo que sigue el vino y el agua han sido reemplazados por dos colecciones de 20 bolas, en el comienzo 20 rojas A y 20 blancas B y se realizan intercambios «equitativos», es decir, de n por n (3 por 3, ó 5 por 5, etc.), pero cuyos colores pueden estar mezclados.

Comencemos recordando por qué habrá siempre tantas rojas A de un lado como blancas B' del otro. En el primer recipiente I, después de un intercambio n a n cualquiera, las rojas A corresponderán a su número anterior menos x que se acaban de quitar, más x' que se acaban de añadir, y las blancas B corresponderán igualmente a su número precedente, menos y que se han quitado y más y' que se han añadido. Recíprocamente en el recipiente II las blancas B' serán iguales a su número anterior, menos las y' que se han transferido a I y, por tanto, quitado de II, más y que se han añadido a II quitándolas de I; igualmente las rojas A' serán equivalentes a su número anterior, menos las x' transferidas a I y más las x desplazadas de I a II. En total resulta:

$$A(-x+x') + B(-y+y') = B'(-y'+y) + A'(-x'+x)$$

Ahora bien, se tienen siempre las compensaciones:

$$x - x' = y' - y \quad \text{o} \quad x' - x = y - y', \text{ etc.,}$$

puesto que $x + y = x' + y'$ (intercambios n a n).

Por tanto, $A = B'$ (las rojas A en I = las blancas B en II) y $A' = B$ (las rojas en II = las blancas en I) después de cada intercambio.

TÉCNICA.—Se colocan las 20 y las otras 20 bolas en dos recipientes I y II. Se sacan los elementos del intercambio (que designaremos por *a* para las rojas y *b* para las blancas), tapando entonces los recipientes con un marco de madera en el cual se colocan esos elementos, en correspondencia visual y encima de los recipientes respectivos donde se van a colocar, al mismo tiempo que se dejan marcas rojas y blancas en aquellos de los que son extraídos. Se pide entonces a los sujetos la anticipación: «¿Habrá más, menos o las mismas bolas rojas en I que bolas blancas en II?» Después se hace que comprueben los resultados quitando el marco pantalla y se vuelve a empezar. De esta forma se pueden suscitar tres tipos de conflictos:

1) Después de algunos intercambios homogéneos (3*a* por 3*b*, etc.) con previsiones y comprobaciones, se realiza un intercambio *n* a *n*, en el que uno de los términos es uniforme (por ejemplo 3*a*) y el otro mezclado (2*a* 1*b*). Se pide la previsión y su justificación, y después la explicación del resultado, una vez comprobado éste.

En este caso se tiene $x(a) = 3$ y $x'(a) = 1$, $y(b) = 0$ e $y'(b) = 2$, y de aquí $x - x' = 2$ e $y' - y = 2$, pero los sujetos jóvenes tendrán tendencia naturalmente a olvidar las sustracciones, tanto en el intercambio como en las situaciones finales, para centrarse en los términos positivos, es decir, en los elementos transferidos, y de aquí una previsión de igualdad cuando el intercambio es homogéneo y de desigualdad cuando está mezclado.

2) Se pregunta a continuación si es posible, «dando siempre el mismo número de bolas, tener una diferencia de una bola entre las rojas en I y las blancas en II», y luego, después de los ensayos eventuales, se pide al sujeto que explique esta imposibilidad, lo que permite verificar la exactitud de las explicaciones de igualdad dadas en la situación 1.

3) Se hace intervenir una fuente exterior de bolas, por ejemplo, 5*a*, 5*b*, y se *añade* 1*a* y 1*b* tanto en II como en I. El niño anticipa, por lo general fácilmente, la conservación de la igualdad. Después se añade 1*b* en cada lado: en este caso la desigualdad que se comprueba tras haber previsto lo contrario se siente como fuertemente contradictoria con la situación 1*a* 1*b* en cada lado. Esta pregunta permite igualmente controlar el valor de las explicaciones de igualdad dadas en 1 y ver si el sujeto puede diferenciar y coordinar los esquemas en conflicto (aportaciones internas I - II y aportaciones externas).

§ 4. El estadio i.—De los 5 a los 7 años los sujetos juzgan esencialmente en función de los elementos positivos y mayoritarios de los intercambios, sin calcular las situaciones finales, y justifican sus opiniones o bien deformando los observables, o bien renunciando a diferenciar los colores y basándose simplemente en la igualdad numérica $n = n$ de los elementos intercambiados:

Nic (5;6) para 2*a* por 2*b* anuncia y comprueba que «*es lo mismo.* — ¿Y así (1*a* 1*b* por 2*a*)? — *Habrá más rojas que en las suyas* (no se ocupa, por tanto, del hecho de que se transfiere 1 en el otro sentido). — (2*a* por 2*b*). — *Eso hará 2 y 2.* — ¿Y (2*b* 1*a* por 3*a*)? — *Lo mismo, porque yo 3 y usted 3.* — ¿Pero habrá tantas rojas aquí como blancas ahí? — *No, para que sea igual hacen falta 3b.* — Haz que sea igual. — (Pone 3*a* y 2*b* 1*a*.) *Esto hace lo mismo porque usted tiene 3 y yo tengo 3.* — Colócalas en los vasos. (Lo hace.) ¿Cuántas rojas tienes tú y cuántas blancas tengo yo? — *3 y 3.* — ¿Por qué? — *Porque lo he visto* (se refiere, por tanto, a los números globales 3 = 3)». Pregunta 3: se sacan 1*a* 1*b* y 1*a* 1*b* del paquete para i y ii: «*Será lo mismo* (tantas rojas en 1 como blancas en 2). — ¿Y así (1 roja a cada uno? — *Será lo mismo.* — Cuenta. — *No hay bastantes.* — ¿Puedes explicarlo? — *Porque hay muchas rojas y no muchas blancas* (1 de menos).»

Ser (5;9) para 2*a* 1*b* por 3*b*: «*Usted tendrá menos blancas.* — ¿Y tú más rojas? — *Sí.* — Mira. — (Cuenta.) *Tengo 5 y usted 5. ¡Otra vez es igual!* — ¿Cómo es eso? — *Ha pasado algo, no entiendo.*» Se vuelve a empezar con 2*a* por 1*a* 1*b*: «*Es lo mismo porque se han dado 2 y 2.* — Pero se comparan las rojas aquí y las blancas aquí. — *Eso hace 1 blanca allí y no aquí.* — Y en el cesto es lo mismo (mira). — *Sí, porque antes se prestaban bolas iguales. Está igual.* — ¿Pero por qué? — *Porque... porque está igual.*» Fuente exterior: como Nic.

Eri (5;6) para 2*b* por 1*b* 1*a*: «*Habrá más blancas y allí menos rojas.* — ¿Por qué? — *Porque yo recibo 2 blancas y ella 1 roja.* — Mira. ¿Por qué es igual? — *No entiendo.* — Vuelve a hacer el cambio para que lo entiendas. — (Pone 1*a* 1*b* en cada lado.)» Pregunta 2: «Se podría hacer una diferencia para que tú tengas más con un cambio justo? — *Sí.* (Se da 2*a* por 1*a* 1*b* al otro.)» Aportaciones exteriores con 2*a* por 1a 1*b*: prevé la igualdad en función de las comprobaciones precedentes, después descubre: «*No es lo mismo.* — ¿Antes lo era y ahora no, es normal? — *No, no sé.*» — Se vuelven a tomar 2*a* por 1a 1*b* entre i y ii: «*Ella tendrá más rojas y yo menos blancas.* — Mira. — *¡Es divertido,*

ella tiene 6 y yo 6! — ¿Has contado bien? — *No* (sin volver a contar): *ella tiene 7 y yo 6* (deformación de los observables). — ¿Por qué? — *No es lo mismo: ella ha recibido (2a) y yo (1a 1b).*»

MYR (6;3), después de varios intercambios mezclados, pero entre elementos semejantes (2*a* 1*b* en los dos lados), prevé la desigualdad para 2*a* por 1*a* 1*b*: «*No será lo mismo.* — Mira. — *¡4 y 4! Es porque usted ha devuelto una bola roja aquí* (a I). *Usted ha hecho trampa.*» Se hace sin pantalla: «¿Lo puedes explicar? — *No.*»

ALA (6;4), igualmente anticipa la desigualdad para la pregunta 1, comprueba 4 = 4 y dice: «*Pero lo cambias todo. ¿Cómo lo haces?*»

El razonamiento de estos sujetos es muy sencillo. En la pregunta 1, se limitan a comprobar o bien que se dan las mismas en los dos lados sin tener en cuenta los colores, y de aquí una previsión de igualdad (como Nic), o bien que se transfieren más, por ejemplo, rojas en un sentido de las que se transmiten del otro color en el otro sentido, y de ahí una anticipación de desigualdad. En este segundo caso, lo que le falta al sujeto es la operación compleja $x - x' = y' - y$, dicho en otras palabras, la comprensión del hecho de que si para 2*a* 1*b* y 3*a* se transfieren 3 bolas rojas en un sentido, 2 se transfieren en el otro, y de aquí la sustracción $3 - 2 = 1$, siendo compensada esta última roja por la blanca. En otras palabras, el sujeto no piensa más que en los excedentes positivos y olvida la sustracción. En lo que respecta a la pregunta 2, el sujeto cree fácil llevar a cabo la desigualdad en virtud del mismo principio (Eri); en cuanto a las aportaciones exteriores (pregunta 3) no se distinguen de los intercambios entre las colecciones I y II, puesto que en éstas el sujeto descuida toda sustracción.

Al hecho de que la fuente de los errores de previsión se halle en el olvido de toda operación negativa, se añade que la misma laguna sistemática impide a estos sujetos explicar el resultado una vez comprobado. Unos lo ponen en duda deformando los observables (véase Eri), otros niegan su recuerdo de los datos, otros invocan una trampa o una astucia oculta (Myr y Ala), otros vuelven a considera-

ciones numéricas globales descartando el factor molesto de los colores, etc.

En una palabra, este estadio se caracteriza por una incomprensión completa debida al predominio sistemático de los aspectos positivos del intercambio con olvido de todas las sustracciones. Sin embargo, éstas parecerían en cierto sentido más fáciles de considerar que en el caso de una transferencia única de *n* elementos, en que la diferencia es entonces de 2*n*, puesto que aquí hay intercambio y las sustracciones que deben encontrarse se refieren inicialmente a la comparación de 2 transferencias antes de hacer intervenir lo que se ha quitado en cada caso. Esto es lo que nos va a mostrar el estadio II.

§ 5. Los estadios II y III.—Veamos ejemplos del estadio II:

Cat (7;9) para 2*b* 1*a* por 2*b* 1*a* (bajo la pantalla): «*Es lo mismo, puesto que se ha dado lo mismo.* — Si te doy 2*b* 1*a* y tú 2*a* 1*b* y se comparan los *a* con los *b*, ¿es lo mismo? — *No habrá lo mismo: yo tendré 1 más de b y usted 1 más de a.* — Pero compara los *a* tuyos con mis *b*, ¿es lo mismo, o más o menos? — ... — ¿Qué es lo que te preocupa? — *Porque usted ha dicho que vea los a míos y los b suyos: habrá 1a en los míos y 1b en los suyos, será lo mismo.* (Se destapa.) 2*a* 2*b*. — Bien. Me vas a dar 3*b* y yo 1*a* 2*b*. — *Habrá 1b más en los suyos que de a en los míos, porque 1a 2b y allí 3b.* — (Comprobación.) — *Es falso. ¡Ah! Porque usted me ha dado 2b: es como si se hubiera quitado cuando yo no tenía 2b 1a y no 3b, yo le he dado 3b y usted 2b, aquí hay 1b y allí 3a y usted me da solamente 1a y usted tiene 3b, así que eso hace 4.* — ¿Y 1*b* 1*a* por 2*b*? — *Eso no vale, yo le doy 1a 1b, usted tendrá 1b más que yo, y yo tendré... tengo que calcularlo: recibo b, eso no cuenta* (para usted). *Yo le doy 1b y usted 2b que no cuentan. Los 2b cuentan para usted y yo le he dado 1b que cuenta. Por tanto, hay 1b menos para mí... ¡Ah! No, será lo mismo porque, como decía que le faltaría uno, si no se cuentan los a, usted me ha dado 2b que cuentan, y yo le he dado 1b que contaba para mí y usted 1a que cuenta para usted; entonces de esta forma los 2b no cuentan para mí, pero sí para usted, yo le he dado 1b que cuenta y 1a que no cuenta, por tanto, es lo mismo.* — ¿Podrías llegar a una diferencia con intercambios iguales? — *Pero sería necesario que yo le diera uno.* — Pero tú debes coger una mía. — *No se podría. Si cojo 1a eso hará 5 y si le doy de vuelta 1b eso hará 5.* — ¿Y si nos diéramos 5 bolas y 5 bolas se puede hacer una diferencia? — (Cuenta y prueba.) *No se con-*

sigue con 5 y 5. — ¿Por qué? — *Porque cuando pongo 5a y usted me da 5b, es igual.*» Aportaciones exteriores: «¿1*b* 1*a* y 1*b* 1*a* considerando los *a* tuyos y los *b* míos? — *Es lo mismo porque hay lo mismo en los vasos: yo recibo una bola que cuenta y una que no cuenta y usted también.*» Por el contrario, para 1*b* ó 1*a* de cada lado, Cat duda entre la desigualdad y la igualdad de los resultados y se decide por esta última.

ALF (7;6), 1*b* 1*a* por 2*a*: «*Usted tendrá más de a.* — Mira. —*¡Ah! Es igual.* — ¿Por qué? — *Porque creía que había 1a de más.* — ¿Qué es lo que ha pasado? — *No sé.* — Vuelve a hacer lo que ha pasado. — (Enumera los resultados, pero sin las sustracciones.) — ¿Así (3*b* por 2*a* 1*b*)? — *Soy yo el que tengo... no, no es eso, eso da igual.* — ¿Por qué? — *Porque he tomado* (sustracción de su colección) *2a y usted me ha dado 3a. Yo tenía 1* (después de la sustracción), *eso hace 4 y yo le he dado 1b, eso hace 4b* (para usted). — ¿Tú crees que es posible cambiando siempre el mismo número de bolas hacer que tú tengas 1*a* más que yo? — (Prueba con 2*b*.) *No, es preciso que yo coja 3, si no da igual.*» Lo mismo paso a paso. «¿Imposible? — *Sí.*» Aportaciones exteriores de 1*b* y 1*b*: «*Igual, porque usted tiene igual*», después comprueba que «*es falso.* — ¿Por qué? — *Porque usted tenía tantas como yo* (de *b* como yo de *a*)».

TIA (8;1): «3*b* por 1*b* 2*a*? — *Usted tendrá más de 6.* — (Se hace.) *Hay un número igual.* — ¿Por qué? — *Como el b que he recibido* (adición) *es el que estaba allí* (sustracción del otro lado) *no quedaban más que 2b* (en los suyos). *Es por esto por lo que es igual.*» Sin embargo, a la pregunta «¿Es posible que haya (con intercambios *n* a *n*), por ejemplo, 1*b* más en los míos que *a* en los tuyos? — *Sí, cojo 2b 1a y allí 3a* (vuelve a caer, por tanto, en el mismo error, después prueba sin éxito diversos intercambios mezclados análogos). *Será siempre el mismo número*». Aportaciones exteriores 1*a* en cada lado: previsión falsa y después generalización del resultado observado.

Las reacciones son las mismas a los 9 y 10 años, salvo que la referencia a las sustracciones es más explícita frecuentemente:

FRA (10;0), por ejemplo, trata de obtener resultados desiguales con intercambios mezclados, pero *n* a *n*: «*Ya lo entiendo, es exactamente el mismo número... porque si hago la sustracción hay que dar* (tantas bolas) *que pierdo* (como las) *que gano.*»

Lo característico de este estadio II es, por lo tanto, que si los sujetos comienzan por errores análogos a los del estadio I, los corrigen rápidamente, estableciendo el balance tanto de las pérdidas como de las ganancias, y por tanto, teniendo en cuenta lo mismo las sustracciones que las adiciones. Por el contrario, las lagunas que subsisten en este nivel continúan siendo importantes. En primer lugar no hay siempre generalización inmediata de lo que se acaba de descubrir en una situación, sino reequilibración caso por caso después de la repetición; en una palabra, los mismos tanteos (centración sobre el número global de las bolas independientemente de los colores, compensaciones incompletas entre los términos del intercambio, etc.). Luego, cuando se pasa a la pregunta sobre la posibilidad de una desigualdad con intercambios *n* a *n*, el sujeto recurre a menudo y espontáneamente a mezclas que, como acaba, sin embargo, de comprobar conducen a igualdades. Y sobre todo, cuando vuelve a encontrar una vez más la igualdad, no comprende por ello la imposibilidad lógica de que sea de otra forma, limitándose a anotar la no posibilidad de hecho, o legal, o atribuyéndola incluso a su incapacidad subjetiva para conseguirlo a pesar de sus ensayos. Finalmente, por lo que respecta a la pregunta sobre las aportaciones exteriores, los sujetos de este estadio II se mantienen más o menos tiempo en los errores habituales, relativos a 1*a* o 1*b* en cada lado antes de comprender que la desigualdad se debe a la ausencia de sustracción en el seno de las propias colecciones.

Sólo en el estadio III el sujeto se aproxima a una solución general:

ANC (12;5), para 3*a* por 2*a* 1*b*: «*Eso es lo mismo: usted me ha dado 1b y yo 1a, por tanto, se compensa y como hay 2a en los dos lados, eso no cambia nada.*» Por otra parte, para 1*a* 1*b* por 2*b*, explica la igualdad por el hecho de que «*he quitado 1b de los míos, pero he vuelto a tomar 2b, es como si le hubiera dado 2a y vuelto a tomar 2b*» (o bien quiere decir 1*a* y 1*b* o generaliza de entrada).

NOC (12;0) generaliza también la sustracción a propósito de 1*b* 2*a* por 3*a*: «*Porque al principio los 3b vienen de usted, yo he qui-*

tado 1b de los míos, por tanto 2b. — ¿Y los *a*? — *Eso no ha cambiado: 2 de más, es de nuevo igual... para que sea desigual es preciso quitar sólo de un lado. Si se quita de los dos lados, es igual.*» Y a propósito de las aportaciones exteriores, previsión de desigualdad, «*porque no he quitado nada de los vasos* (recipientes de las colecciones): *habrá más de b que de a*».

Las generalizaciones son, por tanto, de dos tipos. Una, adoptada por Anc al comienzo de la entrevista, consiste en reducir el intercambio total a intercambios 1 a 1 en los cuales hay necesariamente, o bien identidad («hay 2*a* en los dos lados, eso no cambia nada»), o bien compensación («usted me ha dado 1*b* y yo 1*a*, por tanto, se compensa»). Pero ya se trate de la una o de la otra, ello supone igualar lo que se da de un lado ($-x$ o $-y$) y lo que se recibe ($+x'$ o $+y'$), por tanto poner en relación las sustracciones con las adiciones, tanto en el caso de los mismos colores (identidades) como de los colores cruzados (compensaciones: en esta situación se tiene $-x = +y'$ o $+x' = -y$). La otra forma de generalización consiste, como hace Noc (y Anc al final de la entrevista), en comparar las adiciones y sustracciones color por color (de donde $x - x' = y' - y$, etc.) como lo hacíamos en nuestra introducción. Pero el interés de estas reacciones, y es lo que las distingue de las del estadio II, es que extraen desde el principio la generalidad del proceso: para conservar la igualdad, dice Noc, es preciso «quitar de los dos lados», y no de uno solo, y Anc compara estas diferencias entre adiciones y sustracciones por colores con las compensaciones de las que acaba de servirse («es como si le hubiera dado 2*a* y vuelto a tomar 2*b*»). En los dos procedimientos es, por tanto, la comparación de las adiciones y sustracciones la que constituye el principio común de las generalizaciones características de este estadio III.

Nos encontramos así con lo que corresponderá a la conclusión general de esta obra: que las contradicciones se deben a una falta de equilibrio entre las adiciones y las sustracciones y que su equilibración supone su compensación exacta, dicho en otras palabras, la reversibilidad operatoria. Pero ésta, lo comprobamos una vez más, sólo se

adquiere por aproximaciones o regulaciones sucesivas, escalón por escalón, y representa, por tanto, el resultado y no el origen de la equilibración progresiva que caracteriza cada desarrollo.

10. CONTACTOS Y SEPARACIONES

Con Robert Maier (Sección I)
y Odile Mosimann (Sección II)

SECCIÓN I.—LOS CONTACTOS ENTRE UN OBJETO Y CADA UNO DE LOS RESTANTES EN CONFIGURACIONES ESPACIALES QUE HAN DE CONSTRUIRSE

Con Robert Maier

Cuando se pide a los sujetos que coloquen 3 lápices, después 4, etc., de modo que cada uno toque a cada uno de los restantes, nos encontramos en presencia de conflictos que interesan a la contradicción desde dos puntos de vista. En primer lugar, algunos esquemas de acción son contradictorios en sí mismos sin que el niño se dé cuenta inmediatamente: por ejemplo, después de haber juntado 3 lápices paralelamente en el orden 1, 2, 3 y de darse cuenta, pero solamente al preguntarle, de que 1 no toca a 3, el sujeto cambiará el orden a 3, 1, 2, luego al darse cuenta que 3 y 2 ya no se tocan, hará la permutación 2, 3, 1, etc., sin comprender inicialmente que en este caso un nuevo contacto elimina *ipso facto* una contigüidad anterior. Encontramos aquí un bonito caso de contradicción, en la propia acción, en la que el camino que conduce a una de las partes del objetivo se aleja simultáneamente de la otra. En segundo lugar, este ejemplo muestra que desde el comienzo es difícil para el sujeto componer los caracteres positivos y negativos; en efecto, en los niveles inferiores sus propios proyectos, antes de toda acción, manifiestan una primacía de los contactos sobre la ausencia de contactos, según el modo en que se interpreta la relación general «cada uno a cada uno».

§ 1. El estadio i.—Comenzando por este último punto, debe señalarse, en efecto, que la correspondencia que se pide de uno a varios (o más bien de cada uno a todos los restantes) se concibe inicialmente como una especie de relación lineal y transitiva (1 toca a 2 que toca a 3, y, por tanto, 1 toca a 3). Pero esto sucede a una edad en la que la transitividad no está elaborada, de tal manera que se trata, de hecho, de una relación global tal que la figura construida sea continua y sus elementos solidarios, dando, por tanto, una impresión de contigüidad general, verdadera bajo la forma «cada uno toca por lo menos a uno de los otros», pero sin contacto.

Un caso sorprendente es el de Eli (5;0), que con 3 lápices coloca 1 y 2 paralelamente, pero sin contacto, ligando sus extremidades con 3, perpendicular a ellos. Estima así que cada lápiz toca a los otros dos y después reconoce que 1 no toca a 2. Coloca entonces 1 verticalmente unido por 3 y 2 horizontales, pero separados. Como esta vez 3 no toca a 2 rehace la disposición inicial: «¿Ahora cada lápiz toca a los otros 2? — *Haría falta todavía uno allí*», indicando la parte abierta de la figura: con uno más eso haría un cuadrado y en este caso estaría satisfecha. De la misma forma Mar, a los 6 años, construye con 4 lápices un cuadrado, después coloca 1 y 2 verticales y separados, ligados en la parte superior por 3 y 4 horizontales y pegados de tal manera que 4 no toca ni a 1 ni a 2. Hace entonces una doble escuadra: 1 y 2 pegados, en ángulo recto con 3 y 4 pegados, y como 4 no toca a los otros tres se contenta con 1, 2, 3, 4 paralelos y pegados. El sujeto Phi a los 7 años comienza por este último dispositivo, después hace una *M*. Mon a los 8 años todavía hace con 4 lápices una *E*, después una especie de *F* con tres barras horizontales pegadas.

Ciertamente estas reacciones podrían explicarse mediante una incomprensión de la consigna, pero ésta se repite sin cesar y cuando se pregunta sobre la solución obtenida, los sujetos jóvenes reconocen (pero sólo entonces y no espontáneamente) que tal lápiz no toca a tal otro. Sin embargo, no dejan de continuar buscando en la dirección de un todo simplemente indiviso y no en correspondencia de cada uno con cada uno. No es, por lo tanto, exagerado ver en esta tendencia una extensión del concepto de «tocarse» en

el sentido de las relaciones positivas con negligencia de las negativas (= sin contacto).

§ 2. EL NIVEL IIA.—Si lo que precede concierne al estadio I, preoperatorio, se encuentra una neta continuación de él en el nivel IIA (7-8 años), pero además con los cambios de orden paradójicos de que ya se ha hablado:

ROS (7 años) coloca sus lápices unos junto a otros: 1, 2, 3, después permuta a 2, 3, 1 y dice: «*2 toca a 3 y 3 toca a 1*» (olvidando esta vez 1 y 2). Con 4 lápices los pega igualmente, 1, 2, 3, 4: «*1 toca a 2 que toca a 3*». — ¿Y 1 y 4? — (Cambia a 2, 3, 4, 1.) *2 que toca a 3, que toca a 4, que toca a 1.* — ¿Y 2 y 4? — *No, es necesario poner 3, 4, 1, 2.* Etc.: 4, 3, 1, 2, después 3, 1, 2, 4, y como se resiste coloca 1, 2, 3 y pone 4 transversalmente por encima, como si eso hiciera tocar a 1 y 3. De la misma manera Ala (7;5) pone 1, 2, 3 pegados y paralelos: «*De esta manera se tocan todos* (sin embargo, se le acaba de repetir la consigna): *1 toca a 2 y 2 toca a 3.* — ¿Y 1 y 3? — *¡Ah!, no* (pone 2, 1, 3). *Ya está: 3 toca a 1 que toca a 2.* — ¿Y 2 y 3? — *¡Ah!, no (1, 3, 2). Ya está...*, etc.

Respecto a esto debemos señalar dos aspectos. El primero es que hay una perseveración de la extensión del término «tocarse», sin duda por un refuerzo debido a la transitividad naciente, puesto que 3 ó 4 lápices paralelos y pegados se supone que «se tocan todos», como dice Ala a los 7 años. Pero el segundo aspecto interesante es que estos cambios de orden frecuentes a los 7 y 8 años sólo aparecen en este nivel bajo la influencia de los comienzos de la movilidad operatoria. El hecho de que este progreso en la reversibilidad deje subsistir una contradicción tan flagrante en una construcción práctica de las relaciones «tocarse» parece confirmar, en este punto, la pregnancia de los aspectos positivos en oposición a los negativos, y el no contacto sólo se descubre en cada situación paso a paso y *a posteriori* en lugar de anticiparse, como sucederá en el nivel IIB en el caso de los lápices paralelos y pegados. En efecto, lo que es espectacular en estas conductas de cambios de orden es que durante cada permutación (y *n* veces seguidas) el sujeto se contenta con realizar el contacto que faltaba entre dos lápices en el orden precedente, y cada vez,

antes de que se llame explícitamente su atención sobre ese punto, desdeña observar que se produce entonces una nueva falta de contacto entre otros dos elementos.

§ 3. EL NIVEL IIB.—El interés de algunos hechos del nivel IIB depende de los ensayos de generalización para $n + 1$ lápices de la solución que ha tenido éxito para n.

HAR (9;6) ya no intenta, como en el nivel IIA, colocar tres lápices uno al lado del otro, sino que encuentra de golpe la solución del triángulo y dice: «*1 toca a 2 y 3, 2 toca a 1 y 3 y 3 toca a 1 y 2*», solución que es, por tanto, correcta tanto en el enunciado (correspondencia de uno a varios) como en los hechos. Pero concluye entonces que con 4 lápices se puede hacer un cuadrado: «¿Está bien? — *Sí, 1 toca a 2 y 3.* — ¿Y 4?» Lo quita entonces y hace un triángulo 1, 2, 3, provisto de una bisectriz 4, lo cual resuelve el problema. Para 5 lápices trata de nuevo de generalizar: un cuadrado provisto de una diagonal 5. «¿Está bien? — *1* (lado superior) *no toca a 4.*» Hace entonces una figura con ángulos complicados, pero con dos elementos sin contacto suficiente y después un rombo con diagonal y finalmente un triángulo con bisectriz y en el que un lado tiene 2 lápices pegados paralelamente tocando a la extremidad de la bisectriz, lo cual es correcto: «¿Cómo se tocan? — *1 toca a 2 y a los tres* (3, 4, 5); *3 toca a los tres* (1, 4, 5) *y a 2; 2 toca a 1 y a los tres* (3, 4, 5); *4 toca a 1, 2, 3, 5 y 5 toca a 4, 2, 3, 1.*» Con 6 lápices, por el contrario, retrocede por un instante a las posiciones de uno junto a otro y después pone 1, 2, 3, 4 en abanico, colocando encima perpendicularmente 1 y 2 en ángulo agudo.

Se nota, en este caso representativo de este nivel, la doble tendencia a generalizar a n lápices, en la dirección de las figuras cerradas e indivisas, lo que es válido para 3. En ello hay, sin duda, un último residuo de las tendencias iniciales. Pero por otra parte el sujeto cambia completamente, cuando es necesario, el tipo de construcción (en la dirección de los abanicos o ángulos con contactos únicamente en las puntas).

§ 4. LAS DESCRIPCIONES Y CONCLUSIÓN.—Hay un punto fundamental que debe subrayarse y es la evolución de las descripciones que el sujeto proporciona de los resultados de sus acciones, en particular cuando son buenos. Mientras que la consigna dada al niño supone una correspondencia

de uno a varios de cada lápiz con cada uno de los otros y, como Har acaba de mostrar, los sujetos del nivel IIB adoptan con facilidad este lenguaje, mientras que los del nivel IIA ocupan, a este respecto, una situación intermedia, los niños del estadio I no utilizan apenas más que correspondencias término a término, incluso si su enumeración es completa para una configuración correcta:

OSI (5;0), después de haber conseguido la disposición de 3 lápices en triángulo (después de un ensayo unos al lado de otros): «¿Cómo se tocan? ¿Cuál toca a cuál? — *2 toca a 1, 2 toca a 3, 3 toca a 1.* — ¿Eso es todo? — *Sí.*» Dom, 6 años, pone 2 lápices un contra el otro y el tercero encima: «*3 toca a 1, 3 toca a 2, 2 toca a 1.*»

Además, si la correspondencia permanece así término a término, la relación «tocar» no se concibe forzosamente como simétrica, según las partes específicas que están en contacto: «punta contra punta» lo es, pero no «uno sobre el otro» (Dom), ni la punta de un lápiz tocando el cuerpo de otro, etc.

Pero ¿no serán entonces estos caracteres de la descripción de las acciones ejecutadas o proyectadas las que, haciendo abstracción de las correspondencias de uno a varios, explicarían la extensión dada por los sujetos jóvenes a la expresión «se tocan todos», despreciando los casos negativos y, por tanto, las ausencias de contacto directo? Esto supondría simplemente decir que el niño, al no comprender la consigna, la interpreta a su manera. Pero repetimos en primer lugar que el sujeto comprende rápidamente lo que se le pide, aunque no sea a la primera. Dicho y redicho esto, existe en realidad un parentesco más profundo y más interesante entre la dificultad para manejar las correspondencias de uno a varios y la tendencia a sobreestimar el número de los casos positivos de contacto. Lo que sucede es que, en sus acciones que proceden paso a paso sin plan representativo de conjunto, los sujetos del estadio I proceden efectivamente mediante establecimiento de relaciones entre un lápiz con otro, y por tanto, mediante correspondencia término a término, mientras que los elementos todavía no concernidos, o que ya no lo están, constituyen la clase

de los «otros», que debería entonces concebirse como una clase secundaria *A'* negativa (los *no-A)* con respecto a la clase singular *A* que se considera en ese momento. Volvemos a encontrar entonces lo que nos ha mostrado el capítulo 7, es decir, la tendencia a despreciar la clase secundaria *A'* porque es semi-negativa *(A'* = los *B no-A),* lo cual, en el caso particular, consiste precisamente en descartar o devaluar los casos semi-negativos (los «otros» elementos que no tocan directamente al que se ha puesto en relación con *A).* En una palabra, la tendencia a traducir la correspondencia de uno o varios en correspondencia término a término es lo mismo que la tendencia a despreciar los casos de contactos no directos o a integrarlos en la relación «tocarse» tomada en un sentido global demasiado amplio.

En conclusión, el presente sondeo nos aporta un nuevo ejemplo de la primacía de los elementos positivos sobre los negativos tanto desde un punto de vista físico o espacial, extendiendo la relación «tocarse» hasta los casos de contacto indirecto o de solidaridad en el interior de un conjunto indiviso, como desde el punto de vista lógico, reduciendo las correspondencias de uno a varios [1] (o co-unívocas) a correspondencias término a término que engloban falsamente la clase que es secundaria de hecho en los «otros», con la misma importancia que los elementos directamente puestos en relación, dicho en otras palabras, despreciando esas clases en cuanto semi-negativas en lugar de integrarlas en la clase *A* como exigiría el objetivo conscientemente buscado.

[1] Recordemos que el análisis de la función (vol. XXIII de los «Etudes» [d'épistémologie génétique: Piaget, Grize, Szeminska y Bang, *Épistémologie et psychologie de la fonction,* París, PUF, 1968]) nos ha mostrado la anterioridad neta de las correspondencias «varios a uno» sobre las «uno a varios».

SECCIÓN II.—EL LOBO, LA CABRA Y LA COL

Con Odile Mosimann

Todo el mundo conoce el problema del lobo, la cabra y la col, que hay que transportar uno a uno de un lado *A* al otro *B* de un río, pero teniendo en cuenta que el lobo se come a la cabra o la cabra a la col si permanecen juntos solos. La solución consiste entonces en transportar primero la cabra, después en un segundo viaje el lobo o la col, pero volviendo a traer *(BA)* la cabra; en una tercera travesía *AB* se transporta la col si el lobo está en *B* o el lobo si ha quedado en *A;* y finalmente la cabra, después de una vuelta con la barca vacía. Dos aspectos de este pequeño problema pueden interesarnos desde el punto de vista de la contradicción. El primero es el papel de la operación inversa *BA:* ¿logrará el sujeto comprender por sí mismo la necesidad de volver a traer la cabra después del segundo recorrido *AB* o, al estar constantemente polarizado por el objetivo en *B* y, por tanto, centrado sobre las operaciones *AB,* no verá en las vueltas *BA* más que condiciones para volver a empezar en el sentido *AB?* En segundo lugar, y sobre todo, al estar dadas las incompatibilidades (que no deben construirse o descubrirse como en otras investigaciones) entre el lobo y la cabra (que representaremos $L \mid C$) o entre la cabra y la col (o sea $C \mid S$), mientras que hay compatibilidad entre el lobo y la col (cosa que simbolizaremos mediante $L \wedge S$), ¿cómo las coordinará el sujeto? Es posible, en efecto, que al estar centrado sobre una incompatibilidad que trata de evitar provoque otra, en particular en *B,* si no piensa más que en *A,* o a la inversa, o incluso que no se centre más que sobre la reunión posible $L \wedge S$, descuidando o dejando en segundo plano las incompatibilidades que lleva consigo implícitamente. Ciertamente éstos son matices delicados de percibir, pero que tienen su interés en la medida en que la no-contradicción resulta de una equilibración general entre las operaciones negativas y positivas.

La técnica ha consistido en precisar inicialmente las reglas del juego (un solo objeto a la vez, pero tantos viajes como se

quiera), las incompatibilidades (si están solos, el lobo se come a la cabra o la cabra a la col, pero si el guardián o barquero está presente, no se tocan) y las compatibilidades (el lobo no se come a la col). Si el niño olvida una de las incompatibilidades se le pregunta «¿no hay algo raro?», etc., o finalmente se hace un gesto imitativo, mostrando que uno de los tres se come al otro o es comido. Para facilitar la idea de una vuelta posible de la cabra se colocan paquetes en *A* y en *B*, que el barquero transporta de vez en cuando en los dos sentidos y si el sujeto piensa por sí mismo en una vuelta de *C*, *L* o *S*, se le pregunta, por ejemplo: «¿Y si volviera *C* en lugar de *L* o *S*?» Se piden naturalmente las justificaciones de las diferentes conductas, especialmente en caso de éxito (a veces aleatorio), y se trata de precisar si el sujeto ve otras soluciones posibles, y por qué sí o no. Para terminar, en la mayor parte de los casos, se vuelve a empezar el juego entero en el orden inverso *BA*, colocando en este caso los tres elementos *L*, *C* y *S* primero en *B*.

§ 5. EL NIVEL IA.—Un primer nivel IA (5-6 años) se caracteriza ante todo por dos lagunas significativas: ninguno de los sujetos tiene espontáneamente la idea de volver a traer la cabra *C* de *B* a *A* cuando ha conducido a *B* bien al lobo *L* bien la col *S*, y ninguno comprende tampoco la necesidad de comenzar todo por el transporte de la cabra. En concreto esto supone decir que el sujeto o bien procede al azar o bien, si trata de alcanzar la compatibilidad $L \wedge S$ o evitar una incompatibilidad, lo hace centrándose sólo en ella y olvidando las otras. Además, es frecuente, y casi general, que, si el experimentador hace sentir al sujeto las dificultades de su elección, recurra a soluciones de recambio no previstas en las consignas: poner una barrera, darle al lobo o a la cabra otros alimentos o hacer que el barco vaya muy deprisa para que los animales no tengan tiempo de comer.

Por ejemplo, BAR (5;5) se dispone a pasar en primer lugar la cabra *«porque al lobo no le gusta eso* (la col)», después cambia de idea, pero permanece centrado sobre esta compatibilidad $L \wedge S$ y pasa en primer lugar la col (olvidándose de que el lobo se va a comer a la cabra), después al lobo para tener $L \wedge S$ en *B*. Después, habiendo pasado la cabra, se acuerda de $L | C$ y vuelve a poner al lobo en *A* (con la mano, sin barca), dejando de esta manera *C* y *S* en *B;* se acuerda entonces de $C | S$ y dice *«la cabra se va a comer la col»* y de ahí la solución de recambio: *«Hay que poner la cabra en el jardín* (fuera del juego).» En el

segundo ensayo pasa primero la cabra y después no sabe qué hacer acordándose de $L \mid C$ y luego de $C \mid S$ durante los pasajes proyectados, y de ahí «*hacen falta dos señores, uno que vigile la col* (pasada a *B) y uno que vaya a buscar al lobo*». Durante la parte final (de *B* a *A* con *L*, *C* y *S* en *B* al comienzo), vuelve a empezar, como al principio, por la col, etc.

VAN (5;4) comienza por la col *S* «*para que no se coman (C | S)*», olvidando que entonces se tendrá $L \mid C$ en *A*. Como se le llama la atención sobre ello comienza por la cabra y después no sabe ya qué hacer, excepto «*poner una pequeña barrera*» en *B* para aislar *C* de *L* o de *S*. En el tercer ensayo comienza por el lobo en *B* «*para que el lobo no se coma a la cabra* (en *A*)». En el ensayo final comienza primero por el lobo, pero esta vez para añadir enseguida la col, «*porque van bien juntos* (en *B*), pero olvidando que en *A* la cabra se habrá comido la col.

Vemos así que los sujetos de este nivel cuando no proceden al azar se centran o bien en dos elementos que deben separarse (es decir, en una sola incompatibilidad), o bien en los dos elementos *L* y *S* que deben reunirse (con compatibilidad), pero olvidan cada vez las otras dos parejas. Recuérdese (secc. I) que en el problema de los *n* lápices que deben ponerse en contacto, numerosos sujetos hablan del orden lineal *ABC*, porque *A* toca a *B* y *B* toca a *C*, y después viendo que *A* no toca a *C* permutan *ABC* en *ACB* olvidando esta vez *A* y *B*; al darse cuenta lo cambian de *ACB* a *BAC*, y así sucesivamente. Una falta de coordinación de la misma naturaleza es lo que encontramos aquí, salvo que se trata de efectuar separaciones (*LC* y *CS*) tanto como la reunión posible *LS*.

§ 6. EL NIVEL IB.—El nivel IB (6 años y varios sujetos de 7) señala el intento de coordinación, pero con fracaso, aunque de una forma instructiva; parece como si los tanteos del sujeto estuvieran dirigidos por un objetivo inicial o descubierto en el camino y perseguido más o menos constantemente, que consiste, no en evitar las dos incompatibilidades $L \mid C$ y $C \mid S$, sino (lo cual no es lo mismo desde el punto de vista heurístico) en alcanzar la compatibilidad $L \wedge S$. Ahora bien, al centrarse en ésta el sujeto subestima el alcance de aquéllas por razones que tendremos que encontrar.

RAC (6;1), por ejemplo, después de haber dudado si comenzar por el lobo, luego por la col y finalmente por la cabra, pero viendo los inconvenientes de las dos primeras soluciones y señalando espontáneamente que si no se coge la cabra en primer lugar se comería la col, exclama encantado: «*¡Ah!, tengo una idea: es necesario primero el lobo, después la col, después la cabra.* — ¿Por qué? — *Porque el lobo no quiere comer la col.*» Cuando comprende que entonces se corre el riesgo de que la cabra se coma la col, porpone el orden *C*, *L* y luego *S*, y como el lobo puede de esta forma comerse a la cabra en *B* devuelve ésta con la barca, después transporta la col y finalmente la cabra, lo cual es la solución correcta. Pero en lugar de limitarse a ello, cuando se vuelve a poner todo en *A* y se le pide que se explique en detalle, vuelve al orden *L*, después *S*, después *C*. Viendo de nuevo los inconvenientes trata de comenzar por la cabra, después dice: «*Me he equivocado: era primero el lobo, después la col, después la cabra.*»

LIC (7;1) igualmente después de algunos tanteos (primero la col, después primero la cabra, pero señalando los peligros), pone en primer lugar al lobo «*porque después puede poner la col, después la cabra... y porque el lobo no comerá la col*». Cuando se le piden precisiones ve obstáculos y concluye con resignación: «*Qué lata, sólo se puede transportar primero la cabra porque el lobo no se comerá la col*», después transfiere al lobo, vuelve a traer espontáneamente la cabra, después transporta la col, y finalmente la cabra, cosa que, como sucedía con Rac, es la solución correcta sin sugerencia exterior. Pero Lic, igualmente, cuando se le pide una repetición con justificación, responde: «*Se transporta primero al lobo, la col en segundo lugar y la cabra en tercer lugar.*» En los ensayos finales de *B* a *A* conserva el mismo orden y, resumiendo el conjunto de su actuación, dice «*Antes ya no me acordaba que al lobo no le gusta la col. Me viene* (= me ha venido) *la idea a la cabeza de golpe*», como si se tratara de su mejor solución.

DRY (7;7): «*He llevado la col la primera, luego, como el lobo no come la col, el lobo en segundo lugar y la cabra la tercera.*» Sus ensayos sucesivos no le muestran más que las incompatibilidades y en un momento dado llega a volver a traer, como Rac y Lic, la cabra de *B* a *A*, pero, de la misma forma que aquéllos, no logra comprender y explotar su éxito cuando recomienza el experimento. Finalmente concluye: «*Antes hubiera querido coger el lobo el primero* (después la col), *pero* (entonces) *la cabra se come la col. No lo encuentro.*»

Estas reacciones, de las cuales ya se encuentran ejemplos más burdos en el nivel IA, son muy curiosas, puesto que cada uno de estos sujetos llega en un momento dado a la solución, pero sin estar satisfecho de ella y vuelve a centrarse otra vez en la compatibilidad $L \wedge S$ considerada como una condición del éxito, no sólo necesaria, lo cual es exacto, sino también suficiente; de aquí su falta de coordinación con las incompatibilidades $C \mid L$ y $C \mid S$. La razón de estas dificultades parece ser que, puesto que el objetivo general de las acciones es el de reunir los tres elementos *L*, *C*, y *S*, y de reunirlos al otro lado del agua, los aspectos o momentos negativos de esta actuación de conjunto sólo presentan un grado más débil de necesidad. Para empezar, la vuelta de la cabra después de la travesía del lobo, aunque es descubierta espontáneamente por estos sujetos, no aparece como una condición necesaria, sino como un expediente ocasional, semejante a las soluciones de recambio (poner una barrera, etc.) en las que todavía piensan a veces. Por lo que respecta a neutralizar las incompatibilidades, es decir evitar que la cabra o la col sean devoradas, se trata de una doble negación, y, a la hora de elegir, les parece a estos sujetos de una categoría inferior[2] a las soluciones positivas de reunión directa, a lo que se debe su desvalorización y los olvidos de los que es objeto; el objetivo perseguido continúa siendo constantemente transferir, sin retornos, los elementos compatibles a la llegada en *B*, o sea *L* y *S*, luego *C* y el guardián, y esto incluso al precio de no ocuparse demasiado de lo que sucede al salir de *A*.

§ 7. EL NIVEL IIA.—Este subestadio (7-8 años) se caracteriza por un comienzo de coordinación de las incompatibilidades y de las compatibilidades, o en otras palabras, por la necesidad atribuida tanto a las acciones de «separar» como a las de reunir. Pero esta composición de operaciones negativas y positivas está lejos de ser inmediata y supone una equilibración laboriosa y muy instructiva para nosotros. Hay que señalar, en primer lugar, la seducción bastante

[2] Igual que en matemáticas los razonamientos por el absurdo, rechazados por Brouwer en el caso de los conjuntos infinitos, pueden parecer menos convincentes que las demostraciones directas.

duradera del orden *L, S, C* o *S, L, C*, es decir, la primacía bastante persistente de la compatibilidad o de la reunión sobre las incompatibilidades. Por otra parte, dado que las relaciones que intervienen son múltiples, cuando el sujeto se centra en una de ellas olvida todavía las demás, y por ello se producen largos tanteos:

STÉ (7;10) comienza por la col, después por el lobo para reunir los compatibles, pero ve cada vez el inconveniente y trata de poner la cabra en primer lugar sin saber cómo continuar. «¿En qué piensas? — *En tratar de separar: dejar la cabra allí* (en *A) y (L* y *S) aquí* (en *B).*» Después de nuevos ensayos comenzando por la col, vuelve a la cabra, después a la col, pero entonces, en *B* «*es necesario separarlas.* (Vuelvo) *a poner la col aquí* (en *A)*». Después sustituye la cabra por la col para volverla a traer a *A* y lo consigue del todo. Durante la parte final del mismo juego (de *B* a *A)* vuelve a comenzar por *L.*

BEN (8;0) comienza de la misma manera, e incluso tres veces seguidas, por *L* y *S* o *S* y luego *L* «*porque no se comen*», después empieza por la cabra, luego el lobo, pero «*es necesario separarlos*». La misma expresión en ROY (8;1), de tal manera que «*¿cómo hacer para que no se coman?*» es su preocupación constante en el curso de los tanteos. Por otra parte, ha comenzado por la cabra, pero a pesar de su éxito sigue el orden *L, S* y *C* durante la parte final de *B* a *A*, como si en el sentido *B A* la compatibilidad $L \wedge S$ pudiera predominar. Y no cae en la idea de invertir simplemente el método a causa del sentido opuesto del recorrido, porque Roy cree realmente haber procedido así: «*¡Hace un momento he puesto L, luego S, después C!*»

Cada uno de los sujetos de este nivel termina por admitir la necesidad de comenzar por la cabra, salvo en la prueba final de sentido *B A*, que les parece un problema nuevo. Todos insisten, como estos últimos, en la acción de «separar» y el respeto de las incompatibilidades se convierte de esta manera en la condición necesaria de la solución del problema, lo cual no impide que la compatibilidad $L \wedge S$ domine a menudo en el comienzo de la entrevista y cuando se pasa al sentido *BA* de los transportes. En una palabra, de ahora en adelante habrá una búsqueda de coordinación entre reuniones y separaciones, aunque esta difícil sistematización siga siendo de hecho insuficiente y siempre inestable.

§ 8. EL NIVEL IIB Y EL ESTADIO III.—Los sujetos del nivel IIB (9-10 años) se reparten en tres grupos. Los del primero continúan, como la mayor parte del subestadio IIA, comenzando por la secuencia *S*, después *L*, después *C* (o *LSC*), con búsqueda de la compatibilidad $L \wedge S$, siendo destacable esta persistencia desde el punto de vista general de la primacía inicial de las operaciones positivas de reunión. Pero ven de entrada las incompatibilidades que este orden de sucesión no puede superar y pasan, mediante tanteos más o menos largos, a comenzar por la cabra y, después de transportar al lobo, a devolver la cabra a *A*. Consiguen, por tanto, el éxito, pero un hecho notable es que en el resumen final de sus pasos creen todavía haber seguido el orden *L S C* o *S L C*:

JER (9;4), por ejemplo comienza como los sujetos jóvenes: «*Transporto primero la col, después el lobo y después la cabra, porque como el lobo no come la col, los dos estarán seguros* (en *B*).» Después ve que, en *A*, *L* se comerá a *C* y comienza por la cabra para descubrir a continuación la necesidad de devolverla de *B* a *A* después de la llegada del lobo. Consigue entonces el éxito después de tanteos, pero más cortos que en IIA. Lo que es sorprendente, sin embargo, es que al final, en el resumen de sus pasos, vuelve a la primacía de la compatibilidad: «¿Cómo has hecho? — *En primer lugar he puesto el lobo* (de *A* en *B*), *después la col, después la cabra. Como el lobo no puede comer la col, pues bien, se les puede dejar solos* (en *B*).» Cuando se pasa a los trayectos de *B* a *A*: «*Hago lo mismo (L, S, C), no tengo necesidad de cambiar mi forma de hacerlo.*» Después se corrige.

Los sujetos del segundo grupo (tan numerosos como los primeros), comienzan, por el contrario, transportando la cabra, y después, tras haber llevado al lobo, encuentran con bastante rapidez (algunos desde el primer ensayo) que es preciso devolver *C* de *B* a *A* para transportar *S* y finalmente de nuevo *C*. Pero cuando se pasa a los viajes de *B* a *A* (parte final de las preguntas), recurren también al orden *LSC* o *SLC*, no mediante un ensayo de inversión del orden de *AB*, sino por un residuo de la tan resistente primacía de la compatibilidad:

DAL (9;0) comienza por la cabra y después de algunos tanteos rápidos consigue devolverla y resolver el problema. Pero cuando se pasa al orden inverso dice que «*es preciso hacer lo mismo: llevo primero el lobo, después la col, después la cabra, de esa manera no se comerán*». Ahora bien, no hace nada parecido en el orden *AB*. De la misma manera DUC (10;8) sigue el orden *S, L, C* en *BA* «*porque se ha comenzado de esa manera antes*», mientras que ha comenzado constantemente por *C* en el orden *AB*, salvo un ensayo por *S*, que no era inicial.

El tercer grupo está compuesto de casos intermedios entre los estadios II y III que resuelven más o menos rápidamente el problema, pero que sobre todo extraen la lección de cada tanteo mediante información que perdura en lugar de olvidarla. Sin embargo, si ya no recurren al orden $S < C$ todavía piensan en él a veces ocasionalmente:

CHA (11;3) encuentra finalmente y por sí solo la solución. Pero confiesa haber intentado, mentalmente, otra: «*Pensaba pasar primero el lobo, después la col y después la cabra, porque el lobo no come la col.* — ¿Qué es lo que no marcha? — ...»

En particular esta tentación reaparece a veces en el orden *BA*, pero es igualmente desechada en ese caso, más o menos deprisa.

Finalmente en el estadio III (10-12 años) hay coordinación simultánea y completa de las reuniones y de las separaciones, tanto en el orden *BA* como en el *AB:*

PIL (11;4): «*Es lo mismo, consiste en lo mismo en un sentido y en el otro.*»

En otras palabras, el sujeto comprende casi desde el comienzo la necesidad de comenzar por la cabra y la de volverla a traer después de transportar al lobo. Permanece en este método cuando se pasa al orden *BA* y se acuerda de él durante el resumen de los ensayos.

§ 9. CONCLUSIÓN.—La conclusión que hay que extraer de este breve análisis es naturalmente que, en el caso de este problema, observamos una vez más una primacía de las acciones u operaciones positivas (reunir las compatibles)

sobre las negativas (separar) y sobre la doble negación (evitar las incompatibilidades). Pero la situación particular aquí estudiada estriba en que esos aspectos negativos son muy claros y bien conocidos desde el principio: no hay ninguna dificultad para comprender ni para acordarse de que los lobos se comen a las cabras y éstas a las coles. En otras palabras, lo negativo, en este caso, no hay que construirlo, sino simplemente darse cuenta de ello y retenerlo. La primacía de lo positivo no se manifiesta, por lo tanto, en el nivel IA, que es el de la incoordinación general, sino en el IB, durante los primeros ensayos de coordinación, y se produce entonces bajo una forma *sui generis* e interesante de observar: la de un grado superior de necesidad o de valor. Sólo en el nivel operatorio IIA se comprende que «separar» es tan necesario como «reunir», pero sólo en principio, mientras que el sujeto comienza en general por el orden *L, S* y *C* o *S, L, C* y vuelve a caer en él sin cesar, en particular cuando se procede de *B* a *A*. Esta obsesión se manifiesta hasta el nivel IIB, es decir, hasta los 9 y 10 años inclusive, conduciendo a menudo al paradójico resultado de éxitos en la acción, y de éxitos bien observados en un momento por el sujeto, pero con la impresión posterior y la ilusión mnésica de haber seguido el orden *L, S, C* (o *S, L, C*), que vuelve a aparecer en el sentido *BA*. Hay, por lo tanto, en el conjunto de estos hechos un caso sorprendente de primacía de lo positivo sobre aspectos negativos evidentes desde el comienzo y cuya comprensión está desprovista de toda dificultad lógica.

11. CONTRADICCION Y CONSERVACIONES DE LAS CANTIDADES

Con Christine Othenin-Girard (Sección I)
y S. Uzan (Sección II)

SECCIÓN I.—CONTRADICCIÓN Y CONSERVACIÓN DE LAS CANTIDADES CONTINUAS

Con Christine Othenin-Girard

Sabemos desde hace largo tiempo que las actitudes de no conservación características del estadio preoperatorio son fuente de contradicciones múltiples y los hermosos estudios de Inhelder, Sinclair y Bovet [véase nota 3, cap. 5] sobre el aprendizaje de las conservaciones han mostrado que los conflictos entre índices no coordinados son todavía más numerosos y profundos de lo que mostraría la observación simple. Por otra parte, es completamente evidente que la conquista de las conservaciones reposa sobre una compensación progresiva de relaciones positivas y negativas (por ejemplo, «más alto × menos ancho = misma cantidad»), de tal manera que parece que no hay nada que añadir con respecto a las relaciones entre este problema y nuestra hipótesis general de un desequilibrio inicial debido a la primacía de las afirmaciones sobre las negaciones: los sujetos jóvenes comienzan por las primeras («es más alto», «más largo», etc.), descuidando los aspectos negativos que permitirían las compensaciones y conducirían a las conservaciones.

§ 1. LA CONMUTABILIDAD.—Pero todo esto no son más que comprobaciones y, si se quiere encontrar la razón de estos desequilibrios de partida, hay que extraer el mecanismo elemental de tal manera que el carácter positivo o (aditivo) de la acción produzca una omisión inicialmente sistemática

de su carácter negativo o (sustractivo). Ahora bien, no se ve por qué ha de suceder esto cuando se trata solamente de variaciones dimensionales, como de longitud y de anchura, de las cuales una es tan perceptible como la otra; por el contrario, en la prueba del capítulo 9, sección I (transferir *n* fichas de una colección *A* a otra *B* y comprender que la diferencia es entonces de *2n),* se percibe mejor por qué la acción de añadir *n* elementos a *B* no va acompañada inicialmente de la consideración de haberlos quitado de *A*, puesto que se trata de la misma acción, cuyo objetivo es aditivo, así como de los mismos elementos, simplemente desplazados, y en un desplazamiento lo que importa es la nueva posición de los objetos y no el hueco dejado detrás de ellos.

Lo que conviene, por tanto, encontrar, para explicar las conservaciones iniciales, es un mecanismo del mismo tipo, que haga dominar los aspectos positivos de una sola y misma acción fundamental sobre sus aspectos negativos. Ahora bien, una acción de ese tipo existe y desempeña un papel esencial en todos los problemas de conservación: es la de desplazar una parte del objeto con respecto a las otras. Si se define la «conmutabilidad» como una conmutatividad en sentido amplio, diciendo sin más que la suma (o el producto) de dos elementos no se modifica cuando se cambia su relación de posiciones, está claro que un desplazamiento de este tipo de las partes del objeto es conmutable: en la transformación de una bola en salchicha, una parte *A* de plastilina que está encima de *B* en la forma esférica pasa delante de *B* cuando se estira la bola en salchicha, pero su suma sigue siendo la misma. Ahora bien, para razonar de esta forma, es necesario recordar que si se añade sustancia en la dirección de la longitud se quita de otra parte y, por consiguiente, la salchicha no es simplemente «más larga» en una cantidad *x*, sino que es igualmente «algo menos», por tanto, *menos* — *x* con relación a la forma anterior. Es entonces esta sustracción la que escapa a la atención del sujeto por razones semejantes a las que le impiden comprender la diferencia de 2*n* cuando se transfieren *n* fichas de una colección a otra. Igualmente, en la no conservación del número, el sujeto piensa que la cantidad aumenta si se alarga una serie de

elementos simplemente espaciándolos; no ve entonces que lo que es una adición de longitud es al mismo tiempo una sustracción que se manifiesta en forma de espacios vacíos entre los elementos. Etcétera.

En una palabra, la fuente de desequilibrio que es la característica de las no conservaciones no debe buscarse únicamente en la dificultad para pensar en dos modificaciones al mismo tiempo a la vista del resultado de las acciones; depende más profundamente de las limitaciones de la toma de conciencia de la propia acción central de la cual sólo se retiene el aspecto positivo ligado a su objetivo (aumentar la longitud, etc.), mientras que el aspecto sustractivo o negativo, que es inseparable, no se observa, puesto que se trata de una misma y única acción y de los mismos elementos modificados por ella. En esta interpretación es, por tanto, la no conmutabilidad lo que dificulta la conservación, mientras que ésta se constituye tan pronto como la «conmutabilidad», o conmutatividad en sentido amplio proporciona una forma elemental de cuantificación, al mismo tiempo que de compensación, anterior a toda medición.

§ 2. LAS NO CONSERVACIONES.—Se comprende mejor entonces el primer resultado de los sondeos efectuados con el fin de encontrar los sentimientos eventuales de contradicción en los sujetos preoperatorios retomando las preguntas habituales, pero multiplicando las transformaciones y los índices significativos de sentidos contrarios. Ahora bien, en el nivel elemental de no conservación no ha sido posible descubrir el menor índice de una conciencia de contradicción o de una modificación de los razonamientos bajo la influencia de un conflicto real, pues los sujetos consideran completamente naturales los cambios continuos de cantidades de materia limitándose en el caso de dificultades a renunciar momentáneamente a toda decisión:

CRI (5;3), con las bolas de plastilina oscila entre los criterios «*más largo*» y «*más gordo*» como índices de cantidad superior. Con dos salchichas de longitudes desiguales (a partir de bolas iguales) quita casi la mitad de la más larga para que haya «lo mismo de comer» y se declara satisfecho con el resultado: «¿Piensas que sí? — (Mira con atención.) *No, tú, porque es más*

gordo. — ¿Cómo hacer? — *No sé.*» Después propone volver a convertirlas (tal y como están) en bolas: «¿Si las vuelves a hacer será la mismo? — *Sí.* — Mira todo lo que hay sobre la mesa (lo que se ha quitado). ¿Será lo mismo? — *No, falta todavía eso, hay que volver a ponerlo.*»

LAU (5;3), con los líquidos, echa ella misma en un vaso ancho y bajo *C* y en un vaso menos ancho y más alto *A1* dos cantidades hasta el mismo nivel para tener lo mismo para beber: «¿Estás segura? — *Claro, porque he puesto lo mismo.*» Después de haber echado *C* en *A2* (semejante a *A1)* comprueba que hay niveles muy desiguales mientras que había anticipado la igualdad. Ningún asombro: «*No es lo mismo, porque aquí (A1) hemos puesto menos.*» Cosa que, como se ve después, significa no que ha puesto demasiado poco en *A1* con respecto a *C*, sino que las cantidades son actualmente desiguales. En efecto, en presencia de *B* (delgado y más alto que los *A)* vuelve a colocar los jarabes en los mismos niveles (con tanteo para ajustarlos bien) y declara que es «*igual.* — ¿Y si se echa *(B* y *C)* en *(A1* y *A2)*? — *Como el mío* (previsión de igualdad, como anteriormente). — Prueba. — *No es lo mismo, porque se ha caído.* — ¿Y por qué ha cambiado? — *Cuando se echa el rojo (A2) es siempre más pequeño y el verde (A1) siempre más grande*».

Observaciones de este tipo, de acuerdo con otras innumerables conocidas desde hace tiempo, presentan, desde el punto de vista de la contradicción, una significación que hoy es posible admitir con cierta seguridad después de que los trabajos experimentales de aprendizaje de B. Inhelder, H. Sinclair y M. Bovet mostraran la resistencia sistemática de los sujetos de este nivel a modificar sus actitudes bajo la influencia de índices o de conflictos utilizados en presentaciones metódicas, que, por el contrario, ejercen una acción en los niveles intermedios ulteriores. En efecto, lo característico de las inferencias de estos sujetos es que carecen de toda necesidad, tanto en la interpretación de las acciones ejecutadas como en la anticipación de sus resultados, de tal manera que ni los desacuerdos entre los índices ni los desmentidos infligidos por las comprobaciones conducen a correcciones estables, ni tampoco a un asombro que llevaría a su búsqueda. La razón está clara: las únicas acciones concebidas por el niño consisten en añadir o en quitar, pero en cuanto acciones independientes o sucesivas y en absoluto

en cuanto polos indisociables de un mismo desplazamiento que cambia las formas o las dimensiones.

De esta manera es como Cri interpreta los alargamientos como aumentos en el sentido de adjunciones y, para igualar las cantidades de materia de dos salchichas producidas a partir de bolas semejantes, quita casi la mitad de la más larga y se considera satisfecho; cuando sale de su error cree que, al volver a convertir en bolas estas cantidades desiguales, volverá a encontrar la igualdad y es preciso señalarle lo que ha quitado para que piense en volver a añadirlo. Para Lau, con los líquidos, estas adjunciones y sustracciones se deben a los transvases: el jarabe colorado se vuelve entonces «más pequeño» y el verde «siempre más grande», sin que los desmentidos de la experiencia con respecto a las igualdades previstas sean utilizados en las anticipaciones sucesivas. En una palabra, no hay coordinación entre los aumentos (longitud, etc.) y las disminuciones (anchura, etc.) porque las transformaciones no se conciben como desplazamientos que poseen un efecto al mismo tiempo aditivo y sustractivo en cuanto a las posiciones finales e iniciales, sino como debidas a acciones separadas. Por el contrario, la llegada a la conservación (y lo hemos controlado con esa substancia denominada «siliputi», que permite producir filamentos extremadamente largos y delgados) comienza en general por el argumento fundamental de que «no se ha quitado ni añadido nada» (contrariamente, por tanto, a lo que creen los sujetos jóvenes), sino tan sólo cambiado la forma, en otras palabras, desplazado las partes; Rao a los 8 años declara, a propósito tanto del peso como de la substancia del «siliputi»: es siempre lo mismo «porque se ha distribuido, nada más... si se vuelve a apretar volvería a ser lo mismo». Etc. Los argumentos de compensación vienen después, pero porque estaban ya implicados debido al doble aspecto sustractivo y aditivo del desplazamiento.

§ 3. LA INVERTIBILIDAD.—Un punto que debe destacarse en los resultados obtenidos es la precocidad de las reacciones de «invertibilidad» [«renversabilité»] o retornos empíricos al punto de partida. No es, sin embargo, una conducta primitiva y los sujetos más jóvenes no piensan en estos

retornos posibles a la igualdad, que parecen ir emparejados con el comienzo de las funciones constituyentes [1]. Se observa esta reacción en Cri, pero bajo una forma particular, puesto que, después de haber quitado una gran parte de una de las dos salchichas producidas a partir de bolas iguales, cree posible volver a hacerlas iguales en forma de bola y encontrar de nuevo la igualdad a la cual ha terminado por renunciar modificando sus salchichas. He aquí, por el contario, un caso claro:

HER (5;6) dice *«usted la hace más grande»* cuando se transforma una bola en salchicha, *«se come más porque es más gorda y más ancha* (= larga)» que la otra salchicha. «¿Y si debo tener lo mismo? — *Es necesario (re)hacer deprisa las bolas.* — ¿Y si haces salchichas? — *Sí, agrandar lo mismo.*»

Aquí sólo se trata de funciones directas e invertidas (e incluso invertibles en los dos sentidos: vuelta de la salchicha a la bola y vuelta a nuevas salchichas, pero «agrandadas lo mismo»), cada una de las cuales expresa una modificación orientada en un sentido sin conservación por falta de reversibilidad operatoria. Siempre hemos admitido esta diferencia entre la reversibilidad con conservación y la invertibilidad que no basta para asegurar esa invariancia cuantitativa, pero parece que sólo la interpretación presentada aquí permite justificar esta distinción oponiendo los cambios no conmutables (añadir o quitar) a los desplazamientos conmutables. En efecto, en el caso del desplazamiento con conmutabilidad de una parte A del objeto con respecto a una parte B, si A se desplaza delante de B, hay un alargamiento en virtud de esta nueva posesión, pero al mismo tiempo hay sustracción en el lugar en que A se ha alejado, por tanto, un adelgazamiento, etc.; la operación inversa, que consiste en devolver A a su lugar inicial es entonces a su vez simultáneamente aditiva (volver a poner, por tanto añadir A en el punto de partida) y sustractiva (quitarlo de la

[1] Emilia Ferreiro ha mostrado la significación, más general de lo que se suponía, de estas conductas de invertibilidad y su correlación con ciertos niveles psicolingüísticos relativos a la expresión de las relaciones temporales. Véase *Les relations temporelles dans le langage de l'enfant*, Ginebra, Droz, 1971.

nueva posición que ocupaba en virtud del desplazamiento directo). De este modo hay reversibilidad completa por el hecho de que la adición-sustracción en un sentido se convierte en sustracción-adición en el otro sentido y la primera de estas dos parejas se anula exactamente, por tanto se compensa, por la segunda en virtud del desplazamiento inverso. El papel de la acción exterior del sujeto se reduce entonces a producir esos desplazamientos en un sentido y luego en el otro, pero las adiciones y sustracciones permanecen interiores al objeto, en cuanto reuniones y disociaciones de sus partes sin aportaciones exteriores. En el caso de la invertibilidad, por el contrario, la acción aditiva de alargamiento se concibe como un «agrandamiento» real, con aumento de las cantidades de materias, y éste se debe al poder del sujeto que «aplasta», estira, etc., la plastilina o al poder del recipiente que aumenta la altura del agua. Con respecto al retorno empírico al punto de partida (invertibilidad), se trata entonces de una nueva acción, igualmente exterior al objeto, que disminuye o quita lo que se había añadido en la primera; debido a que se trata de dos acciones separadas, y sobre todo las dos de fuente exterior al objeto (en cuanto poderes de añadir o quitar cantidades que no pertenecen al objeto inicial, sino que se producen o anulan por esas acciones), la invertibilidad es irreductible a la operación reversible y no puede conducir a la conservación. En efecto, desde el punto de vista lógico, si añadir o quitar son acciones que se ejercen sobre el objeto desde el exterior, se trata entonces de dos acciones distintas que no se compensan necesariamente, mientras que si las acciones exteriores se reducen a desplazamientos en los dos sentidos de cantidades ya englobadas en el objeto, las adiciones y sustracciones se compensan desde cada uno de ellos en cuanto cambios de posiciones interiores al objeto y el desplazamiento inverso sólo constituye su permutación con conmutabilidad necesaria de nuevo.

§ 4. CONTRAPRUEBA.—Si la invertibilidad no es, desde el punto de vista del sujeto, más que una vuelta a la igualdad inicial como consecuencia de aumentos o disminuciones cuantitativas, debe ser posible provocar la ilusión de tales

igualaciones a partir de desigualdades reales y reconocidas como tales. La experiencia ha consistido en presentar inicialmente dos vasos semejantes *A1* y *A2*, pero con cantidades netamente desiguales *A1* > *A2*, y después en hacer comparar los dos vasos vacíos *B* (delgado y alto) y *C* (ancho y bajo) preguntando si contendrán lo mismo, lo cual es negado generalmente. Después de esto se hace anticipar lo que producirán *A1* en *C* y *A2* en *B*. Como las desigualdades han sido elegidas de modo que se compensen, se obtiene en este caso el mismo nivel en *B* y en *C* y los sujetos jóvenes no dudan entonces en concluir que hay igualdad de las cantidades, a pesar de las desigualdades iniciales (de las que verificamos si se acuerdan bien):

LOF (5;9) prevé que *A2* en *B* conservará un nivel bajo y que el nivel de *A1* se volverá a encontrar en *C* «*porque si se echa el jarabe de (A1) habrá siempre lo mismo*». Después de esto comprueba la igualdad de niveles en *B* y en *C* y concluye que hay lo mismo para beber: «*Lo mismo.* — ¿Cómo lo sabes? — *Miro.*» Si se vuelve a echar *B* y *C* en *A1* y *A2* se tendrá entonces la igualdad (acababa de recordar que antes uno era más alto): «¿Por qué? — *Porque es lo mismo aquí que allí (B* y *C).* — (Se echa.) — *Aquél es más alto.* — ¿Por qué? — *No sé.*»

MIG (5;6). Iguales reacciones. Ríe al ver que el jarabe sube más en *B* que en *A2*: «*¡Se ha añadido del rojo!* — Pero, puesto que no se ha añadido nada, ¿qué pasará si se vuelve a echar en *A1* y *A2*? — *Habrá lo mismo* (en los dos).»

PAS (5;1) es, por el contrario, un caso intermedio que termina por cambiar. Pero antes, al mismo tiempo que preveía que el nivel de *A2* sube en *B* y que el de *A1* baja en *C* (cosa que observamos en la cuarta parte de los sujetos de 5-6 años en forma de covariaciones sin compensaciones), extrae de la igualdad de niveles en *B* y *C* la conclusión de que hay lo mismo de beber y prevé que será lo mismo cuando se vuelva a echar en *A1* y *A2*; luego, al comprobar que se vuelve a encontrar la igualdad inicial, mantiene, sin embargo, que hay «*lo mismo para beber* (a pesar de *A1* > *A2*) *porque se ha visto en los otros (B* y *C)*». Al final, sin embargo, comienza a comprender: en *B* y *C*, hay «*la misma altura.* — ¿Y si se bebe? — *Aquí hay menos y allí más.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque hay más.* — Pero dices que es la misma altura, entonces por qué más? — *Porque lo veo con mis ojos*».

Se comprueba que, como en el caso de la invertibilidad, una igualdad puede constituirse a partir de desigualdades (o las que se supone que lo son) anteriores, pero aquí más paradójicamente, a pesar de las desigualdades objetivas reconocidas al principio. Al igual que los hechos anteriores, estas reacciones muestran, por tanto, en qué medida los razonamientos de no conservación (tanto de las diferencias como de las igualdades) dependen de la incomprensión de la conmutabilidad inherente a los desplazamientos, es decir, del hecho de que lo que se añade al término de uno de los dos equivale a lo que se quita en su punto de partida: en efecto, lo que domina sin cesar en estas reacciones es el punto de llegada de las acciones (altura de los niveles), con descuido sistemático de los puntos de partida, que, sin embargo, no se olvidan de hecho.

SECCIÓN II.—CORRESPONDENCIA ITERATIVA Y CONTRADICCIÓN

Con S. Uzan

La interpretación de las no conservaciones que nos ha sugerido la primacía sistemática inicial de las acciones positivas sobre las negativas consiste en que al modificar la forma de un objeto (como la bola de plastilina transformada en salchicha) el sujeto se centra en lo que añade en una dirección (la longitud), pero descuida el hecho de que esta adición implica la sustracción de la misma cantidad en un punto cualquiera del mismo objeto en su estado anterior. La conservación se adquiriría, por el contrario, una vez que la adición y la sustracción se comprenden como solidarias e incluso indisociables; en este caso la modificación se concibe como un simple desplazamiento de las partes del objeto, con «conmutabilidad», es decir, conservación de la suma independientemente de los emplazamientos (igual que la conmutatividad la conserva independientemente de su orden lineal: $AB = BA$).

§ 5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.—Un índice a favor de esta hipótesis consistiría en provocar una mejora de las

conservaciones favoreciendo el conocimiento de los puntos de partida de los elementos desplazados. Esto es lo que hicimos hace tiempo con un dispositivo con ranuras en abanico que permitía seguir el trayecto de cada ficha desde una disposición de partida más espaciada a una disposición de llegada más apretada, o al revés, obteniendo sólo un débil resultado positivo [2], sin duda porque la permanencia o identidad de las fichas individuales se garantiza entonces por las ranuras más que por la acción específica del sujeto (excepto la de hacer deslizar). A continuación partiremos, por el contrario, de una situación estudiada anteriormente con B. Inhelder, en la que la propia acción del niño favorece la conservación: poner con una mano una bola en un vaso y con la otra una segunda bola en un segundo vaso; desde los 5 años la mayoría de los sujetos afirman que la igualdad resultante de esta correspondencia continuará indefinidamente: en este caso la conservación se apoya sobre un razonamiento recurrente y sobre una síntesis local de la inclusión (cada pareja se añade a las precedentes en una clase de rango superior) y del orden (de las acciones repetidas), de donde se produce la iteración numérica y su resistencia en sujetos jóvenes de 5 a 7 años que no poseen la conservación de las mismas equivalencias cuando hacen corresponder dos disposiciones iguales de fichas sobre la mesa y se separa o se junta una de ellas.

El problema que nos planteamos ahora (y que ha sido estudiado ya desde otros puntos de vista por B. Inhelder, H. Sinclair y M. Bovet en sus investigaciones sobre el aprendizaje [3] consiste en establecer si, comenzando con

---

[2] Véase *L'image mentale chez l'enfant*, cap. VIII, § 4 y 5.

[3] La presente experiencia está además directamente inspirada en una de las de Inhelder, Sinclair y Bovet (*Apprentissage et structures de la connaissance* [trad. cast. Madrid, Morata], cap. II). En esa investigación las autoras han utilizado la correspondencia iterativa en varias pruebas consecutivas, primero con bolas y luego con granos transvasados por medio de dos vasitos idénticos, lo cual asegura la transición entre lo discreto y lo continuo y ha mostrado la existencia de mejoras en la conservación cuando se realiza ese paso. En la experiencia actual no nos ocupamos de este último problema sino que estudiamos nuevamente el efecto de correspondencias iterativas iniciales añadiendo una facilitación debida a una centración en el trayecto de las bolas por medio de largos tubos transparentes. Pero en ambos casos la razón del progreso que se observa se halla

este procedimiento de correspondencia iterativa con bolas, llevándolas después por parejas, a partir de dos recipientes o vasos iniciales, hasta las dos disposiciones de longitudes desiguales colocadas sobre una mesa (como en la prueba ordinaria), se favorecerá la conservación; en efecto, a partir de los vasos iniciales, el sujeto ve claramente que quita o aleja las parejas del punto de origen para añadirlas en otro sitio; esto puede ayudarle, por tanto, a comprender el nexo necesario entre los aspectos negativos (alejamiento del punto de partida) y positivos (acceso y adjunción en el punto de llegada) de todo desplazamiento, cosa que en nuestra hipótesis conduciría a la «conmutabilidad» responsable de la conservación. Recordemos que llamamos conmutabilidad a una generalización de la conmutatividad que conserva como ella la cantidad total independientemente de las posiciones. En la conmutatividad $AB = BA$ hay sustitución recíproca, y, por tanto, cambio del orden lineal. En la conmutabilidad hay simplemente cambio de posición de A con respecto a B, pero en la medida en que A, que se añade a B en una posición nueva, se considera al mismo tiempo como desplazada simplemente a partir de una posición anterior cualquiera, la adición en posición final se convierte en solidaria de una sustracción en el comienzo, lo cual asegura la conservación del todo $A + B$. En otras palabras, la conmutabilidad es una conmutatividad posible, pero limitada a un desplazamiento cualquiera como si se tratara de una sustitución y de un cambio de orden.

La técnica consiste en presentar dos vasos transparentes y cilíndricos iguales, A y A', o el segundo, B, más estrecho que el primero (A) y con un agujero en su base, que primero está tapado y después destapado. Estos orificios dan acceso a dos tubos transparentes At y $A't$, aproximadamente cinco veces más largos que los vasos y que igualmente pueden estar tapados o destapados. Se dispone, por otra parte, de dos planchas a y b, cada una de las cuales tiene doce agujeros o huecos, en los cuales se pueden colocar doce bolas, y que están apretados en los primeros dos tercios de la plancha en a y espaciados en toda la longitud en b. La entrevista comienza por el experimento ordinario de conservación: construcción por parte del niño de

en una vuelta al origen de las igualdades en cuanto modo de construcción operatoria de éstas.

dos filas correspondientes de doce bolas colocadas sobre la mesa y, después de aceptar su igualdad, apretar una de las dos filas; sólo se continúa con los sujetos que entonces rechazan, sin dudar, la conservación de la equivalencia. Se pide primero al sujeto que coja una bola en cada mano y las introduzca simultáneamente en los vasos *A* y *A'* (y después eventualmente en *A* y *B* como control) y se le hace que juzgue periódicamente su igualdad, cosa que en este caso es admitida por todos los sujetos. Una vez colocadas las 12 y 12 bolas, se destapan los vasos y las bolas ruedan de dos en dos en los dos tubos *At* y *A't* tapados. Pero antes se pide la anticipación del resultado; la igualdad es prevista nuevamente por todos y se hace que la verifiquen después de que salgan. Hecho esto, se destapan los tubos y el propio sujeto toma con cada mano una bola de cada tubo para colocarla en uno de los huecos de *a* y la otra en un hueco de la segunda plancha *b*. Cuando se niega entonces la igualdad, se comienza por recordar al sujeto que la admitía en los vasos y los tubos, y se le pregunta si encuentra «natural» negarla en las planchas. Después de haber examinado cómo reacciona ante esta contradicción se pueden cambiar las planchas de posición (= modificado en /\ o Γ o T), planteando las mismas preguntas. Se procede ante todo a devolver por parejas las bolas (una en cada mano) de las planchas *a* y *b* a los vasos *A* y *A'* (naturalmente sin pasar esta vez por los tubos), pero comenzando por una previsión, y continuando por la acción con juicios periódicos sobre la igualdad recuperada y preguntas sobre las contradicciones.

El interés de este procedimiento es que entonces la tercera parte de los sujetos de 4-5 años admite finalmente la conservación en *a* y *b* (sobre las planchas paralelas con filas de longitudes desiguales) o durante la repetición del pretest (filas de longitudes desiguales sobre la mesa), mientras que con la antigua experiencia de las ranuras dispuestas en forma de abanico no se observaba en absoluto una mejora de este tipo en estas edades precoces.

§ 6. Primer tipo de reacciones.—Describamos primero las reacciones más primitivas, en las cuales la igualdad en *A* y *A'* no produce en absoluto una equivalencia sobre las planchas *a* y *b* cuando éstas son paralelas y entonces la fila más larga sobrepasa a la otra, aunque tenga el mismo número de huecos (evaluación ordinal fundada sobre el orden de las fronteras terminales). Por el contrario, cuando las planchas se disponen oblicuamente sin paralelismo, o

perpendiculares, o incluso si se muestran demasiado rápidamente para que el sujeto pueda juzgar exactamente la disposición de los huecos, la igualdad se prevé a menudo y, salvo en el último de estos casos, se mantiene una vez que se han colocado las bolas:

JAN (5;0) niega la conservación de la equivalencia durante el pretest, pero la admite en los vasos *A* y *A'*, e igualmente *A* y *B*, así como en los tubos *At* y *A't*. Cuando se pasa de ahí a las planchas *a* y *b*, Jan admite la igualdad cuando son oblicuas (y convergentes), pero la niega cuando son paralelas: «*No es lo mismo porque aquí hay pequeños agujeros* (= fila más apretada en *a*) *y allí* (fila espaciada en *b*) *grandes*. — ¿Y si se las vuelve a colocar allí (casos *A* y *A'*)? — *Habrá lo mismo.*» Se colocan en *A* y *A'* y Jan mantiene la igualdad. «Vamos a ponerlas aquí y allí (planchas mostradas rápidamente y luego de forma perpendicular). ¿Habrá lo mismo? — *No.* — Prueba. — (Las coloca y para justificar la desigualdad las pone por sí mismo en paralelo.) *No, porque aquí (a) no hay bolas* (espacio terminal sin agujeros). — ¿Encuentras normal que haya lo mismo aquí *(A* y *A')* y no allí *(a* y *b)*? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque aquí (b) había más.* — ¿De dónde se han traído? — ... — ¿Es normal? — *Sí.* — ¿Las bolas de *A* las hemos puesto allí *(a)* y las de *A'* las hemos puesto allí *(b)*? — *Sí.* — ¿Y en los dos vasos había lo mismo? — *No* (= primer intento de conciliación). — ¿Pero antes decías que es lo mismo aquí y allí *(A* y *A')*? — *Sí.* — ¿Y ahora es no ? — *Porque allí (a) no hay bolas* (la tercera parte sin agujeros). — Vuelve a colocarlas aquí *(A* y *A')*. — (Las vuelve a colocar por parejas.) — ¿Es lo mismo o no? — *Hay siempre lo mismo aquí (A) y aquí (A')*. — ¿Y allí *(a* y *b)*? — *No, porque aquí (a) no hay bolas* (último tercio). — ¿Es normal? — *Sí.* — ¿No te parece raro que..., etc? — *No.*»

Se ve que en estas reacciones iniciales no hay finalmente ningún conflicto para admitir la igualdad en *A* y *A'* y la desigualdad sobre las planchas, al menos paralelas, e incluso, luego, cuando no lo son (incluido el caso de perpendiculares). Este tipo de reacciones se observa en la sexta parte de los sujetos de 4-5 años. Pero, durante un breve instante, Jan está molesto, sin embargo, por la contradicción y decide entonces que en *A* y *A'* tampoco hay igualdad. Pero cuando se vuelven a comenzar las adjunciones por parejas (una bola con cada mano) vuelve a la igualdad de *A* y *A'*, aunque continúa negándola en las planchas (y sin ningún progreso cuando se vuelve a realizar el pretest).

§ 7. Segundo tipo.—En un segundo tipo de reacciones (la mitad de los sujetos de 4-5 años), se siente la contradicción, dada la fuerza de la igualación por parejas en *A* y *A'* y la pregnancia de la desigualdad en *a* y *b* a causa de la desigualdad de las longitudes. La solución del niño consiste en negar retroactivamente la igualdad en *A* y *A'*:

Pau (4;9) está convencido de la igualdad en *A* y *A'* «*porque hay 3 y 3*», después «*porque hay 5 y 5*», etc. Después lo mismo con los tubos. Pero, tras haber creído un instante en la equivalencia en *a* y *b*, mira mejor las planchas y la niega enérgicamente por las mismas razones que Jan. Cuando vuelve a colocar las bolas en los vasos *A* y *A'* (aunque lo hace de nuevo por parejas), pone en duda la igualdad afirmada anteriormente: «*Allí (A') hay mucho y allí (A) poco.* — ¿Por qué? — *Allí (A') hay mucho porque las bolas vienen de allí (b) y allí (A) hay un poquito porque las bolas vienen de aquí (a).* — ¿Pero hace un momento me has dicho que $A = A'$? — *Es mentira: hay mucho aquí (A) y poco allí (A') porque* (idéntico argumento).»

Se ve que en los sujetos de este segundo grupo (cuando razonan como Pau) el punto de origen de las bolas comienza a desempeñar un papel en el punto de llegada, lo que constituye un comienzo de conmutabilidad. Pero, cosa interesante, actúa inicialmente a favor de la conservación de las no equivalencias y no de las igualdades, puesto que el recorrido considerado es el de sentido inverso $ab \rightarrow AA'$. Pero en muchos casos, aunque el niño comienza de esta forma, vuelve a la igualdad $A = A'$ desde que se acuerda de la correspondencia por parejas al llenar los dos vasos. Continúa, sin embargo, negando la equivalencia en *a* y *b* y vuelve de esta forma a caer simplemente en las reacciones del tipo de las de Jan (en § 6).

§ 8. Tercer tipo.—En los sujetos del tercer grupo (la tercera parte de los niños de 4-5 años) hay, por el contrario, un progreso en el sentido de la conservación, pero por etapas:

El caso menos avanzado es el de Mar (4;8), que comienza por una no conservación neta en el pretest. Con los vasos *A* y *A'* acepta, por el contrario, la equivalencia porque «*con las dos manos se hace así* (correspondencia)». Con *A* y *B* duda «*porque*

aquí (A) se puede poner más que allí (B delgado), después, al actuar, rectifica. En los tubos *At* y *A't* la igualdad se conserva. Con las planchas *a* y *b* hay problema. Durante la previsión: «¿Habrá lo mismo (presentación rápida)? — *Sí... No... Sí, porque va a haber igual* (= ¿las mismas?) *de bolas.* (Prueba.) *Aquél (a) tiene un poquito y éste (b) mucho.* — ¿Por qué? — *Porque aquí* (el tercio de *a) no hay agujeros.* — ¿Encuentras normal que (repetición de las comprobaciones anteriores sobre *A* y *A'*, *At* y *A't? — No es normal.* — ¿Cómo lo explicas? — *No sé.* — (Se vuelve a *A* y *A'.) Sí, lo mismo.* — (Transferencia a *a* y *b.)* ¿Lo mismo? — *Sí.* — ¿Cómo lo sabes? — *No sé. Porque... no, no sé* (explica)». Se vuelve a hacer el pretest: éxito «*porque es el mismo tamaño, pero aquél está aquí, aquél aquí,* etc.» Muestra la correspondencia término a término con los dedos a pesar de las diferencias de posiciones de los elementos y de la longitud de las filas.

Fio (4;9) falla el pretest, pero admite la igualdad en *A* y *A'* y en *A* y *B* «*porque tomo una bola* (en cada mano) *y las coloco en los dos*». Cuando se le muestran las planchas rápidamente, anticipa la conservación de las igualdades, pero después de colocarlas lo pone en duda al principio y bruscamente rectifica «*porque he mirado mejor*». La vuelta al pretest constituye igualmente un éxito, pero sin más explicaciones.

Bea (5;0). Las mismas reacciones desde el comienzo al fin, salvo que, cuando descubre la equivalencia en *a* y en *b,* no se refiere, lo mismo que Fio, a *A* y *A'*, sino a lo que generalmente motiva las no conservaciones: es lo mismo «*porque allí (a) es más delgado, no se puede meter el dedo* (entre dos bolas) *y allí (b) se puede*».

Gim (4;9), por el contrario, justifica la igualdad sobre las planchas (primero puesta en duda) «*porque se cogen dos* (a la vez a la salida de los tubos *At* y *A't)*».

Hag (4;5): igualdad en *a* y *b* «*porque allí y aquí (A* y *A') hay lo mismo*».

Dus (4;11) igualmente «*porque en los tubos es lo mismo*», y entonces en *a* y *b:* «*Hay lo mismo de bolas, pero no el mismo tamaño* (muestra las longitudes).»

TOM (5;4) «*porque hay lo mismo allí (A* y *A') y allí (a* y *b)*». Exito igualmente en la repetición del pretest, como en todos los sujetos de este grupo.

§ 9. CONCLUSIÓN.—Estos resultados son notables para niños de 4-5 años y muestran con claridad que, cuando existe centración en los desplazamientos de los elementos, en función de las propias acciones del sujeto y no sólo del dispositivo (cf. las ranuras del antiguo experimento), se favorece la conservación. Desde luego, interviene aquí un tipo particular de acciones que, en cuanto tal, es fuente de equivalencia (la correspondencia por parejas por medio de las dos manos al mismo tiempo), pero cuando esta correspondencia se efectúa sólo sobre las planchas no basta en absoluto (como a veces tampoco con los vasos desiguales *A* y *B)*, y las dos terceras partes de los sujetos permanecen insensibles (§ 6 y 7), a pesar del trayecto desde los *A A'* a los tubos *At A't* y de allí a las planchas. Lo que es nuevo, en este último tercio de los sujetos, es que además de las correspondencias bimanuales interviene la consideración de los trayectos, en tanto que los elementos que llegan a *a* y a *b* se conciben al mismo tiempo como provenientes de una fuente en la que estaban en situación de igualdad. Por el contrario, los sujetos de los dos primeros grupos no conectan estos estados de llegada con los estados de partida o, cuando comienzan a hacerlo, lo hacen en el mal sentido, poniendo en duda las igualdades del principio. Ahora bien, relacionar las llegadas con los estados iniciales, en el sentido del desplazamiento, es comprender que una adjunción en la llegada sólo puede ser el resultado de una pérdida en el origen, y esta solidaridad necesaria es lo que asegura la «conmutabilidad». El hecho de que tal solidaridad entre elementos positivos (llegadas) y negativos (salidas) se refiera a parejas ya en correspondencia por supuesto la refuerza [4] y explica su carácter precoz en oposición a las conexiones entre elementos simples (desplazamiento de cada elemento individual en las pruebas ordinarias o en la de las ranuras),

[4] Y esto en particular porque esa correspondencia iterativa por parejas entraña, acentuándola iterativamente, una centración en las salidas al mismo tiempo que en la fuente de las igualdades iniciales.

pero, hay que repetirlo, esta correspondencia por parejas debida a acciones con dos manos no bastaría por sí sola en el caso de las planchas sin la consideración de los trayectos *A A'*, *At A't* y *ab*, incluso si estos trayectos son de parejas y no de individuos aislados.

En una palabra, ni la correspondencia iterativa ni la materialización de los trayectos logran, por separado, favorecer la conservación por conmutabilidad, pero su reunión lo consigue porque cada uno de estos dos factores obliga, a su manera, a centrar la atención en las salidas de las bolas y no sólo en las llegadas. En este sentido los resultados de este experimento constituyen no la verificación, pero sí un índice favorable, entre otros, en apoyo de la hipótesis recordada al comienzo de esta sección.

12. CONTRADICCION Y CONSERVACIONES ESPACIALES O CINEMATICAS

Con M. Labarthe (Sección I)
Ch. Gilliéron (Sección II)
y A. Blanchet (Sección III)

SECCIÓN I.—SITUACIONES DE CONFLICTO EN LA EVALUACIÓN DE LAS LONGITUDES

Con M. Labarthe

Continuando estas breves notas acerca de las conservaciones, no es inútil señalar que las reacciones bien conocidas relativas a los rebasamientos espaciales aportan un nuevo ejemplo de la generalidad de las actitudes cognitivas iniciales que se centra en los aspectos positivos de las acciones o de las propiedades objetivas y descuidan sus aspectos negativos; de ahí los desequilibrios y las contradicciones por falta de compensaciones. La prueba, tantas veces utilizada, de la conservación de las longitudes de dos varillas, que están superpuestas al principio, y en las que luego se desplaza una paralelamente a la otra, es típica a este respecto, puesto que los sujetos jóvenes no piensan más que en el avance de la varilla sin ocuparse del hecho de que su extremidad posterior deja un vacío y hay, pues, un desnivel en relación con la otra varilla. En el caso de las barras metálicas empujadas por golpes ligeros, veremos en el capítulo 14 que hasta los 7 años se considera que la parte anterior se desplaza más que la posterior, etc. Nos ha parecido, pues, útil volver a examinar el problema de los rebasamientos imponiendo incluso, a través de la propia consigna, un desnivel al comienzo de los trayectos [1]: a partir de dos

[1] Véase en *L'image mentale chez l'enfant* el § 6 del capítulo 8.

casas *A* y *B* (*B* está un poco más allá que *A* con un ángulo de 45°) se pide al sujeto que haga recorrer a dos personajes (peones) «dos caminos igual de largos», desplazando los peones sin más o con mediciones por medio de varillas alineadas (según una misma unidad o con elección posible entre dos o tres conjuntos de unidades diferentes). Además, en ciertos casos colocamos dos muñequitas al final de los trayectos y una tercera fuera, preguntando cómo consideran estos observadores las longitudes que intervienen, según estos diferentes puntos de vista.

§ 1. NIVEL IA.—El primer resultado sorprendente es que, de 14 sujetos de 5 y 6 años, solamente uno llega espontáneamente a prever, respecto a los puntos de llegada *A'* y *B'* de los trayectos, un desnivel correspondiente al de los puntos de partida *A* y *B*. Otros tres sujetos lo consiguieron, pero más tarde y bajo la presión de las varillas (porque, si los dos caminos tienen un mismo número de unidades, cosa que les parece, además, normal, el desnivel en *A' B'* se deduce naturalmente). Para todos los demás sujetos, los «caminos igual de largos» son los que terminan en el mismo punto de llegada, y cuando sienten la dificultad concluyen que «hay que poner la casa (*B*) al lado de la otra», como dice, entre otros, Rod después de los comienzos que presentamos a continuación:

ROD (5;4) hace llegar los dos peones al mismo punto y dice que es un camino igual de largo. «¿Y si vuelven a casa, tienen el mismo...? — *No.* — ¿Quién hará más? — *El (A).* — ¿Por qué? — *Su casa está más lejos.*» Puesto que, a la vuelta, son las casas *A* y *B* las que constituyen el punto de llegada, la respuesta es lógica, al margen de la contradicción de la desigualdad de la vuelta y de la ida que no extraña al sujeto. «¿Y así? (trayectos exactos con desnivel final)? — *No, es éste* (rebasamiento) *el que hace más.*» Pero a la vuelta, inversión. Varillas: Rod pone 3 unidades a partir de *B* y 3 partiendo algunos centímetros delante de *A:* así, los dos caminos terminan en el mismo punto.

KOL (5;6). Experiencia de conservación con observadores en los dos extremos: «*Esta es más larga* (desnivel después de congruencia) *porque rebasa.* — ¿Y en cuanto a esta muñeca (obser-

vadora en el otro extremo)? — *Entonces, es la otra la que es más larga.* — ¿Quién tiene razón? — *No están de acuerdo, no se las puede poner de acuerdo.*» Caminos y casas: no hay desnivel final, a pesar de las 7 unidades para un camino y 9 para el otro. Como las muñecas observadoras no están de nuevo de acuerdo, Kol quita 2 unidades a cada camino para alcanzar la igualdad numérica: de ahí 7 y 5, luego 5 y 3: «*Estos dos caminos no tienen 5, pero, a pesar de todo, es igual.*»

Nic (5;4) comienza por caminos oblicuos más o menos iguales y que terminan en el mismo punto. Se propone la solución del desnivel final: la rechaza porque uno es más largo, y alinea los puntos de llegada. Con 3 y 3 varillas el camino *B* rebasa en *B'*: quita la tercera unidad, pero acepta 4 varillas en línea recta para *A* y con ángulo para *B*, por ello coincidencia de los puntos de llegada. Con 4 varillas de una unidad mayor para *A* que otras 4 para *B*, admite dos caminos paralelos que terminan en el mismo punto: «*Sí, hacen un camino igual de largo.*»

Mic (6;11). La misma ausencia de desnivel final. Le hacemos el camino de *A* con 3 varillas pidiendo un camino igual de largo para *B*: pone una varilla de *B* en *A* (inclinada) y luego 3 paralelas a las primeras de *A* a *A'*. «¿Y así? (solución exacta con desnivel final). — *¡No, no, no!, no es el mismo trayecto. (B) es más grande. ¡Usted ha vuelto a añadir una varilla!* (son 3 y 3).» ¡Acaba por poner las varillas de *B* parcialmente juntas para no rebasar *A'*!

Rud (6;6). Las mismas reacciones. En cuanto a la solución exacta con 5 varillas: «*Esto hace 5 y 5, pero el camino de (B) es el más largo* (rebasamiento).»

Volvemos a encontrar todavía soluciones de este tipo en 6 sujetos de los 17 de 7-8 años. En este grupo de 7-8 años se encuentran igualmente 4 sujetos que llegan al desnivel final gracias a la equivalencia del número de varillas (de la misma unidad). En cuanto a las respuestas intermedias o exactas volveremos a ello en el parágrafo 2.

El problema es ante todo comprender las reacciones precedentes. Ahora bien, por muy conocida que sea la evaluación ordinal de las longitudes según el punto de llegada (de ahí más largo = llega más lejos) descuidando los puntos de partida, los presentes resultados plantean un doble problema, en principio porque el desnivel impuesto de los

puntos de partida está claramente señalado (todos los sujetos de 5-6 años querrían incluso suprimirlo), y después porque perceptivamente y, además, numéricamente (varillas) el sujeto siente perfectamente y lo reconoce por momentos, que sus caminos son desiguales. Además, cuando colocamos observadores ficticios, los sujetos (véase Kol) aceptan, sin coordinarlos, la diversidad posible de los puntos de vista. Hay, pues, en este caso concreto, que encontrar una explicación que dé cuenta de esta centración tan pregnante en el orden de los puntos de llegada.

Nos hemos contentado hasta aquí con dos interpretaciones que no son falsas, pero que siguen siendo parciales, puesto que están basadas simplemente en una especie de descuido por parte del sujeto en cuanto al orden de los puntos de partida: en el campo de las representaciones imaginadas, este descuido se deberá a la constante preocupación por las fronteras finales (en la medida en que la imagen se elabora en una cierta analogía con el dibujo). El estudio de las funciones nos ha proporcionado una visión más general, según la cual la función, como los esquemas de acción de los cuales procede, está centrada en un punto de aplicación y depende de la dirección o del punto de llegada de la acción. Pero, si partimos de ahí, parece que hace falta añadir, tras los análisis de la primera parte, que un avance y sobre todo un rebasamiento en el sentido de la llegada son cantidades positivas, puesto que se trata del rebasamiento en vías de ejecución, mientras que los puntos de partida constituyen los puntos de los cuales se aleja el movimiento, y un desnivel entre ellos no expresa entonces más que un tipo de vacío o de cantidad negativa cuya significación no es comparable a la de los rebasamientos en la llegada.

Dicho de otra manera, la coordinación de los puntos de partida y de llegada presenta una dificultad sistemática porque no es posible más que en términos de distancia (o intervalos), es decir, de relaciones simétricas $(XY = YX)$ y de resultado acabado de la operación de desplazamiento. Por el contrario, estos sujetos piensan en términos de movimientos en vías de ejecución, orientados hacia un objetivo y alejándose de las posiciones iniciales cuyas relaciones con este objetivo se modifican a lo largo del camino, puesto

que se trata de alejamientos progresivos. De ahí dos consecuencias sorprendentes. Las primeras son las dificultades de cuantificación que recuerdan a las de las relaciones entre lo lleno y lo vacío (capítulo 12): unas veces se dice que la casa *A* está «más lejos» del objetivo y *B* «más avanzada» (Gro 6;10) o «más cerca» (Gue 7;1, etc.), otras veces, por el contrario, *B* está «más lejos» y *A* «más cerca» (Gir 6;10, etc.), pensando en el trayecto ya recorrido. Pero las dos significaciones no son complementarias, de ahí las contradicciones como la de Gue, que no acepta la solución acertada con desnivel en la llegada por estas dos razones: el peón de «*B* va más lejos que el otro» y «porque su casa está más cerca del final del camino» (lo que no es exacto si no hay «final» común a *A'* y *B')*. La segunda consecuencia notable es que en la mayoría de los casos (excepto, y no siempre, en el caso de la intervención de las varillas) los caminos que llevan de *A* y de *B* a un objetivo común se consideran iguales en cuanto a la ida, pero ya no en cuanto a la vuelta, puesto que entonces *A* está más lejos que *B*. En una palabra, no hay complementariedad, en un nivel inicial, entre las dos distancias que corresponden, en un mismo trayecto, a las acciones de «alejarse del punto de partida» y «aproximarse al punto de llegada», puesto que una es positiva y la otra negativa (en el sentido del inverso lógico) y no suponen una medida común. De ello resulta que no podría haber compensaciones entre los desniveles de partida y los que se sugieren a la llegada, porque, siendo unos positivos y los otros negativos, le parece entonces al sujeto que hay una desigualdad entre los caminos (siendo el que rebasa al otro, naturalmente, más largo) y de ahí la tendencia sistemática a igualar los puntos de llegada.

§ 2. Los NIVELES IB Y IIA.—Las reacciones intermedias de conciliación consisten entonces en exigir un mismo punto de llegada para evitar todo rebasamiento terminal, pero haciendo dar un rodeo al peón que parte de *B*, cuyo camino en línea recta parecería más corto.

DUB (5;4) hace dar a *B* «una vueltecita» en forma de S. En líneas rectas hace partir al peón de *A* a la altura de *B*, y luego

de *A* y reconoce que los caminos son desiguales, de ahí una nueva vuelta de *B* antes de alcanzar el objetivo común. Con las varillas, da 3 y 3, lo que supone los dos desniveles exactos: «¿Es el mismo camino? — *Sí, porque si las casas estuvieran una al lado de otra, sería igual.*»

ERI (6;1) hace con varillas pequeñas dos caminos rectos desiguales respecto al punto de llegada común: «*No es el mismo camino... hay que empujar aquí* (desnivel final), *pero, a pesar de todo, no es lo mismo.* (Le hace dar un rodeo a *B.*) *Así hacen el mismo camino* (punto de llegada común). — ¿Y si se hace recto el camino de *B?* — (Toma 6 y 6 varillas; de ahí un desnivel final.) *No hacen un camino igual de largo. Pero hay 6 y 6.*»

KOF (7;8) comienza con 2 caminos rectos que llegan a la misma línea con 12 y 7 unidades, y reconoce la desigualdad. Con el desnivel terminal Kof ya no está satisfecho y traza una línea de llegada vertical, muy a la izquierda de *A*, atribuyendo a los peones de *A* y *B* dos trayectos oblicuos paralelos de los cuales el de *B* es claramente más largo: «*Es un camino igual de largo y todas las muñecas* (las observadoras) *están contentas* (lo que no ocurría en el caso anterior).»

VIA (7;4) asigna una línea de llegada común, pero tras comprobación: «*B llega antes porque está más cerca.*» Intenta entonces trayectos cruzados, llegando a esta misma línea, y como subsiste una desigualdad «*hace dar rodeos a (B) porque (A) tiene un camino más largo*». Los rodeos son cada vez más complicados, pero finalmente con las varillas dice que «*harán falta menos varillas para ir recto que para dar rodeos*» y, sin embargo, «*¡los caminos son de la misma longitud debido a los rodeos!*».

Y ejemplos de respuesta correcta, de entrada:

BRU (7;0). El peón *B* «*tiene la casa más lejos, el camino va más lejos*».

CYR (7;2). Desnivel terminal «*porque si los ponemos juntos* (uno al lado del otro) *son iguales*».

OCE (8;8) mide el desnivel de los puntos de partida y lo lleva a los de llegada: «*Se ve la diferencia entre los muñecos* (llegada) *y entre las casas.*»

Los casos intermedios presentan el interés (en el caso de la técnica utilizada aquí) de que la fuente de sus progresos no se basa en una necesidad de imaginar un rebasamiento terminal en simetría con el desnivel de los puntos de partida: por el contrario, estos sujetos (y hay otros muchos) se basan obstinadamente en una línea de llegada común, y sólo entonces descubren la desigualdad de los trayectos, ya sea por vía simplemente perceptiva, puesto que la percepción engloba el intervalo a distancia, ya sea utilizando varillas que miden igualmente el intervalo. El conflicto entre la exigencia de una línea de llegada común y esta desigualdad de las distancias es entonces superado recurriendo a los rodeos (o en el caso de Kof, mediante una línea vertical y no horizontal). Dicho de otra manera, para estos sujetos, no hay todavía complementariedad necesaria entre «alejarse de los puntos de partida» y «acercarse a los puntos de llegada», ni necesidad de una igualdad, si los caminos están en línea recta, entre los desniveles iniciales y los rebasamientos finales, evitándose éstos en la medida de lo posible: Dub lo consigue gracias a la medición con varillas y comprende finalmente su significación, Eri no lo consigue, a pesar de la identidad de las medidas (6 y 6), y los demás permanecen en los rodeos o en los caminos oblicuos.

Solamente los sujetos del último nivel comprenden la necesidad de estos desniveles finales, en cuanto a los caminos paralelos en líneas rectas, porque desde el principio captan la complementariedad entre «alejarse» de *A* o de *B* y «acercarse» a *A'* o *B'*: si la casa está más lejos, dice así de entrada Bru, el camino va más lejos. Finalmente, hay compensación precisa entre los valores positivos *x* de la marcha hacia el objetivo y los valores negativos *no-x* del alejamiento en relación con la partida, y de ahí $x + (no\text{-}x) =$ constante, lo que permite para un mismo camino la igualación de los trayectos a la ida y a la vuelta, así como la construcción de dos trayectos iguales incluso si los puntos de partida están desnivelados.

SECCIÓN II.—CONSERVACIÓN DE LONGITUDES E ILUSIONES PERCEPTIVAS

Con Ch. Gilliéron

En lo que sigue, nos hemos preguntado en primer lugar en qué se convertirían las ilusiones perceptivas, normalmente fuertes entre los sujetos jóvenes (Müller-Lyer y vertical-horizontal), en el caso en que las rectas que hay que comparar consistan en varillas rígidas que el sujeto haya elegido previamente como iguales antes de que se las inserte en el dispositivo que produce las ilusiones. Pero los sujetos sometidos a estas experiencias han sido examinados, además, en cuanto a la conservación de las longitudes de rectas, primero en congruencia y luego desniveladas, y se ha encontrado a los 4-5 años un número de conservaciones o de cuasi-conservaciones mayor (alrededor del 50 por 100) del que se había observado hasta ahora; de ahí un segundo problema que hay que discutir: el del estatuto de estas cuasi-conservaciones anteriores a la cuantificación operatoria.

Para los dos ilusiones estudiadas, el procedimiento consiste en pedir al sujeto que elija, entre 6 varillas rígidas, dos de ellas (las dos únicas) que sean de igual longitud. Después de lo cual se las sitúa, ya según el dispositivo habitual de la ilusión vertical-horizontal (es decir en ⊥), ya sobre un cartón provisto de dibujos de líneas convergentes y divergentes que producen la ilusión de Müller-Lyer [es decir: ←——→ ≻——≺ *(T)*]. Se pide primero al sujeto que mire bien las varillas y que indique si son de la misma longitud o si una es más larga que otra. Se le induce, pues, a que describa «cómo las ve». Después, pero sólo después, se le pregunta «¿cómo son realmente?», lo que puede suponer (pero naturalmente sin que se le indique por la pregunta planteada) una referencia a la elección de las dos varillas iguales, que el sujeto había hecho previamente.

§ 3. EL ESTADIO I.—El primer resultado notable ha sido que en el estadio I (4-6 años) el 57 por 100 de los sujetos con la ilusión de la vertical y el 72 por 100 con la ilusión de Müller-Lyer han considerado iguales las dos rectas que hay que comparar (solamente el 21 por 100 en el primer caso y todo lo más el 10 por 100 en el segundo las han

«visto» conforme a las deformaciones habituales, mientras que el 21 por 100 y el 18 por 100 han oscilado entre las dos). Hay que precisar que los sujetos, al afirmar la igualdad de las longitudes, no oponían un «saber» a la percepción, sino que pretendían «ver» las líneas así. He aquí dos ejemplos, entre otros muchos parecidos:

KOL (5;8). Müller-Lyer: «¿Las dos varillas son igual de largas o no? — *Sí.* — ¿No hay una que es más larga que la otra? — *No.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque lo veo.* — ¿No recorre una más trayecto que la otra? — *No*», porque se ve.

VER (6;6). Vertical-horizontal: «*Las dos son del mismo tamaño.* — ¿Pero cuando se las mira son iguales? — *Sí.*» Müller-Lyer: la misma respuesta. «¿Las ves iguales o solamente lo sabes? ¿Cuando se las mira, no hay una más grande y una pequeña? — *Las veo las dos iguales.* — ¿Cómo has hecho? — *He visto que eran las dos del mismo tamaño.* — ¿Cuándo? ¿Cuando las has elegido o ahora al mirarlas? — *Antes y ahora.*»

Aunque se trata de ilusiones muy tenaces y estudiadas a menudo a estas edades, hemos tenido interés en verificar en un control que aparecían cuando el sujeto no había escogido previamente por sí mismo las varillas de longitudes iguales. Ahora bien, esto es lo que ocurre. La única interpretación que parece entonces que subsiste es que estos sujetos se niegan a admitir una distinción posible entre la percepción, fuente de posibles errores subjetivos, y el saber conceptual o representativo, en cuanto basado en comprobaciones anteriores y sobre todo en elecciones activas previas: de ahí entonces una forma de «represión» («refoulement») de los observables, análoga a tantas otras que hemos señalado cuando hay conflicto entre el dato perceptivo actual y las ideas preconcebidas.

En cuanto a saber por qué ese saber nocional, que en el estadio I domina sobre la percepción, no es deformado en sí mismo en la posición en ⊥ o en sucesión lineal, como ocurre a menudo en el caso de las varillas desniveladas (⚌), lo que ocurre es que en esta última situación interviene un factor de rebasamiento, que es fundamental en la evaluación ordinal de las longitudes (por oposición a las

evaluaciones métricas basadas en el intervalo entre las extremidades), mientras que nada de esto interviene en las configuraciones en ⊥ o en — —. Es, pues, normal que en estos últimos casos el sujeto se refiera sin conflicto a sus elecciones y comprobaciones anteriores, mientras que en el caso del rebasamiento se encuentra ante un nuevo problema, e igualmente de naturaleza nocional.

Para terminar este examen del estadio I damos todavía dos ejemplos de los pocos casos en los que el sujeto, aunque ha elegido previamente dos varillas iguales, acepta considerarlas desiguales en la situación vertical-horizontal o de Müller-Lyer. Pero en este caso las considera naturalmente modificadas en realidad y no hace distinción entre magnitudes objetivas y magnitudes aparentes o perceptivas:

WIN (4;5) escoge las dos varillas roja y marrón como si fueran iguales, cosa que es exacta. Se pone la roja en vertical *(V)* y la oscura en horizontal *(H)*: «*La roja es demasiado grande* (para que conserve la igualdad). — ¿Por qué? — *Es más larga.* — ¿Si una hormiga anduviera sobre las dos? — *La roja está* (= llega) *más lejos, la marrón es más corta.* — ¿Pero las hormigas? — (Sobre) *la roja ha hecho más, es mayor.* — ¿Y así? (se cambia la roja que se convierte en *H* y la marrón que se convierte en *V*). — *Pues sería ésta* (oscura = *V*) *la que haría más* (camino). — ¿Pero al principio? — *Cogí dos de la misma longitud.* — ¿Entonces ahora? — *Esta es mayor.*» Pero no encuentra ninguna explicación, sino que quizás se haya equivocado al principio.

PAT (5;11). Las mismas reacciones con *V* y *H*. «¿Por qué habías elegido estas dos varillas? — *Porque era la misma longitud.* — ¿Y ahora? — *Es más largo (V).* — ¿Cómo puede ser? — ... — ¿Está bien? — ... — (Se cambia.) — *Esta* (roja = *V*) *es más larga.* — ¿Antes era la marrón y ahora la roja? — *Sí.* — ¿Cómo puede ser? — ...» Müller-Lyer: «*Una es mayor.* — ¿Por qué? — *Porque hay un espacio mayor*», lo que supone un alargamiento de la varilla.

No hay, por tanto, conservación de la longitud, bajo el efecto de la deformación perceptiva. Pero ésta, como hemos visto en el capítulo 7 sobre las reflexiones en espejo y las refracciones, se considera una modificación real de los caracteres del objeto, en este caso de la longitud de las varillas. Esta longitud objetiva (evaluada entre otras cosas mediante

el camino que recorrería una hormiga) es considerada o bien constante, negando entonces la «represión» de lo observable perceptivo, como hacen Kol, Ver y la gran mayoría de los sujetos, o bien variable, como ocurre con Win y Pat, pero sin explicación (lo contrario a lo que vimos acerca de la reflexión o de la refracción).

§ 4. EL ESTADIO II.—En cuanto a los estadios posteriores, es en el nivel IIA de 7-8 años (a menudo después de una breve fase intermedia) cuando se impone la distinción entre las apariencias perceptivas (que no significa todavía subjetivas) y el «saber» después de las mediciones, etc.:

CRI (7;9). Vertical-horizontal: «*Se podría decir que ésta (H) es más pequeña que ésta (V).* — ¿Tú qué piensas? — *Pienso que es el mismo tamaño porque antes lo he medido.* — ¿Y así? (se cambian las dos varillas: *H* se convierte en *V* y recíprocamente). — *Pues ahora es lo contrario: es ésta (V* convertida en *H) la que parece más pequeña que la otra.* — ¿Pero es cierto? — *No.*» Müller-Lyer: la misma reacción, cuando se mira: «*Esta es más pequeña que ésa..., es curioso porque son* (en realidad) *las dos del mismo tamaño.*»

PIL (7;6): «*Se diría que hay una más larga que otra, pero son iguales.* — ¿Cómo lo explicas? — *No sé.*»

SOS (8;6): «*Esa (V) es más larga que la otra, pero si las ponemos así* (paralelas) *¡son iguales!... Son trucos de magia: se diría que ésa es más larga que ésta.*» Müller-Lyer: al principio se imagina que ha elegido mal las varillas iguales, y luego, después del control: «*Es la misma longitud.* — ¿Y cuando se las mira? — *¡Ah, no!*»

BUC (8;7). Horizontal-vertical: «*No es igual* (controla la igualdad objetiva que había establecido)» y luego: «*No son iguales: V es mayor. Pero si ponemos la H en lugar de la V es la H la que es mayor; entonces son iguales.*» Por lo tanto

$$(V > H) + (H > V) = (V = H).$$

FLU (8;7): «*Se diría que V es la más larga.* — ¿Realmente lo es o lo parece? — *Son iguales, lo único es que están colocadas de distinta manera... no, sí que lo es* (más larga). — ¿Y si una hor-

miga siguiera estos dos caminos habría uno más largo? — *Sí, es ése..., pero no es así porque habíamos puesto dos varillas que eran de la misma longitud»*, es decir, también lo son objetivamente.

Finalmente parece que hacia los 9-10 años (nivel IIB) la deformación es considerada como perceptiva en el sentido de subjetiva:

LAV (9;6): «*Se diría que V es más larga, pero no lo es: es porque ésta se mira desde arriba y ésa la veo recta* (= horizontal).» Müller-Lyer: «*Una parece más grande... porque estas flechas van para el mismo lado* (líneas convergentes) *y allí van más lejos* (divergentes).»

SAN (10;6). *HV:* «*Sólo lo parece porque V está recto* (vertical) *y cuando está inclinada da la impresión de que es más pequeña, pero si está así (V) se hace más grande.*»

GUN (10;2): «*Esta parece más grande, porque miramos con los ojos*», mientras que la medición nos saca del error. «¿Y de otra manera? — *Se podría intentar con los dedos.*»

Una investigación paralela sobre la ilusión de Hering (efectos angulares) dio los mismos resultados.

§ 5. DISCUSIÓN.—Estos conflictos entre los observables perceptivos y el saber de naturaleza nocional e inferencial tienen un cierto interés teórico porque no se reducen en absoluto a la antítesis banal entre los errores o ilusiones características de la percepción como algo subjetivo y la seguridad característica de las comparaciones objetivas mediante congruencia o medición, sino que se deben a las transformaciones fundamentales de los propios actos de afirmar y negar en el curso de su desarrollo y de las equilibraciones que tienden a eliminar las contradicciones ligadas a sus formas elementales (véase la sección I del capítulo 15). En efecto, las reacciones del estadio I (en § 1) frente a las ilusiones perceptivas (cuando ha habido comprobaciones previas relacionadas con la elección efectuada por el sujeto de pares de equivalencias) son muy parecidas a lo que ob-

servamos a propósito de las deformaciones objetivas que no se reducen en absoluto a la subjetividad perceptiva: las refracciones, las reflexiones en espejo o las curvas mecánicas imprevistas que dependen de las condiciones del dispositivo.

En efecto, en todos estos casos encontramos, como en la presente situación, un estado preoperatorio I en el que la afirmación consiste en una toma de posesión directa de los caracteres intrínsecos y absolutos del objeto sin esa internalización ni esa relativización que más adelante permitirán al sujeto ponerla en relación con los factores posicionales, los puntos de vista, etc., ni con su propia actividad susceptible de aproximaciones o de errores (excepto en todo o nada); es así como las barras de una letra invertida en espejo han «rodado» de un lado a otro (capítulo 7), como la varilla vista en refracción está «torcida» por la fuerza del agua, como el lápiz fijado a la rueda (curvas mecánicas) ha trazado mal el movimiento que «debía seguir», como en lo infraliminal es «imposible que exista una pequeña diferencia sin que se vea (capítulo 1), etc. En el caso de las presentes ilusiones perceptivas, es, pues, natural que el sujeto se vea obligado a elegir entre «ver» las dos varillas como iguales, puesto que «sabe» que lo son (de ahí un simple rechazo de lo observable que extraña) o creer que se han vuelto objetivamente desiguales (cosa que ocurre en una minoría de sujetos), pero sin poder encontrar entonces la causa responsable de esta modificación (de ahí el escaso número de estas reacciones). Entonces ¿en qué se parecen estos diversos comportamientos, si en el caso de las reflexiones, refracciones o curvas mecánicas aberrantes la deformación no se niega, sino que se atribuye a perturbaciones exteriores, mientras que en el caso de las ilusiones perceptivas presentadas como se hace aquí la deformación se niega, en general, y la perturbación se anula mediante el rechazo de lo observable? Ahora bien, hay una característica común a todas estas reacciones iniciales: es la negativa a admitir que los dos estados A (permanencia de la forma o de la magnitud) y A' (deformación óptica o mecánica, o también de naturaleza perceptiva) sean ambos verdaderos a la vez y

relativos a dos referenciales distintos pero compatibles [2]. Por lo tanto, hay afirmación de *A* o de *A'* y no afirmaciones y negaciones combinadas en $A + A' = B$. En una palabra, estas afirmaciones del primer tipo no van acompañadas de negaciones que presentan la forma de clases secundarias: hacer corresponder a la clase *A* con los caracteres *a* y *b* (es decir, incluidos en *B)*, la clase *A'* con caracteres *b* pero *no-a.* La única forma de negación utilizada habitualmente sigue siendo entonces este tipo de negación práctica, y no todavía comprobadora, consistente en apartar o incluso negar las perturbaciones contrarias a las previsiones que se consideran exactas.

El nivel IIA presenta una situación intermedia: reconocimiento de la existencia de dos estados, la magnitud real *A* (varillas iguales) y la aparente *A'* (una «parece más grande», «se diría que», etc.). Pero, por falta de comprensión («no sé», «porque sí», «es curioso», etc., o «quizás se ha metido mal al principio»), no hay todavía subsunción de *A* y *A'* en una clase *B* con sus caracteres comunes y sus subdivisiones, ambos estables: de ahí un desequilibrio y oscilaciones, como en Flu, lo que se traduce en una inestabilidad de la negación «no iguales» que puede deberse tanto al objeto como al sujeto, sin situación decidida.

Con el nivel IIB, la interiorización y la relativización solidarias de las afirmaciones y de las negaciones permite la solución: la clase general *B* se hace estable (las varillas son en realidad iguales) y las dos subclases *A* y *A'* también, puesto que son relativas a las posiciones y a las «impresiones» subjetivas debidas a la mirada; en situación de congruencia las varillas siguen siendo iguales *(A)*, pero en posición *V* y *H* o con las líneas convergentes o divergentes parecen diferentes *(A')*.

§ 6. La identidad cualitativa.—Esta evolución de las afirmaciones y las negaciones en las dos direcciones soli-

[2] A este respecto los hechos que presentamos aquí son directamente comparables a los del capítulo 1 en el que lo infraliminal objetivo se desecha en favor de lo macroscópico subjetivo, mientras que en este caso lo macroscópico perceptivo se rechaza en favor de las elecciones y comprobaciones anteriores que se consideran las únicas verdaderas.

darias de una interiorización (elaboraciones endógenas) y de una relativización está estrechamente ligada a los progresos de la cuantificación, al principio intensiva (construcción y regulación del «todos» y del «algunos» para las clases secundarias), y luego extensiva («conmutatibilidad», después medidas) características de los niveles operatorios. Uno de los intereses de los presentes resultados es haber confirmado que en las situaciones en que dos varillas primero congruentes y que luego se colocan en desnivel (una de ellas rebasada por la otra) puede encontrarse antes de las conservaciones cuantitativas y operatorias, una especie de cuasi-conservaciones preoperatorias cuya significación tratamos ahora de establecer.

Hemos utilizado dos procedimientos distintos [3] que tienden ambos a asegurar al sujeto que las dos varillas que intervienen son realmente iguales al principio, incluso aunque una rebase a la otra después. Ahora bien, entre los dos dan un 66 por 100 de respuestas cuasi-conservadoras [4] a los 4 años y un 48 por 100 a los 5 años, volviendo las conservaciones a un 60 por 100 a los 6 años y a más de tres cuartos a los 7 años. Parecería, por lo tanto, que tenemos una curva bimodal, pero puesto que el número de respuestas de 4 a 6 años apenas rebasa la cincuentena, no nos atreveríamos a afirmarlo sin reservas. Por el contrario, si consideramos el importante número de casos favorables a los 4 años, junto al hecho de que a esa edad la cuantificación sigue siendo rudi-

---

[3] Uno de estos procedimientos es la técnica habitual que denominaremos *B*: presentamos varias varillas al sujeto pidiéndole que elija dos que sean exactamente iguales. Después las ponemos en posición horizontal (es decir, fronto-paralela) encima de la mesa, manteniendo su congruencia. Después de esto desplazamos una la mitad de su longitud aproximadamente, y preguntamos si son siempre de la misma longitud, cosa que admiten unos y rechazan otros debido al rebasamiento.

El segundo procedimiento, que llamaremos *D* utiliza además dibujos. Hacemos elegir una varilla y dibujar a su lado una raya de la misma longitud, insistiendo en que es necesario hacerlo de forma precisa. Luego movemos la varilla (un desnivel de media varilla aproximadamente) preguntando si es más larga, más corta o de la misma longitud que la raya. Después de esto el experimentador dibuja una raya de la misma longitud al lado de la varilla en su nueva posición pero de distinto color que la raya del niño; hacemos que compare la varilla y esta nueva raya y luego retiramos la varilla y planteamos las mismas preguntas con respecto a las dos rayas (que están desniveladas).

[4] Contabilizando los éxitos con un criterio muy amplio.

mentaria y de que la forma predominante de afirmaciones (recordada en § 5) tiende a reforzar las identidades cualitativas características de los objetos que intervienen, nos vemos naturalmente abocados a pensar que estas cuasi-conservaciones precoces son de distinta naturaleza que las conservaciones operatorias. Pero antes de intentar analizarlas señalemos también que se ha hecho un sondeo entre los mismos sujetos de 4 y 5 años para comparar las dos técnicas empleadas según los dos órdenes de sucesión posibles. Ahora bien, sus resultados son muy parecidos: 50 por 100 de casos favorables en la técnica de los dibujos y 44 por 100 en el procedimiento habitual, lo que parece indicar simplemente que la primera técnica aumenta, por poco que sea, la centración en las igualdades iniciales. Dicho esto veamos algunos ejemplos, indicando con *D* la técnica de los dibujos y con *B* la normal (con varillas en desniveles horizontales):

BOL (4;10). *D:* «Mira tu línea roja y mi línea azul. ¿Qué se puede decir? — *Es la misma línea que aquí.* — ¿Son del mismo tamaño o una es grande y la otra es pequeña? — *Las dos* (señala la varilla y las dos líneas).» *B:* «*No es cierto. No es igual porque esto va más lejos.* — ¿En cuanto al tamaño es igual o hay una grande o una pequeña? — *Esta es grande y ésa también.*»

CEC (4;6). *B:* «*Las dos no son de la misma longitud.* — ¿Cuál es más larga? — *Esta, porque está arriba.* — (Repetición sin desnivel.) — *Son las dos de la misma longitud.* — ¿Y así (desnivel) son igual de largas? — *No, porque hay una arriba y una abajo.*» *D.* Varilla y raya del niño (sin desnivel): «*La raya, la varilla, es la misma longitud.* — (Desnivel.) — *No son de la misma longitud* (el mismo argumento). (Rayas del experimentador y del niño): «¿Son igual de largas? — *Sí, porque una está abajo y otra arriba*» *(D* se cuenta como éxito, pero no *B).*

SYL (4;6). *B:* «*Una que es pequeña y una que es larga, porque hace así* (desnivel). — ¿Cuál es la más larga? — *Las dos igual* (las vuelve a poner como antes, en congruencia). — ¿Y así (se restablece el desnivel)? — *Una que es más larga. Una que está puesta abajo y la otra arriba.* — ¿Igual de largas las dos? — *Sí, porque hemos puesto una así y una así* (señala los dos rebasamientos), *entonces esto es corto y luego largo.* — ¿Igual de larga? — *Sí, porque ésta tendría que estar arriba, y* (= o) *esa abajo: las dos igual.*» *D:* «*Ahora no son igual de grandes, porque ésta está abajo y ésa arriba. Es igual.*»

GER (5;3). *B*, desnivel: «¿Qué piensas? — *No es cierto, tendrían que ser del mismo tamaño.* — ¿Pero una es más grande? — *Las dos del mismo tamaño.*» *D*: «*Son iguales, sólo hay una que es un poco más larga.* — ¿Pero de tamaño? — *Las dos son grandes, son iguales.* — ¿Pero hay una más larga? — *Esta.*»

MIC (5;6). *B*: «*Este más pequeño.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque se ve que está más bajo.* — ¿Los dos son igual de grandes? — *Los dos iguales.* — ¿Cómo lo sabes? — *Porque lo he visto antes.*» *D*: las mismas reacciones.

FIN (5;1). *D*: «*Es más larga, se ha puesto más lejos.*» *B*: «*Las dos son grandes.* — ¿Igual de grandes o no? — *Sí.*»

DAR (5;6). *D*, después de dudar: «¿Las dos igual de grandes? — *No;* (sí) *igual;* (no) *más grande esto, rebasa un poco la raya.*»

VON (6;6). *D*: «¿La misma longitud? — *No, ésta está más baja* (el desnivel es horizontal, pero la de arriba se ha sacado a la derecha). — ¿Y si son caminos? — *Los dos igual, si hago así, éste es más grande y ése más alto. Si pones éste aquí y ése allí* (superposición) *es el mismo tamaño.*»

Así son los casos de cuasi-conservación que representan el 50 por 100, aproximadamente, de los sujetos de 4-6 años por oposición a los que, a pesar de la insistencia y las repeticiones del interrogatorio, admiten y mantienen la desigualdad cuando hay desniveles. Se trata, por lo tanto, de establecer el *status* de estas reacciones parciales en las que las dudas u oscilaciones muestran en gran medida que están relacionadas, según todas las transicciones, con los casos de no conservación (véase, por ejemplo, Dar). Para hacer esto, el problema previo que hay que resolver es, naturalmente, buscar la significación de las nociones utilizadas de «el mismo tamaño», «iguales», etc., en sujetos que no disponen de más medios de cuantificación que los ordinales o perceptivos (pero hemos visto las libertades que se toman con respecto a la percepción).

El caso de Ger es especialmente esclarecedor a este respecto: las varillas tienen «el mismo tamaño ... sólo hay una que es un poco más larga ... las dos son grandes, son igua-

les». Esta respuesta recuerda mucho a las de Xan y Nic (capítulo 2, sección II), a los que, ante un gran rectángulo de 4 × 8 cm., se les pregunta si pueden hacer uno cuyos cuatro lados sean iguales y creen resolver el problema dibujando otro rectángulo parecido al primero, pero muy pequeño: así sus cuatro lados son del mismo tamaño porque «son todos pequeños. — ¿Exactamente igual de pequeños? Sí». En otras palabras, el «mismo tamaño» no es en este caso una equivalencia cuantitativa, sino una identidad cualitativa: «los dos grandes, son iguales»; y el enunciado «el mismo tamaño, pero sólo hay uno que es un poco más largo» no es más contradictorio para el sujeto que las suposiciones normales en un cierto nivel de la evolución del peso cuando dos objetos pueden tener el mismo peso, aunque uno pese un poco más (porque está situado más alto, etcétera). Cuando Bol dice que «ésta es grande y ésa también» o Fin «las dos son grandes», etc., nada indica que haya en ese caso algo más que una identidad cualitativa.

Por otro lado, recordemos que los mismos sujetos de 4-6 años (véase el § 3) dicen ante ilusiones óptico-geométricas muy pregnantes que las rectas que hay que comparar son iguales, porque han afirmado que eran así antes de su deformación perceptiva y porque el tipo de afirmación característico de este nivel consiste en una toma de posesión de los caracteres cualitativos que se consideran permanentes y constitutivos del objeto; ahora bien, una actitud de este tipo conduce a identidades cualitativas más que a cuantificaciones, es decir al empleo de predicados absolutos (grande o pequeño, etc.) mucho más que a relaciones seriables. Estos son entonces los predicados que se utilizan en este nivel por el 50 por 100 de los sujetos, en lugar de cuantificaciones no construidas todavía y esto incluso en presencia de rebasamientos que les conducen, sin embargo, ya en parte (y predominan en el otro 50 por 100 de los sujetos) a una cuantificación ordinal. De una forma más precisa, la identidad cualitativa que interviene en las reacciones precedentes presenta así dos significaciones solidarias: la elección de un predicado que se considera estable para constituir una clase de equivalencia a pesar de las variaciones posibles (las dos varillas son «grandes») y la permanencia de

este predicado en un mismo objeto individual (esta varilla sigue siendo «grande»). La diferencia fundamental entre estas identidades cualitativas y la conservación cuantitativa, así como, lo veremos enseguida, entre las invertibilidades y la reversibilidad, reside en que las primeras expresan esencialmente los caracteres de las acciones globales que el sujeto ejerce sobre el objeto, así como los de los de sus esquemas de asimilación (elegir dos varillas iguales, asimilarlas a una misma clase de equivalencia, ponerlas en posiciones diferentes sin preguntarse si los rebasamientos hacia delante y hacia atrás son iguales, ponerlas en congruencia, etc.), mientras que las segundas (conservación y reversibilidad), al mismo tiempo que también suponen naturalmente acciones del sujeto, se refieren a las partes del objeto (partes desplazadas al modificar la forma o la magnitud de los desniveles en el caso del rebasamiento de una varilla en relación con otra, etc.), lo que implica *ipso facto* cuantificaciones, incluso anteriores a toda medición. Las cuantificaciones ordinales se sitúan entonces a medio camino entre las identidades cualitativas y las cuantificaciones operatorias; de ahí su insuficiencia para asegurar las conservaciones (50 por 100 de los sujetos de 4-6 años en este experimento).

En este caso se comprenden mejor las analogías, así como las diferencias profundas entre los argumentos de cuasi-conservación empleados a veces en este nivel de 4-5 años y los bien conocidos de los sujetos de 8-9 años que llegan a la conservación cuantitativa. La analogía es naturalmente la vuelta a los puntos de partida donde se habían elegido las varillas (o sus dibujos) iguales por congruencia o yuxtaposición lateral: «las dos igual porque lo he visto antes» (Mic). Pero esta vuelta puede tener dos sentidos muy diferentes. En el nivel operatorio, como hemos insistido en muchos capítulos de esta obra, toda acción de transferencia (transferencia de una parte del objeto en caso de cambio de forma o desplazamiento total del objeto, como en el presente caso) se comprende como poseyendo necesaria y solidariamente un aspecto aditivo o positivo en su punto de llegada (adjunción de algo, o aproximación de un objetivo, etc.) y un aspecto sustractivo o negativo en su punto de

partida (pérdida de una parte o alejamiento del punto de origen). Es entonces esta compensación necesaria de afirmaciones y negaciones o de elementos positivos y negativos, la que asegura la «conmutabilidad» o conservación del todo formado por las partes cambiadas y la que explica el hecho de que las conservaciones y compensaciones puedan constituirse antes de cualquier medición. Sin duda, el equilibrio entre adiciones y sustracciones representa la forma más general y más elemental de cuantificación no ordinal. Ahora bien, en el caso de nuestros sujetos más jóvenes la afirmación predomina en todos los terrenos y la negación permanece en ese estado rudimentario de negación práctica o supresión de las perturbaciones. Por ello resulta que los tres argumentos empleados por los sujetos de 4-5 años tienen un sentido muy diferente de los argumentos correspondientes de los estadios operatorios y se reducen los tres a una vuelta al punto de partida más cercano de la invertibilidad que de la reversibilidad operatoria.

Comenzando por las apariencias de compensaciones entre los desniveles (véase, por ejemplo, Syl, Von o Cec al final), está claro que no se trata de una igualdad métrica entre los rebasamientos, que es solidaria de la conservación cuantitativa [5], sino que hay en ese caso, esencialmente, una indicación proporcionada por el sujeto acerca de lo que hay que avanzar o retroceder para anular el desnivel y volver a encontrar la congruencia inicial; dicho de otra manera, nos encontramos no ante una compensación cuantitativa, sino ante una compensación práctica en el sentido de retroacciones [«feedbacks»] que equivalen a anular las dos causas de perturbaciones en relación con la igualdad inicial.

En cuanto a esa vuelta como tal al punto de partida, no se la puede asimilar tampoco a la reversibilidad operatoria, cuyos operadores directos o inversos son cuantificados o cuantificables. La diferencia consiste en que en este caso hay compensación o anulación $(T \, . \, T^{-1} = 0)$ de forma intrínseca por composición de los elementos aditivos y sustractivos interiores a la acción que desplaza las partes del objeto, mientras que en la invertibilidad de la que proceden estos

[5] Véanse las tablas 141-143 de *L'image mentale chez l'enfant.*

retornos intervienen dos acciones distintas que modifican los objetos desde fuera y no todavía una «adición $\times$ sustracción» invertida en una «sustracción $\times$ adición» (véase el capítulo 11, sección I).

Finalmente es evidente que la identidad (estas varillas son iguales como «las he visto antes», etc.) no se trata todavía de «operaciones idénticas» ($\pm$ 0) de un agrupamiento operatorio, que son aditivas («nada quitado nada añadido»), sino de la identidad cualitativa de la que tantos ejemplos hay en toda esta investigación, comenzando por las reacciones tan notables ante las ilusiones perceptivas.

Concluyendo, estas reacciones de cuasi-conservación, junto a la negativa de aceptar los observables perceptivos, constituyen un ejemplo particularmente rico y complejo de compensaciones insuficientes entre los elementos positivos y negativos de la acción; de ahí la situación permanente, si no de contradicción manifiesta, al menos de equilibrio inestable y, por lo tanto, de desequilibrio virtual en que se encuentran estos sujetos, que utilizan los mismos argumentos alternativamente en favor o en contra de la tesis que defienden: «No es igual de grande ahora, concluye así Syl, porque ésta está abajo y ésa arriba: es igual»; o también Dar: «No (no es el mismo tamaño)... es igual... esto es más grande: rebasa un poco la raya». Y, sin embargo, nos negamos a creer que se pueda hacer decir a estos sujetos lo que se quiera: la verdad es que ya antes de la estructuración lógica u operatoria, la búsqueda del equilibrio no es una palabra vacía, porque las razones del desequilibrio se muestran en estos niveles mucho más profundas de lo que nos podríamos imaginar a primera vista.

SECCIÓN III.—LA CONSERVACIÓN DEL CAUDAL

Con Alex Blanchet

Aunque nuestras investigaciones sobre las conservaciones hayan sido numerosas, hay una que habíamos olvidado y que nos ha recordado F. Halbwachs: la del caudal, cuando

fluye el agua que pasa de un tubo de diámetro más grande a un tubo más estrecho o a la inversa. En este caso, para que la misma cantidad de agua circule durante un mismo tiempo es necesario, y suficiente, que la disminución del diámetro se compense con un incremento de velocidad, si no habría contradicciones, por ejemplo, al admitir un flujo normal, sin perturbación, desde los tubos gruesos a los tubos más delgados. A este respecto, hablaremos de «caudal» más que de «flujo», ya que éste está definido, en general, como relativo a una superficie, mientras que el caudal sólo es la cantidad referida a una unidad de tiempo.

La técnica consiste en adosar un tubo de caucho de longitud *AB* a un grifo *A*, y luego en prolongar este tubo con otros dos tubos grandes sucesivos de vidrio *T*, que llamaremos *T BC*, *T CD*, siendo el punto *C* la unión entre *BC* y *CD*. Nos aseguramos primero de que el sujeto comprende bien el flujo integral del agua de *A* a *D*. Después le proponemos sustituir uno de los *T* por un tubo de vidrio *t* de la misma longitud, pero de diámetro sensiblemente más pequeño, es decir en el orden *T BC* → *t CD* o a veces *t BC* → *T CD* y hacemos que prevea lo que va a ocurrir, sobre todo en cuanto a la velocidad de flujo en *t*. Para hacer que ésta sea más sensible podemos inyectar en *C* pequeñas burbujas de aire por medio de una jeringa, pero los sujetos jóvenes creen a menudo que la velocidad de las burbujas es independiente de la del agua. Pasamos después a las comprobaciones y a la explicación de la velocidad en *t*, sobre todo si el sujeto reconoce que es superior a la de *T*. Preguntamos también sobre las cantidades de agua y, para medir el caudal, pedimos al niño que indique dónde podría llenar un vaso de agua más rápidamente, si en *C* (salida de *T)*, o si en *D* (salida de *t)*. Además, podemos poner en posición inclinada el primero de los dos tubos *(T* o *t)*, haciendo prever si la velocidad será superior en el tubo inclinado o en el horizontal.

En una segunda parte de la experiencia, recordamos al niño la existencia de los *bisses* del Valais [Suiza], canales de riego que llevan el agua a los prados. El *bisse* presentado lleva un conducto inclinado (1-2) seguido de una parte horizontal (2-3) de la misma anchura, pero sensiblemente más profundo, lo que compensa la lentitud claramente visible del agua en este trayecto 2-3. Hacemos las mismas preguntas que anteriormente, y luego, al final de la entrevista, volvemos a los tubos *T* y *t*.

§ 7. El estadio i.—Las reacciones del nivel ia (4-5 años) se caracterizan por un conjunto de intuiciones ciertas o falsas, pero locales y no coordinadas:

SOL (5;2) admite que las burbujas *«van igual de fuertes en todos los lados»*, pero que el agua va más deprisa en la salida de *D*. No hay ninguna conservación del caudal: *«Hay más agua allí (T BC) que aquí (t CD).» «Si pinchamos aquí* (jeringa en *C*) *irá más deprisa allí (T BC,* es decir hacia arriba) *y allí (T CD,* hacia abajo).» Con respecto al *bisse*, el agua va más deprisa en 2-3 *«porque da la vuelta»* (pasa a la posición horizontal).

VAD (5;4): el agua va a la misma velocidad en todas partes, pero no pasa toda de *T BC* a *t CD*: «¿Dónde irá entonces? — *Al grifo* (como si hubiera retrocedido).»

CEC (5;6) admite que el agua en *t CD «va más lentamente porque es más pequeño»*, pero las burbujas avanzan más deprisa. En 1-2 *«está inclinado, va muy deprisa entonces»*, sin preocuparse de lo que le ocurre al agua en 2-3. Igualmente: «¿Hay tanta agua en *t CD* como en *T BC*? — *No, aquí (C) y allí (t CD) se hace cada vez más pequeño.*»

Así vemos que no hay ninguna conservación de la cantidad de agua que pasa de un tubo a otro y que, como es habitual, el sujeto sigue al principio insensible a las contradicciones que se producen por esta situación: por ejemplo, hay menos agua en el tubo pequeño que en el grueso, pero la misma velocidad (Sol y Vad) o menos velocidad porque es más pequeño (Cec), pero sin ningún problema en cuanto a lo que le sucede al excedente que no pasa; etc. Los observables se pueden deformar o negar, así como comprobar correctamente y la velocidad de las burbujas sigue siendo independiente de la del agua (Cec), salvo si, como Sol, se les otorga el poder de acelerar el agua (Sol).

Los sujetos del nivel IB anticipan una conservación de la cantidad de agua y, en general, una disminución de la velocidad del flujo en el tubo delgado, sin ver que en ese caso hay un problema, y luego, al ver los hechos, los aceptan o los deforman según diversos compromisos, poniendo entonces en duda la propia conservación:

MUR (6;8): «¿Si añadimos *T BC* a *AB*? — *Pasa la misma agua.* — ¿Y si ponemos *T CD*? — *Siempre lo mismo y siempre un poco más largo.* — ¿Y *t CD* en lugar de *T CD*? — *Sí, pero pasará más tiempo* (lentamente), *porque t es más fino.* — (Lo ponemos.) — *¡Más deprisa!* — ¿Por qué? — *No sé. El agua que viene del gor-*

do empuja más fuerte, entonces va más deprisa en el pequeño. — ¿Y hay la misma agua? — *Sí, t CD es más largo y fino, pero siempre pasa la misma agua.* — ¿Es más largo (se mide)? — *No, no es más largo, es más fino.* — ¿Entonces? — *¡Es aquí (T BC) donde hay más agua!* — (Ponemos las burbujas.) — *En el gordo, el agua va pasando lentamente. Si es delgado, va más deprisa.*» Sin embargo, pone el vaso que hay que llenar en *C* y no en *D:* «*Aquí (C) va más deprisa.*» *Bisses:* «*En 2-3 hay más agua que pasa. En 1-2 hay menos agua, por lo tanto, es más largo para llenarlo* (pone el vaso en 3).»

DOM (6;10) igualmente prevé la misma cantidad de agua en *T* y *t* y a la misma velocidad: «¿Cómo hará para pasar? — *Se hace más redondeada* (diámetro más pequeño) *porque es más delgado.* — ¿Es más delgado porque es más redondeado? — *Allí (T BC) hay mucha agua y aquí (t CD) poca.* — ¿Entonces? — *No sé.*» El *bisse:* «¿Habrá la misma agua en todas partes? — *No. Allí* (1-2) *irá más deprisa y aquí* (2-3) *más despacio.* — ¿Y para llenar el vaso? — *Allí* (3), *porque hay más agua.* — ¿Pero dices que allí (1-2) va más deprisa, no irá más deprisa en 2? — *No sé.*»

CAT (6;8) pone el vaso en *D:* «*Hay mucha más agua, pero va más despacio. No, hay más agua cuando va deprisa.*» Comprobación: «*Hay mucha más agua* (en *BC*) *cuando es gordo, y va más despacio.*» *Bisse:* «*Hay menos en 1-2. Hay menos agua, pero va más deprisa.*» Al final: «*Va más deprisa con el pequeño y más despacio con el gordo porque hay más agua en el gordo y menos en el pequeño.*»

NIC (6;6). *T BC* y *CD:* «*Hay igual de agua en los dos lados.* — ¿(*T* y *t*)? — *El agua es más pequeña. Es el tubito lo que la hace más pequeña*», pero «*a la misma velocidad*». Comprobación: «*En el gordo va más despacio y en el pequeño más deprisa*», de ahí la previsión en el *bisse* de que en 2-3 «*hay más agua y, por lo tanto, irá más deprisa*».

PAC (6;5), después de comprobar: «*En t hay menos agua que pasa y va a ir más deprisa*», pero a continuación es lo contrario: más deprisa «*porque hay más agua*».

PIE (6;2) prevé que con el tubo estrecho irá más lentamente. Y luego: «*Veo que como es más pequeño irá más deprisa.* — ¿Esta vez solamente o siempre? — *Solamente esta vez.*» El *bisse:* «*En 1-2 va a correr deprisa. Allí (2) se parará un poco y si hay mucho continuará saliendo encima.* — ¿Dónde va más depri-

sa? — *Allí (1-2).* — ¿Dónde hay más agua? — *Aquí (2-3).* — ¿Y para llenar deprisa el vaso? — *Allí (3).* — ¿Por qué? — *Hay más agua que corre a la vez en 3. Hay poca agua allí (1-2), pero deprisa entonces tiene que correr después, entonces es más deprisa en 3.*»

Cada uno de estos sujetos prevé, pues, una conservación del agua al pasar de *T BC* a *T CD*, lo que es fácil, y lo mismo sucede en la mayor parte de los casos con *T* y *t*, suponiendo entonces una disminución de velocidad en *t* sin ver que entonces habría que explicar dónde espera el agua que corre más deprisa en *T*. Cuando se comprueba una velocidad mayor en *t CD*, el sujeto ya no sabe entonces salir del apuro, a falta de coordinación entre la cantidad y la unidad de tiempo, sin poder construir, pues, la noción sintética de «caudal». Mur sale del apuro suponiendo que *t* es más largo, y luego, viendo que no es así, abandona la conservación: «Hay más agua en *T BC*.» Entonces comienzan nuevas contradicciones: más agua «va pasando lentamente», como si se tratara de sólidos para transportar uno a uno. El mismo razonamiento en Cat, aunque oscila entre «más agua = más lentamente» y «más agua = más deprisa» (cf. también Pac). Pie llega a creer que sucede unas veces una cosa y otras veces otra y, en cuanto al *bisse*, sale del apuro pensando que el exceso de agua en 1-2 pasa «por encima» del agua de 2-3.

§ 8. Los estadios II y III.—En el nivel IIA (7-8 años) asistimos a un comienzo de coordinación que no asegura todavía la conservación de la cantidad relativa de agua que ha corrido, pero que tiende a explicar por qué la velocidad aumenta en el tubo estrecho. Esta nueva actitud se manifiesta de dos maneras: en primer lugar por el hecho de que la relación entre la estrechez y la velocidad toma un valor causal («porque»), sin que sea ya un asunto de simple comprobación legal, y después se manifiesta en que el sujeto busca un modelo explicativo en la dirección de una compresión del agua o de una disminución de su volumen:

Ber (7;3) con *T* y *t*: «*El agua pasa más deprisa porque es el tubo pequeño, correrá más deprisa* (en *t CD*) *porque es más*

pequeño.» La razón es que «*el agua se aprieta aquí (t CD) se suelta*». Pero entonces en *BC* «*hay menos agua y allí (CD) hay más*»: el vaso debe ser, pues, colocado en *D* para que se llene más deprisa.

Car (7;5) dice igualmente que «*allí (BC) el agua se hace gorda y allí (t CD) debe hacerse delgada, y, porque es delgada, tiene que ir más deprisa.* — ¿Por qué? — *Si pusiéramos las burbujas, iría muy deprisa (en t CD) y allí menos deprisa. El agua tiene que hacerse delgada*». En lo que respecta a la cantidad de agua, Car piensa que unas veces «*hay más en el gordo*» y otras más en *CD*, de ahí el poner el vaso en *D*.

Ryk (japonesa de 7;8). Las mismas reacciones: «*El agua se hará pequeña*» en *t* e «*irá muy deprisa*».

Yor (8;5): «*El agua será delgada y puede pasar mejor*»; «*va más deprisa o más lentamente cuando se cambia de volumen*».

Lyo (8;7): «*Irá más deprisa* (en *t*), *hay menos agua a la vez*», lo que es casi una definición del caudal, «*porque el agujero* (diámetro) *es más pequeño que el del gordo*». Pero el vaso se debe poner en *C* «*porque hay más agua que saldrá a la vez*».

Luc (8;10) prevé que en *t CD* «*irá un poco más deprisa y aquí (T BC) menos deprisa. El primero es más gordo, el segundo más pequeño, eso aplasta al agua y el agua del primero empuja al agua en el segundo tubo*». Pero el vaso debe ponerse en *C* «*porque el primero (T BC) es más grande y es menos largo para llenar. Este (t CD) es más pequeño y hace falta más tiempo para llenar*».

Hay, pues, desde ahora, un enlace causal entre la estrechez de *t* que «aprieta» el agua, la adelgaza o la «aplasta» de tal forma que «puede pasar mejor» y corre entonces más deprisa. Pero aunque su velocidad sea puesta así en relación con «su volumen» (Yor) o con el diámetro (el «agujero» de Lyo) no hay todavía compensación ni, por tanto, conservación del caudal, de ahí las desigualdades de tiempo previstas para llenar el vaso en *C* o en *D*. Con el nivel IIB la coordinación apuntada en IIA se afirma más todavía, pero sin conducir aún a la conservación:

RAL (9;2) precisa al principio que «*es la misma cantidad de agua la que pasa*» y luego, en cuanto a *T* y *t*, «*es más delgado y el agua pasa más deprisa*», de tal manera que al principio pone el vaso que hay que llenar en *D*, y luego cambia de idea y lo vuelve a poner a pesar de todo en *C* «*porque es más gordo*».

ARI (10;11) llega finalmente a la solución, pero después de tanteos. Comienza por pensar que en *t* «*el agua ya no podrá pasar tanto... en C bloquea*», pero «*no comprendiendo*» entonces dónde puede acumularse el agua que sobra, concluye que «*hay la misma cantidad de agua, pero allí (T) va más lentamente y allí (t) más deprisa.* — ¿Dónde poner entonces el vaso? — *Es igual. Aquí* (final de *t) hay más velocidad y menos agua y allí* (final de *T) hay menos velocidad y más agua* (a la vez)».

En el estadio III finalmente las velocidades son previstas desde el comienzo y se alcanza la coordinación:

LEA (10;9): «*En (t CD) irá más deprisa que en (T BC) porque hay menos sitio y la misma cantidad de agua, entonces se dará prisa para salir.* — ¿Hay que poner el vaso aquí *(C)* o allí *(D)*? — *Si no se cambia el volumen de agua, viene a ser lo mismo.* — ¿Pero aquí *(C* al final de *T)* es más gordo? — *No, porque no hay más agua.*»

CLA (11;3). *T* y *t*: «*Viene a ser lo mismo. Aquí (t) hay un volumen pequeño; en T debe ocupar un lugar grande y va más lentamente...* — ¿Y en cuanto al vaso? — *Será lo mismo: allí hay mucha agua, pero va menos deprisa, y aquí hay menos agua y va más deprisa.*»

DEN (12;3): «*En t irá un poco más deprisa porque es más pequeño. Hace falta un mismo caudal de agua para un diámetro pequeño.* — ¿Y el vaso? — *Es igual* (en *C* y *D*): *si hay el mismo caudal es lo mismo.*» Elección entre *t* y *T*: «*Si los ponemos juntos, hay la misma agua que pasa.* — ¿Y uno inclinado? — *Irá mejor, no, creo que es igual: finalmente, es igual.*»

Desde el nivel IIB percibimos en los sujetos la búsqueda manifiesta de un invariante; de ahí, en algunos, un retroceso aparente, haciéndoles creer, a pesar de los observables, en una velocidad uniforme, pero en cuanto sucedáneo del caudal. En otros, como Ral y Ari, es la cantidad de agua lo

que hay que poner entonces en relación con la velocidad en función inversa del diámetro. De ahí las anticipaciones y explicaciones correctas del estadio III, y el índice de la comprensión de las compensaciones que intervienen lo proporciona el emplazamiento elegido para llenar el vaso, del cual Den dice explícitamente que «si hay el mismo caudal, es lo mismo» ponerlo en *C* o en *D*. Hay que destacar que estos sujetos evitan finalmente (pero no siempre inmediatamente) la trampa de los tubos inclinados, renunciando a tratar el agua de los tubos como las esferas que descienden por una pendiente, puesto que la velocidad en *T* depende del caudal en *t*.

§ 9. CONCLUSIÓN.—Las cinco etapas que acabamos de describir sumariamente nos ponen en presencia de una conservación de naturaleza cinemática y ya no simplemente relativa a cantidades estáticas. El problema es entonces establecer si volvemos a encontrar un mecanismo de compensación entre las adiciones y sustracciones o entre elementos positivos y negativos análogo a aquel cuya intervención hemos puesto en las otras situaciones. Ahora bien, esto es lo que sucede, pero con la diferencia de que en general se presentan los tubos desiguales en el orden $T \rightarrow t$ y no $t \rightarrow T$, de tal forma que los sujetos jóvenes esperan que en *t* haya menos agua y una velocidad igual o disminuida en relación con *T:* de ello resulta una centración en la sustracción, los elementos negativos y el final del trayecto, mientras que en las modificaciones de una bolita de plastilina en salchicha o en el trasvase de líquidos la centración se realiza en el aumento aparente a expensas de la sustracción previa. Pero entonces es tanto más sorprendente observar que esta disminución, de alguna manera impuesta, de cantidad de agua y velocidad de fluido no se pone en relación con los elementos positivos anteriores, es decir, no constituye un problema, mientras que éste nos parece evidente (y lo llega a ser en el nivel IIB): ¿dónde pasa, en efecto, el agua que sigue sobrando en el punto *C* entre el tubo *T* y el más estrecho *t?* En el nivel IA, el sujeto invoca una forma de retroceso, como si las burbujas actuaran hacia arriba (Sol) o como si el agua volviera a subir hacia el grifo (Vad), pero

esto sólo cuando se le plantea la pregunta. En IB esto ya no es planteado por el sujeto. En el nivel IIA, al reconocer este último que el agua va más deprisa en *t*, no capta todavía que esta aceleración asegura la conservación de la cantidad y supone entonces una forma de compresión del líquido (que «se aprieta», etc.), hipótesis de la cual se libera por el contrario en las pruebas de transvase. Sólo es en el nivel IIB cuando el problema se toma en serio: en *C* (final del tubo *T)* «se bloquea» a causa de la estrechez de *t*, dice Ari, que añade entonces «no entiendo»: de ahí su descubrimiento posterior de la constancia del caudal.

En una palabra, el sujeto que, desde el estadio I, espera una conservación de la cantidad de agua y de las velocidades al pasar de *T* a *t*, pero que cree después en una disminución de las dos, cuando comprueba el diámetro pequeño de *t* no pone en relación esta sustracción con las cantidades anteriores (en *T);* no se pregunta cómo es posible ni lo que significa. Es entonces esta falta de coordinación o de compensación entre la sustracción y los valores positivos previos lo que entraña la no conservación y las múltiples contradicciones del estadio I. La conservación está, por el contrario, en vías de constitución desde que el sujeto pone en relación causal esta disminución del diámetro de *r* con un aumento de la velocidad considerada como su resultado necesario, puesto que el agua debe pasar perfectamente sin ser «bloqueada» (como dice Ari) a la entrada de *t*. Pero esta constitución se ve retrasada al principio por la hipótesis demasiado *ad hoc* de una compresión del agua (nivel IIA), y la conservación sólo está asegurada con la compensación exacta de la reducción del diámetro y del aumento de la velocidad, dicho de otra manera, cuando el exceso aparente de agua en *T* corre a *t* durante el mismo tiempo: esta igualdad de las duraciones de paso del agua, condición necesaria de la conservación del caudal, se verifica, en efecto, por el llenado equivalente del vaso de agua en *C* o en *D* o poniendo uno junto a otro de los tubos *T* y *t* como propone Den. En resumen, es, una vez más, la compensación precisa de las adiciones y sustracciones la que produce la conservación, en la medida en que el paso de todo el líquido (y no solamente de una parte) de *T* a *t* es concebido como un desplazamiento

general y sin bloqueo, acompañándose entonces necesariamente de «conmutabilidad». En efecto, no podemos decir que la compensación entre la estrechez del tubo *t* y la velocidad del agua que lo recorre es simplemente una composición cuantitativa, de dos variables que se neutralizan, puesto que no hay medición ni de una ni de otra (como tampoco entre la longitud y la anchura en el caso de las modificaciones de la forma de una bola, etc.): la compensación sólo llega a establecerse a partir del momento en que el sujeto comprende que toda el agua de *T* debe entrar en *t*, puesto que el agua de *CD* ha salido de *BC* e incluso de *AB*, y es esta relación cinemática entre los puntos de partida y de llegada del flujo con igualación entre las cantidades que abandonan *A* y las que terminan en *D*, lo que garantiza simultáneamente la compensación local de los diámetros y velocidades y la conservación del caudal. En esto es en lo que esta conservación cinemática es comparable a lo que nos han mostrado los múltiples hechos relativos a la conservación de las longitudes.

13. LO LLENO Y LO VACIO

Con Androula Henriques-Christophides

Conocemos las bromas a las que da lugar la tautología de que un vaso medio lleno es igual a un vaso medio vacío. Pero podemos preguntarnos si esta igualdad resulta evidente en todas las edades, y por qué sí o no. Podemos también investigar si es cierto o no que enunciados tales como «casi lleno» y «casi vacío», etc., aplicados a un mismo vaso parecen contradictorios en todas las edades. Pero una investigación semejante, ¿no corre el riesgo de ofrecer sólo un interés sobre todo semántico? Creemos que no por la razón siguiente. Una de las hipótesis centrales de esta obra es que los desequilibrios funcionales de los niveles inferiores del desarrollo cognitivo dependen de un predominio de los valores positivos sobre los negativos, es decir, de las afirmaciones sobre las negaciones, y de ahí una falta de compensaciones que constituye el equivalente funcional de las contradicciones, incluso si éstas no son sentidas como tales por el sujeto. Pero como hemos visto, la primacía de las afirmaciones depende de numerosas razones, la principal de las cuales es, quizás, que las propiedades positivas de los objetos corresponden a observables directamente perceptibles, mientras que las negaciones se refieren a afirmaciones previas y no se establecen, por lo general, más que por vía más o menos inferencial.

Ahora bien, lo lleno y lo vacío representan precisamente los caracteres positivos y negativos habituales de objetos familiares como los vasos o las botellas, y si lo vacío se refiere, como corresponde a un carácter negativo, al agua o al vino que hubiera podido haber, sin embargo constituye el estado más frecuente de un vaso y ha recibido un nombre

particular que evoca su representación (al contrario que las negaciones como no rojo, no cuadrado, etc.). De tal forma que su comprobación, incluso si está subordinada al estado positivo, parece tan fácil como la de lo lleno. El problema que nos planteamos, y que es instructivo desde el punto de vista de la contradicción, concebida como una compensación incompleta, es establecer si se volverá a encontrar, incluso entre lo lleno y lo vacío, una falta de simetría, como si lo primero constituyera una noción más fuerte o más pregnante que lo segundo.

TÉCNICA.—La primera parte de la entrevista consiste en precisar no solamente el vocabulario del sujeto, cosa que es indispensable, sino también en buena parte sus conceptos previos. Mostramos tres botellas idénticas, completamente cilíndricas, de 15 cm. de altura y 3 cm. de diámetro, que contienen agua a diferentes niveles: I hasta los tres cuartos, II hasta la mitad y III hasta un cuarto. Pedimos su descripción y si el niño se limita a hablar de mucha o poca agua, pedimos que precise en términos de «llena» o más o menos «llena» y «vacía». Mencionamos (o dibujamos), además, una botella IV que tiene agua hasta el tapón y una botella V que no tiene nada.

Después de esto pedimos al sujeto que señale entre estas botellas una que esté «casi llena», «casi vacía», «medio llena», «un poquito vacía», «medio vacía», etc. Hay niños que rechazan expresiones como «casi vacía» o «un poquito vacía» y lo tenemos en cuenta a continuación.

Escondemos después las botellas y planteamos sucesivamente tres series de preguntas a cada una de las cuales el niño debe responder verbalmente con comentarios y ayudándose con dibujos que hace él mismo.

Serie A.—Se trata de la imposibilidad de presentar a la vez los caracteres *a* y *no-a*.

A1: «¿Puede estar una botella al mismo tiempo (o a la vez) llena del todo y no llena del todo?»

A2: «... al mismo tiempo medio llena y no medio llena?»

A3: «... un poco llena y no un poco llena?»

Serie B.—La contradicción se refiere aquí a los cuantificadores (y nuevamente sólo a las variedades de lo $\pm$ lleno, pues las de lo vacío están suficientemente precisadas por el niño en la serie *C).*

B1: «¿Puede estar una botella al mismo tiempo casi llena y muy poquito llena?»

B2: «... casi llena y medio llena?»

B3: «... medio llena y muy poquito llena?»

Serie C.—Finalmente se tratan las relaciones entre lo lleno y

lo vacío. Cuando los cuantificadores aplicados a los dos son los mismos *(C1, C3* y *C4)*, la relación es evidentemente contradictoria, excepto en el caso de medio-medio *(C2)*. En este último caso y en el de los cuantificadores distintos *(C5* y *C6)*, la relación es complementaria.

C1: «¿Puede estar una botella a la vez totalmente llena y totalmente vacía?»
C2: «... medio llena y medio vacía?»
C3: «... casi llena y casi vacía?»
C4: «... un poco llena y un poco vacía?»
C5: «... casi llena y un poquito vacía?»
C6: «... un poquito llena y casi vacía?»

De hecho las preguntas de la serie *C* serán las que nos interesarán en lo que sigue, porque las *A* y *B* se resuelven, poco más o menos, en todas las edades, excepto cuando *A2* es asimilada a *C2*, y cuando algunos sujetos del nivel IA suprimen simplemente las negaciones en *A* y traducen los términos de la serie *B* a su manera. Hay que señalar a este respecto que una repetición del enunciado, incluso de las preguntas por el niño mismo es a menudo indispensable (después de la primera respuesta del sujeto) si queremos una respuesta a la pregunta planteada: en efecto, los términos utilizados se modifican frecuentemente de una manera que es, además, instructiva, por lo general, para juzgar el modo de comprensión de las relaciones que intervienen.

§ 1. EL ESTADIO I.—El criterio más general es el fracaso ante la pregunta C2 (medio-medio). Los sujetos más jóvenes que se pueden entrevistar (4 años) presentan dificultades todavía con la cuantificación de lo lleno, pero son claramente mayores las de lo vacío. Por ejemplo, Pat (4;4) indica al principio como «totalmente llena» las botellas II, I y IV ($^1/_2$, $^3/_4$, $^1/_1$) y como «un poquito llena» la I ($^3/_4$), pero para él «casi vacía» designa V (totalmente vacía) y «un poquito vacía»: «no hay». Por el contrario, desde los 5 años podemos hablar de un nivel IA en el que las evaluaciones de lo lleno son correctas, pero en el que las mismas cuantificaciones no se aplican a lo vacío:

VIR (5;5) señala correctamente las botellas «totalmente llena», «casi llena», «un poquito llena» y «medio llena», pero en cuanto a la complementariedad señala dos botellas a la vez: «¿Esta bo-

tella que tengo aquí está a la vez, un poquito vacía y un poquito llena? — (Señala 0 y $^1/_4$.) — ¿Casi llena y casi vacía? — (Señala $^3/_4$ y $^1/_2$).»

Edw (5;6) llama *«un poco lleno»* al recipiente I que lo está casi, *«medio lleno»* al II que está hasta la mitad, *«un poco menos lleno»* al III casi vacío, *«todavía más lleno»* al IV que está completamente lleno y *«vacío»* al V. Pero se niega a describir los cuatro primeros según lo vacíos que estén. Por el contrario, señala correctamente el III en la pregunta «¿casi vacío?», pero hace lo mismo (después de tres preguntas) con respecto a «¿un poquito vacío?» y rechaza calificar así al I que lo está efectivamente. Preguntas *AC:* sólo resuelve *B3* (medio llena y muy poquito llena) y *C1* (totalmente llena y totalmente vacía), es decir una oposición completa y la distinción «de la mitad» y «un poquito». De los tres enunciados contradictorios *A1-3* sólo retiene las afirmaciones y no tiene en cuenta las negaciones. En cuanto a *B2* «casi llena» y «por la mitad» se traduce como «están casi muy llenas». *C2*, «medio llena» la dibuja correctamente y «medio vacía» la reduce a un cuarto de líquido. *C3* la acepta *«porque tienen casi el mismo tamaño de agua»:* la mitad con «casi lleno», y un cuarto con «casi vacío». En *C4* «un poquito vacío» es traducido igualmente por un cuarto de líquido, como «un poquito lleno» y sobre todo la igualdad *C5* es rechazada, porque aunque «casi llena» se comprende correctamente, «un poquito vacía», se reduce a un poquito de agua y, por lo tanto, *«no es el mismo tamaño de agua».*

Nic (5;9) describe correctamente las botellas I-IV en términos de «lleno», pero no lo consigue en términos de «vacío». La III «todavía menos llena (que II), tiene muy poco» se traduce como *«está completamente vacía, está muy vacía»*, y cuando se pide a continuación una botella «un poquito vacía» señala dos veces a la III. Rechaza enérgicamente considerar la I como «un poquito vacía»: *«no, no se puede»*. La igualdad *C2* es rechazada porque «medio llena» es dibujado con dos tercios, y «medio vacía» con un cuarto de líquido. Igualmente con *C5* («casi llena y un poquito vacía»): *no, porque de lo contrario, harían falta dos botellas».*

Ren (6;4) señala correctamente todos los grados de «lleno», pero considera III (un cuarto) como «medio vacío». «¿Y casi vacía? — *No hay.* — ¿Ninguna? — *No.* — ¿Y un poco vacía? — *No hay.* — ¿Qué quiere decir «un poco vacía»? — *Hay un poco de pintura* (agua coloreada). — ¿Pero una botella que está un poco vacía? — *No hay.* — ¿Y medio vacía? — *($^1/_4$).* — ¿Y casi vacía? — *No hay.* — ¿Y casi llena? — *($^3/_4$).*»

SER (6;1) cuantifica bien los grados de lo lleno, pero identifica «casi vacío» y «un poquito vacío». «¿Hay ahí alguna botella que esté, a la vez, medio llena y medio vacía? — *No.* — ¿Por qué? — *Porque allí* ($^3/_4$ y 1) *está muy lleno, y allí* ($^1/_2$) *está medio lleno,* pero *allí* ($^1/_4$) *está medio vacío.*»

FRA (6;2) con una botella «medio vacía» señala igualmente III ($^1/_4$) y con «un poquito vacía» señala también III en dos veces no sucesivas: «¿es I o III la que está un poquito vacía? — *Es* (III)» como si un poquito vacía significara que sólo contiene «un poquito de agua». Con «medio llena» señala correctamente II: «¿Y cómo está la otra mitad? — *Completamente llena* (piensa, pues, en el resultado que obtendría al llenarla). — ¿No se podría decir medio vacía? — ... *Sí* (sin convicción).» Pero un momento después, en la pregunta *C2*, responde: «*No, porque si está medio llena no puede estar medio vacía.*» Dibujos de *C2* con dos tercios y un cuarto de líquido como Nic. Igualmente con *C5:* negativa «*porque si está casi llena no puede estar un poquito vacía*». Rechaza también la igualdad *C6,* aunque los términos sean comprendidos: «un poquito llena» la dibuja con un cuarto de líquido aproximadamente y «casi vacía» con un octavo: «¿Entonces, es lo mismo?» — *No.*»

Podemos distinguir después un nivel intermedio IB, en el que la pregunta *C2* (medio llena-medio vacía) no se resuelve siempre como lo será en el estadio II, pero en el que *C5* se resuelve en los casos claros:

FLO (6;6) establece la transición entre los niveles IA y IB porque si con «un poquito vacía» señala primero el vaso III, después se corrige e indica I. No ve contradicción en la pregunta *A2* y traduce los términos en una forma que parece anunciar una respuesta justa a *C2:* «*sí, porque hay un poco así*», es decir medio llena y no medio llena. Pero cuando llega a *C2* rechaza enérgicamente «*porque al principio está medio llena y después está medio vacía*», lo que le parece contradictorio. Admite *C4* porque está «*un poquito llena* (dibujo exacto: $^1/_4$)» y «*un poquito vacía* (dibujo idéntico) *es casi lo mismo*». La igualdad *C5* se rechaza entonces por la misma razón. Hay, pues, regresión en este punto con respecto a las reacciones del tipo IA.

LUD (6;4) señala II para «un poquito vacía» después de haberla señalado correctamente como «medio llena». El vaso III ($^1/_4$) se considera, en momentos diferentes, «*medio vacío*», «*casi vacío*» y «*un poquito vacío*», y luego, habiendo admitido que III puede ser «*un poquito llena*», él mismo califica I como «*un poquito*

vacía». Así, dando la impresión de que el vocabulario se precisa, Lud niega, sin embargo, la equivalencia *C2* «*porque no puede ser... puede estar medio llena pero no medio vacía*». El dibujo da medio llena = ½ y medio vacía = $^1/_4$. Por el contrario, con la igualdad *C5* (casi llena y un poquito vacía), después de haberla rechazado «*porque el agua no puede estar arriba y un poquito baja*», dibuja (casi llena) y «un poquito vacía» al mismo nivel de ocho a nueve décimos y admite la identidad. Con *C6* responde entonces (después de un fracaso anterior): «*un poquito llena es lo mismo que casi vacía.* — ¿Cómo has hecho? — *Pues bien, escucho. Algunas veces me equivoco un poco, entonces le doy muchas vueltas en la cabeza.* — ¿Qué haces? — *Hago mis pensamientos, eso funciona bien y entonces dibujo bien en el papel*».

CAT (7;9) señala finalmente el vaso I para «un poquito vacía» (después de haber mostrado dos veces III), y el vaso II para «medio vacía». Sin embargo, rechaza la equivalencia *C2* «*porque, o está medio vacía o está medio llena*» con los dibujos habituales de un cuarto de agua en el primer caso y dos tercios en el segundo. Por el contrario, después de rechazar *C5* dibuja el mismo nivel de cuatro quintas partes: «*a 'casi llena' le falta un poquito para estar llena y 'un poquito vacía' tiene así de agua* ($^4/_5$) *y esto que queda* (vacío).» Hay que señalar también su reacción en *C3* (casi lleno y casi vacío) y *C4* (un poquito de los dos). Ahora bien, *C3* se comprende, mientras que con *C4*: «*Si está un poquito vacía es que está casi vacía... sí, si está un poquito llena, está así* ($^1/_8$), *es lo mismo que casi vacía. Es posible* (la relación *C4*). — ¿Qué? — *Un poquito vacía, es casi completamente vacía y un poquito llena es también casi totalmente vacía.*»

Así, parece evidente que durante el estadio I existe una fuerte asimetría entre lo lleno y lo vacío. Un primer indicio, que tiene su valor, es la dificultad (que es incluso una imposibilidad en IA) para describir en términos de $\pm$ vacíos los recipientes presentados, como si el lenguaje de lo lleno fuera el único natural (mientras que oposiciones como «pequeño» y grande», etc., corresponden a un vocabulario muy precoz). Uno de los raros sujetos (no citado) del nivel IB, que se refiere espontáneamente a lo vacío en sus descripciones (pero a los 7;10), lo hace en términos relativos a lo lleno: con las botellas II y III «falta todavía todo esto de agua», señalando lo que falta y en I «falta todavía esto».

Un segundo indicio notable es el fracaso general en la

pregunta *C2* (medio llena y medio vacía) debido a una razón muy significativa: no hay compensación entre la mitad positiva o llena y la mitad vacía, puesto que en general la primera comprende alrededor de las dos terceras partes de agua y la segunda un cuarto aproximadamente. Podría decirse que en este caso lo vacío es, a veces, sobreestimado, puesto que representa a menudo las tres cuartas partes, pero está claro que no es este el caso, puesto que veremos el carácter tenaz (hasta el estadio II incluido) de la concepción que definirá Noh (en § 3) «un poquito vacío quiere decir que ya no tiene casi agua» (Cf. Flo, Lud y Car entre los casos precedentes). En otros términos, desde el punto de vista del sujeto un cuarto de agua con respecto a la mitad vacía es una desvalorización de esta mitad. Quizás también se puede decir que se trata simplemente de convenciones de cuantificación y que, si al niño le gusta llamar mitades a partes desiguales, sólo tenemos que seguirle en su razonamiento. Pero ocurre que a los 5-6 años ya sabe perfectamente partir en mitades (iguales) cantidades enteras y, por otro lado, la desigualdad se realiza siempre a expensas de lo vacío, que es lo que nos interesa aquí.

En efecto, otra reacción notable, común a los niveles IA y IB (y que volveremos a encontrar a continuación) es que, si los términos «casi» y «un poco» que son cuantificadores corrientes (pero que engloban una semi-negación, pues se refieren a lo que falta) son empleados correctamente cuando se trata de partes enteras, cuando son aplicados a lo vacío dan lugar a dificultades sistemáticas. Volveremos sobre esto, puesto que permanecen bajo formas apenas atenuadas después del nivel IB.

Sin embargo, hay una excepción: es la del éxito en la pregunta *C5* a partir del nivel IB (excepto en raras excepciones) y después del fracaso constante en el nivel IA. En efecto, en el nivel IA no hay éxito porque «un poquito vacío» se considera incluso en este caso como equivalente a «no contiene más que un poquito de agua». Por el contrario, en el subestadio IB la misma expresión en la pregunta *C5* se comprende correctamente, al parecer bajo la influencia del «casi lleno», que sugiere un pequeño espacio vacío para rellenar. Parece, pues, que el enunciado «un poquito vacío»

puede cambiar de significación según la cantidad de «lleno» a la cual esté asociado en una pregunta o en otra. Esto queda claro, por ejemplo, en Cat, que en la pregunta *C4* define «un poco» como «casi totalmente vacío» y sinónimo de «un poquito lleno», mientras que en la pregunta *C5* «lo que queda (vacío)», es decir alrededor de un quinto, es también denominado «un poquito vacío».

De una manera general el conjunto de las reacciones de este estadio I parece que muestra la asimetría fundamental de los términos positivos relativos a lo lleno y los términos negativos que se refieren a lo vacío: de ahí una dificultad sistemática de compensaciones y las contradicciones que resultan de ello, en particular en la pregunta clave *C2* sobre las «mitades» concebidas como desiguales. Pero estas reacciones dejan por ello subsistir un cierto malestar por el hecho de las dudas y las incoherencias de los sujetos: sus respuestas no aportan, en efecto, respuestas falsas pero estables como las que encontramos en este nivel con respecto a ciertas explicaciones causales, sino simples incomprensiones, que son flotantes por naturaleza. Este malestar se disipará únicamente en los niveles IIA y también IIB, donde veremos sujetos de siete-diez años, cuyo pensamiento es netamente coherente y que resuelven sin dificultad la pregunta mitad-mitad *(C2)*, que fracasan todavía ante los términos «casi» y «un poquito» cuando se aplican a lo vacío y no a lo lleno.

§ 3. EL NIVEL IIA.—El estadio II es el de los comienzos de la reversibilidad operatoria y es, pues, normal que la compensación de lo lleno y lo vacío se comprenda de entrada en los casos simples como el de la pregunta *C2* (medio lleno y medio vacío), cuyo éxito distingue los niveles IIA y IB. Pero hay una cosa interesante, y es que subsiste una dificultad: la del «casi vacío» o del «un poquito vacío» que conllevan la composición de una negación (vacío) con una seminegación (casi o poco), mientras que el «casi lleno» de la pregunta *C5* se domina desde el nivel IB, puesto que no se trata entonces más que de la atenuación de una afirmación. Debido al hecho de que algunos sujetos (7-8 años) (4 de 11) comprenden finalmente el «casi» o «un poquito vacío» he-

mos dudado en considerar a los otros como simples casos de transición entre IB y IIA, pero como estos últimos son 7 de 11 y se encuentran también a los nueve años, hablaremos, sin embargo, de un nivel IIA, del que presentamos estos ejemplos:

BRI (7;11) califica correctamente el vaso III como «casi vacío» y en el problema *C2*, después de dudar acerca del sentido de esta pregunta exclama: «*Claro, se puede. Tenemos una botella: está medio llena y por el otro lado está vacía. Se puede.*» Pero con *C3* (casi llena y casi vacía), «*es el mismo principio que antes: tenemos una botella casi llena y arriba está casi vacía*». Y en *C4* (un poquito vacía y un poquito llena) las dificultades se precisan: «*Naturalmente, se puede: si está un poquito llena hay agua en el fondo de la botella y si está un poquito vacía también hay agua en el fondo de la botella.*» Pero a pesar de esto los dibujos son correctos y parecidos a los modelos (no presentes) I y III: «¿entonces es lo mismo? — *¡No, ni hablar!* — ¿Las dos están un poco vacías? — *Sí.* — ¿Pero no contienen la misma cantidad de líquido? — *No, ¡pero están las dos casi vacías!*» Por el contrario, la pregunta *C5* se resuelve fácilmente: «*Cuando está casi llena se queda un poco vacía arriba.*»

EMI (7;9), sin llegar a los detalles del bonito caso anterior, razona igualmente respecto a la pregunta *C3*: «*Casi llena y casi vacía* (a la vez), *se puede decir, sí.*» En efecto, los dibujos son idénticos y parecidos los dos a I, pero descritos como sigue: en uno «*está casi vacía* ($^1/_4$) *y un poco llena* (hasta $^3/_4$)» y en el otro «*está casi llena* ($^3/_4$) *y un poco vacía* ($^1/_4$)». Por el contrario, *C2* y *C5* se resuelven, así como todas las demás preguntas.

NOH (8;5) resuelve bien *C2* y dibuja correctamente una botella medio llena y medio vacía. Con *C3* la relación se considera contradictoria: «*Si está casi llena no llega del todo hasta el tapón y si está casi vacía quiere decir que hay todavía un poquito de agua en el fondo.*» La dificultad parece así superada, pero vuelve a aparecer en *C4*: «*Un poquito vacía quiere decir que ya casi no tiene agua, está* (sólo) *un poquito llena.*» Los dos dibujos son idénticos (ambos semejantes a III): «¿Entonces un poquito vacía y un poquito llena? — *Es lo mismo.*» Por el contrario, la pregunta *C5* es bien comprendida.

STE (8;6) describe la botella III: «*Está casi vacía, medio vacía, un poquito vacía* (bis), *más bien casi vacía*», y efectivamente cuando le pedimos más tarde el dibujo de «un poquito vacía» señala el que ha hecho correctamente (pero con dudas) para

«casi vacía». Por otro lado fracasa ante la pregunta *C6* dibujando una décima parte de agua para «casi vacía» y dos décimas partes aproximadamente para un poquito llena: «*Esto no podrá nunca ser lo mismo.*»

JOE (8;6) describe la botella III ($^1/_4$ de agua) como «*un poquito llena*» (por oposición a la mitad, etc.). — ¿Podemos decir «casi vacía»? — *No es muy exacto.* Con I y II las describe bien en términos de ± lleno, pero no puede decir nada con el término «vacío». Después de esto hacemos que indique las botellas a partir de su descripción: «¿Un poquito vacía? — (Señala III.) — ¿Un poquito vacía es mucha agua o poca? — *Es poca agua.*» Las preguntas *C2* y *C5* se resuelven fácilmente (con gestos correctos), pero *C3* da lugar a las confusiones anteriores hasta en el dibujo, y luego: «*Me he equivocado, esto* (cf. dibujo III) *está casi vacío.*» Esto no impide que al final de la entrevista, cuando pedimos que señale de nuevo «casi vacío», señale I y luego: «*¡Ah, no, está casi lleno!*», a pesar de lo cual vuelve a hacer lo mismo también un momento después.

CHA (9;1) acierta de entrada en las preguntas *C2* y *C1*, así como en *C6*, pero con *C3* y *C4*: «*Sí, puede estar casi lleno y casi vacío*» y «*sí, será lo mismo, puede estar un poquito lleno y un poquito vacío*».

Los dibujos son respectivamente idénticos, pero ante una pregunta sugerente con respecto a *C3* («¿podemos decir que se queda un poquito vacío?») reconoce que está equivocado y encuentra un bonito arreglo dibujando medio lleno y medio vacío.

Estos sujetos son más interesantes que los anteriores, puesto que, habiendo alcanzado el nivel de la reversibilidad operatoria con las cuantificaciones que ésta supone (conservaciones, etc.), intentan dar un sentido preciso a los términos que emplean y ya no dibujan, como en el estadio I, una botella «medio llena» que contenga dos tercios o tres cuartos de líquido de forma que se desvalorice lo vacío. La pregunta *C2* se resuelve, pues, sin dificultad y en este punto existe compensación exacta entre lo positivo y lo negativo.

Pero si la cuantificación de lo lleno no produce más problemas, resulta notable que no ocurra lo mismo todavía con respecto a lo vacío, excepto en el caso particular del «medio vacío». De ahí las dos preguntas que subsisten: la del «casi vacío» y sobre todo la del «un poquito vacío». En lo que respecta al «casi», tiene un sentido preciso en el cam-

po de las cantidades positivas: es «todo, menos una pequeña parte», lo que supone una partición, la comparación de las extensiones de estas partes y una operación negativa de sustracción. Pero en lo que respecta a esta clase nula que es lo vacío, la división en partes es un asunto muy distinto y sustraer una parte es todavía más complejo. La solución implícita de nuestros sujetos sigue entonces siendo global: «casi vacío» significa simplemente «parcialmente vacío». El bonito caso de Bri parece claro a este respecto: para «un poco lleno», pone un cuarto de agua y para «un poco vacío», los tres cuartos; pero, cuando nos extrañamos de esta diferencia que parecía negar verbalmente, mantiene «pero los dos están casi vacíos», cosa que sólo puede tener un sentido (a los 7;11) y es que están «vacías en parte». Igualmente Emi identifica «casi vacía» (de hecho el cuarto superior) con «un poco vacía» y cree que son sinónimos «casi vacía, medio vacía y un poquito vacía» y, al mismo tiempo que permanece tan vaga en sus cuantificaciones de lo vacío, se niega más tarde (cuando intenta precisar su pensamiento) a homologar una de estas expresiones con su correspondiente de «lleno»: «un poquito lleno» es dos décimas partes de agua y «casi vacío» es una décima parte y «esto no podrá nunca ser lo mismo». Igualmente para Joe un cuarto de agua es «un poquito lleno», pero «casi vacío no es muy exacto». Cha a los nueve años todavía dice decididamente que «casi lleno y casi vacío será lo mismo» y «casi vacío» puede ser «un poquito vacío».

Pero si la partición en «casi» sólo recibe de esta manera una solución global en el sentido de «parcialmente», se añade a éste un problema que llega a ser agudo en el caso de «un poquito vacío». En efecto, «un poquito» es una seminegación que significa «no mucho» en el sentido de «nada excepto una pequeña parte» o «todo excepto una gran parte». Sin embargo, lo vacío es, en sí mismo, una cantidad negativa (o clase nula), de tal forma que la expresión «un poquito vacío» es de hecho una doble negación parcial, cuyo primer término anula en parte al segundo, lo que viene a conferirle el sentido de «bastante o casi lleno». Ahora bien, los sujetos del nivel IIA comprenden de forma general la doble negación (lo contrario de lo contrario de bonito) y llegan incluso

bajo formas concretas a la regla de los signos. El interés reside entonces en que, aplicada a lo vacío, esta doble negación parcial no es admitida en absoluto, como si en el caso de nada las dos negaciones se sumaran en lugar de restringirse una a la otra y condujeran a «muy poco de algo». Ahora bien, como lo vacío sólo se piensa con referencia al agua, se llega a la definición de Noh, que es, de hecho, general en este subestadio: «Un poquito vacía quiere decir que ya no tiene casi agua, sólo está un poquito llena»; o más brevemente (en Joe) un poquito vacía «es poca agua».

Así vemos que, incluso en los comienzos del estadio de las operaciones concretas, cuando la reversibilidad operatoria se impone con la cuantificación de las propiedades positivas características de los objetos manipulables, no hay compensación completa todavía entre estas operaciones y las que deberían, simétricamente, referirse a realidades negativas como lo vacío. La cuantificación de este último y su complementariedad con relación a lo lleno se dominan claramente en los casos bien definidos como el medio lleno y medio vacío de la pregunta *C2*, pero en cuanto se trata de una regulación más fina del todos y del algunos, con las afirmaciones que conlleva solidariamente, los problemas se quedan sin solución.

§ 4. El nivel iib.—La dificultad del «casi vacío» y a veces sobre todo «un poquito vacío» es superada finalmente, pero después de tanteos breves o más o menos largos:

Oli (7;5) describe las botellas i-iii en términos de tres cuartos llena y un cuarto vacía, medio llena y medio vacía y un cuarto llena y tres cuartos vacía. Señala iii para «casi vacía» y i para «un poquito vacía». Pregunta *C2:* «*Sí, si está medio llena, está también medio vacía. — ¿(C3)? — No, porque si está casi llena no puede estar casi vacía. — ¿(C4)? — Sí, porque si está un poquito llena está un poquito vacía*», pero al repetir la pregunta: «*¡Ah!, no porque si está un poquito llena está muy vacía y no un poquito. — ¿(C5)? — Sí, porque si está casi llena se queda un poquito vacía. — ¿(C6)? — Sí, porque si está un poquito vacía el resto está lleno.* (Repetimos la pregunta.) *No, no, porque si está un poco llena, está muy vacía y no un poquito.*» Vemos que por dos veces Oli confunde todavía por momentos «casi vacía» y «un poquito vacía».

KAR (7;11). *C1* a *C4:* sin problemas. Con *C5* niega al principio que la botella pueda estar casi llena y un poco vacía y ríe enseguida: «*Claro que es posible. Sí.*» Con *C6* traduce al principio como «*un poco vacía y un poco llena*» al mismo tiempo que admite que es posible (un poco vacía = ¡casi vacío!), y luego repite adecuadamente la pregunta y confirma que es posible, esta vez correctamente.

RIN (8;1) describe la botella III como «*casi vacía, un poquito llena.* — ¿Y I? — *Está casi llena.* — ¿Puedes decir lo mismo sin la palabra llena? — (Duda.) *Muy poquito vacía.* — ¿Te parece extraño? — *No lo decimos así. Prefiero decir casi llena*». Pregunta *C2:* «*Sí, hay siempre lo mismo: si está medio llena hay la mitad dentro y si está medio vacía también hay la mitad dentro.* — ¿(*C3*)? — *No, porque si está casi llena falta un poco de agua y si está casi vacía, queda un poquito de agua* (con gestos correctos. — ¿(*C4*)? — *Sí, puede estar un poquito vacía y un poquito llena, no cambia.*» El dibujo (único) muestra un pequeño fondo de agua: «*Como está un poquito vacía y un poquito llena, es lo mismo.*» Pero con *C5* no hay problemas: «*casi llena le falta un poquito de agua y un poco vacía le falta también un poquito de agua*». *C6*, la misma respuesta correcta. Pedimos entonces una comparación con las preguntas *C3* y *C4* y llega, al final, retroactivamente, a las soluciones correctas: «*Sólo hay una cosa que cambia: es un poquito vacío y casi vacío.* — ¿Es lo mismo? — *No, porque un poco vacío hay mucha agua, y casi vacío hay muy poquita agua.*»

VER (9;4) resuelve bien *C3:* «*No. Casi vacía llega hasta abajo y casi llena hasta arriba.*» Por el contrario con *C4:* «*Muy poquito vacía, sólo hay un fondo, y muy poquito llena, es lo mismo.*» Pero el dibujo es correcto y entonces comprende. Con *C3* hacemos después una contrasugerencia: «¿Por qué no?» Dibuja entonces como Cha (§ 3) un medio-medio: «*En el medio está casi llena y casi vacía.*»

JAC (9;5), con *C3*, confunde todavía momentáneamente «casi vacía» y «un poco vacía» y dibuja «un poco vacía» con un fondo de agua de menos de un cuarto, saliendo bien del apuro con este bonito arreglo: «*Está un poco vacía de agua*», y luego todo está bien: «*Cuando está un poco vacía hay mucha agua dentro.*»
LER (9;11). La misma reacción que Ver con *C4:* «*Es lo mismo*», y luego corrige.

PIE (10;9) señala la diferencia del concepto verbal y del concepto gráfico: «(*C4*). — *Sí, un poco llena y un poco vacía.* — ¿Puede

estar así? — *Sí, un poco llena hay un poco* (de agua) *y un poco vacía hay mucho.* — ¿Y para ti es lo mismo un poco llena y un poco vacía? — *Sí, es lo mismo.*» Pero al dibujar cambia de opinión, «lo mismo» significa sin duda para él la identidad de la relación entre «un poco» y «todo», pero con olvido de la inversión que el dibujo recuerda.

No tenemos nada que añadir a propósito de este nivel IIB, sino que la cuantificación de lo vacío, no alcanzada todavía en el nivel anterior, es accesible, por fin, pero después de tanteos. Se observa que el procedimiento utilizado finalmente consiste no ya en reflexionar al principio sobre lo vacío por un lado y sobre lo lleno por otro, para luego relacionarlos de cualquier manera, incluso con una equivalencia («un poquito vacío y un poquito lleno es lo mismo», dice todavía Rin antes de comprender lo contrario), sino en razonar explícitamente en términos de complementariedad, como dice, por ejemplo, Oli: «Si está un poquito llena, está muy vacía y no un poquito.» En otras palabras, la compensación completa entre lo positivo y lo negativo, fuente de no contradicción, acaba por ser respetada en este caso particular de lo lleno y lo vacío.

§ 5. EL ESTADIO III Y CONCLUSIONES.—Hacia los 11 años todas las preguntas son, por fin, resueltas sin tanteo, excepto a veces en un único punto *(A2)*, pero por razones gramaticales y no ya lógicas:

GID (10;7). *C3:* «*No, porque si está casi lleno, entonces* (falta un poco) *y si está casi vacío falta mucho.*» Con *C4*, dibuja un poco vacío (cf. I) y un poco lleno (cf. III), mostrando la complementariedad: «*Si tomamos esto y lo ponemos allí* (I en III o III en I) *tenemos una botella completamente llena.*»

NIC (11;7). *C2:* «*Sí, si está medio llena, hay agua en una de las mitades y vacío en la mitad superior.* — ¿*(C3)*? — *No, porque si está casi llena hay mucha agua y si está casi vacía, un poquito.* — ¿*(C4)*? — *No, porque si está un poquito vacía hay mucha agua y si está muy poquito llena hay menos agua.*» Por el contrario, en la pregunta *A2*, resuelta en casi todas las edades (medio llena y no medio llena), Nic comprende «*no llena en la otra mitad*» y asimila así esta situación a *C2* (medio llena, medio vacía), cosa que concierne sólo a la gramática.

LAU (11;7). *C2: «Sí, porque si está medio llena, a la fuerza está medio vacía. — ¿(C3)? — No, si está casi llena está casi hasta el borde y si está casi vacía sólo tiene muy poquito. — ¿(C4)? — No, si está un poquito llena sólo hay en el fondo y si está muy poquito vacía llega casi hasta arriba.»*

Así, la complementariedad acaba siendo reconocida como criterio de la posibilidad o de la compatibilidad de las combinaciones de lo lleno y lo vacío (cf. la indicación de Gid), mientras que las situaciones sin complementariedad se consideran contradictorias (cf. Nic en *C3:* «mucha agua» y «poca agua»); este razonamiento se aplica también a lo vacío (cf. Gid para *C3* igualmente: falta poco y «falta mucho»).

Concluyendo, los resultados de esta investigación nos parecen particularmente favorables a las hipótesis defendidas en esta obra: que la contradicción que resulta de las compensaciones incompletas entre las afirmaciones y las negaciones ($x . \bar{x} \neq 0$), y los desequilibrios cognitivos característicos de los niveles elementales del desarrollo se deberían a un predominio sistemático de las primeras sobre las segundas o de los elementos positivos sobre los elementos negativos de la acción, de la representación y del pensamiento. Ahora bien, que una asimetría semejante entre lo positivo y lo negativo pueda manifestarse tan claramente y durar tanto tiempo en nociones familiares como lo lleno y lo vacío entre los sujetos que tienen la ocasión de llenar y vaciar sus tazas y sus vasos todos los días, parece mostrar claramente que ahí hay un problema general y no específico de las clases complementarias (capítulo 8).

Pero queda por examinar lo que hay que extraer desde el punto de vista de la contradicción. También en este caso los hechos precedentes constituyen un ejemplo selecto, puesto que disponemos a la vez del pensamiento verbal de los sujetos (incluso con una especie de definiciones previas cuando el niño debe hacer corresponder las cinco botellas I-V con descripciones, realizándolo tanto en el sentido descripción → designación como a la inversa) y de su representación concreta y activa expresada en el dibujo. Ahora bien, como es habitual, encontramos entonces una diferencia entre la contradicción lógica, en el plano de los enun-

ciados, y lo que se puede llamar la contradicción funcional, o desequilibrio en el plano de las acciones y preoperaciones realmente ejecutadas: estos dos niveles acaban por unirse cuando el sujeto, provisto de un aparato operatorio suficiente debido a las reequilibraciones, llega a ser capaz de tomar conciencia de las contradicciones y de formularlas, lo que le conduce enseguida a evitarlas o superarlas, pero estos dos niveles son muy distintos en los comienzos e incluso hasta bastante tarde como sucede en los problemas estudiados en este capítulo (naturalmente dejamos de lado en estas observaciones las contradicciones fáciles que se sienten y evitan precozmente, como en *A1:* «completamente llena y no completamente llena a la vez»).

En el terreno de los enunciados y las definiciones, quizás podríamos sostener que nuestros sujetos más pequeños no se contradicen nunca momentáneamente: definir de la misma manera «un poquito vacío» y «un poquito lleno» como conteniendo un poquito de agua permite ciertamente mantener su identidad (pregunta *C4)*, etc. Pero si incluso es así en el presente inmediato a propósito de cada pregunta, no hay que olvidar que estas definiciones varían de una situación a otra, y que este mismo «poquito vacío» cobra un sentido exactamente contrario en el caso de la pregunta *C5* que se resuelve desde el nivel IB. Esto constituye el signo de una inestabilidad bastante notable y es lo que obliga a distinguir dos planos: el de los enunciados verbales o de su forma «lógica» o prelógica en el que el sujeto llega siempre a arreglárselas en una situación momentánea para justificar sus tendencias, aunque su fuente permanezca naturalmente inconsciente, y el de estas tendencias profundas que manifiestan el modo de coordinación de sus acciones o preoperaciones y que se transforman con la edad. Ahora bien, es en este escalón fundamental en el que se pone de manifiesto, en el estadio I, un desequilibrio constante que depende de la falta de compensación entre lo positivo y lo negativo, es decir, en este caso de la falta de complementariedad entre las partes llenas y vacías de la botella: decir que «un poquito vacío» designa un poquito de agua *A* lo mismo que «un poquito lleno», es olvidar la parte *A'* del recipiente que no forma parte entonces ni de lo lleno ni de

lo vacío; se podría decir que «medio llena» en la pregunta *C2* equivale a los dos tercios y «medio vacía» a un cuarto; esto es lógico si se definen las mitades como partes desiguales, pero dos tercios más un cuarto no ocupan el todo [1]. En resumen, por más que el sujeto intenta ser «lógico» en cada caso particular a través de los ajustamientos verbales, un pensamiento de este tipo sigue siendo profundamente contradictorio.

Ahora bien, si estas contradicciones funcionales, es decir, este desequilibrio, dependen de una falta de compensación entre las afirmaciones y las negaciones, ¿cómo se efectuará la equilibración?

El estadio II nos lo muestra. Por un lado, el sujeto ha llegado a ser capaz de la cuantificación (y de la conservación, etc.) en el terreno de las cantidades positivas en particular con la regulación del todos y del algunos. Pero, por otro lado, fluctúa siempre en las preguntas de cuantificación de lo vacío, sobre todo en relación con el «casi» y el «un poquito». Una doble situación de este tipo provoca naturalmente establecimientos de relaciones, primero a título de presentimientos o tentativas, (cf. los «trabajos virtuales» cognitivos) y luego cada vez más guiados por la idea de una complementariedad necesaria entre lo lleno y lo vacío (parte completa + parte vacía = toda la botella) a título de condición de la no contradicción: de ahí la solución general de la pregunta *C2* (medio llena y medio vacía). Se puede, pues, decir, en un sentido, que el desequilibrio inicial crea un malestar, que se hace consciente a partir del momento en que el sujeto ya no olvida sus respuestas a las preguntas anteriores cuando aborda una nueva y llega a relacionar todas sus reacciones con la complementariedad de lo lleno y lo vacío. Si nos quedamos con lo que tienen de común estos factores, esto sería la compensación creciente de las afirmaciones y las negaciones, que conduce a la equilibración.

[1] Se puede decir que precisamente los sujetos consideran el enunciado *C2* como contradictorio, pero cuando dividen una longitud, un montón de bolas o una cantidad positiva cualquiera en dos mitades, estas mitades se conciben como complementarias.

14. LAS CONTRADICCIONES RELATIVAS AL «CASI NO»

Con Th. Vergopoulo (Sección I)
y C. Dami (Sección II)

R. Carreras tuvo la excelente idea de estudiar en el niño las formas elementales de lo infinitesimal y publicará una obra sobre sus notables resultados. Tuvo la amabilidad de sugerirnos, y le damos las gracias por ello, que analizásemos desde el punto de vista de la contradicción ciertos problemas que ha ideado, y de los que conservaremos tres. Los dos primeros serán estudiados en una sección I y sólo encuentran una solución tardía (niveles III de 11-12 años y en parte IIB); por el contrario, el tercero, que será estudiado en una sección II, se domina desde los comienzos del estadio II (7-8 años) y en parte en el nivel IB. El carácter instructivo de los resultados obtenidos, en cuanto al análisis de las situaciones de contradicción, depende tanto, como veremos, del contraste entre estos dos tipos de reacciones como de lo que aporta al análisis de las primeras.

SECCIÓN I.—LOS DESPLAZAMIENTOS DE REGLAS Y EL PESO DE LOS GRANOS DE SAL

Con Thalia Vergopoulo

La primera de las preguntas que estudiaremos aquí consiste en comprender el hecho de que un golpe muy ligero no hace, aparentemente, avanzar una varilla, mientras que después de *n* golpes se observa un desplazamiento. Este tema interesa doblemente al problema de la contradicción. Primero, como es evidente, porque existe una contradicción en

los términos para admitir, como ocurrirá en los sujetos más pequeños, que *(n × 0) > 0*. Pero, además, porque hemos comprobado la dificultad de las composiciones de lo positivo y de lo negativo (por ejemplo, para las clases complementarias del capítulo 8 o para lo lleno y lo vacío del capítulo 13), debido a que hay una tendencia general, en los niveles elementales, a hacer que predomine la afirmación sobre la negación. Ahora bien, en el caso presente el proceso impuesto por las observaciones sucesivas del sujeto parece partir de la negación y sustituir una afirmación final por una sucesión de negaciones: ¿cómo se estructurará entonces la relación entre estos términos?

Estas preguntas sobre los desplazamientos visibles e invisibles (que indicaremos con I en la exposición de los resultados) se completarán con breves preguntas (indicadas con II) acerca de un problema análogo, pero simplemente estático: si suponemos que un grano de sal no pesa «nada», ¿qué ocurrirá con una pizca o con un montoncito? La compensación incompleta $(0 + 0 + \ldots) > 0$ es entonces tanto más paradójica e instructiva cuanto que el sujeto no puede ya referirse a la fuerza de los golpes y a otros factores dinámicos.

TÉCNICA.—I. Ponemos encima de la mesa una regla ancha y plana *A* de 50 cm. de largo, es decir bastante pesada, y le damos golpes muy ligeros en una de sus extremidades con una varilla fina, lo que, aparentemente, no la hace avanzar, pero al cabo de algunos golpes se comprueba que está un poco desplazada a pesar de todo. Después de las preguntas de anticipación preguntamos tras cada golpe si la regla *A* ha avanzado o no y si no a partir de qué golpe empieza a desplazarse. Preguntamos también si este desplazamiento es el mismo en uno de los extremos que en el otro, y si no por qué. Después de lo cual pasamos a preguntas más analíticas: otra regla *A* ha sido fraccionada en los segmentos *B* y *B'* de 15 y 15 cm. y *C* de 20 cm. y planteamos las preguntas sobre cada uno de ellos, o insertamos *C* entre los otros dos a lo ancho. Reconstruimos el todo y volvemos a plantear las preguntas iniciales (estas diversas adjunciones están destinadas a ver si una regla larga avanza más que una corta y el porqué de las diferencias eventuales). También es útil empujar, a veces, con la mano.

II. Por lo que respecta al peso de la sal disponemos de dos hueveras equivalentes, la una llena hasta los tres cuartos y la

otra vacía. Ponemos sobre una hoja negra un grano de sal sacado de una fuente exterior, preguntando si pesa algo y por qué sí o no. Lo colocamos después en la huevera vacía para saber si modifica o no su peso. Las mismas preguntas con respecto a 1 + 1 granos, y luego 1 + 1 + 1 granos, etc., preguntando a continuación cuantos granos hacen falta para obtener un efecto: las respuestas pueden ser de 10, 30, 100, «una pizca», etc. Después de esto las preguntas se plantean en sentido inverso: si quitamos un grano de la huevera completa hasta los tres cuartos, ¿produce esto una diferencia de peso, etc? Finalmente si se niega el peso de un único grano (en el sentido de la adición) preguntamos si el mismo grano pesa algo para una hormiga, un ratón, etc., y en caso afirmativo, si pesa entonces algo para nosotros y si, en realidad, tiene un peso o no.

§ 1. EL ESTADIO I.—En primer lugar veamos los resultados:

BOR (5;0). I: Un golpe en *A:* «¿Se ha movido? — *No, porque es demasiado pesada.* — ¿Cuántos hacen falta? — *Dos.* (Prueba.) *No, es demasiado pesada.* — ¿Y diez? — *No.* (Prueba.) *Se ha movido.* — ¿Desde el primer golpe? — *No, al octavo.* — ¿Y al séptimo nada de nada? — *No.* — ¿Y al sexto nada de nada? — *No.* — ¿Del primero al séptimo es como si no existieran? — *Sí.* — Entonces ¿por qué se ha movido al octavo? — *Porque se ha golpeado un poquito más fuerte.* — ¿Cuándo se golpea aquí (al principio de *A)* avanza tanto como aquí (final de *A*)? — *No, en el final mucho más.*» Se sugiere que en el principio la barra recibe el golpe, pero mantiene su idea. Barra *B.* Un golpe: «¿Se ha movido? — *Sí.* — ¿Con diez golpes se moverá? — *Sí.* — (Prueba.) *Sí.* — ¿Desde qué golpe? — *Desde el primero... no, un poco más tarde, un poco antes del último, al tercero.* — ¿En el segundo no ha sentido nada? — *Un poquito.* — ¿Y en el primero? — *No.* — ¿(Principio = final)? — *Sí, lo mismo que desde el principio.*»

II: «Un grano en la huevera ¿es más pesado que antes? — *No, porque es muy pequeño, por lo tanto no pesa.* — ¿Y uno más (= 2)? — *No.* — ¿Y uno más (= 3)? — *No. Es muy pequeño, por lo tanto no puede pesar. Hay que poner todo.* — (Ponemos una pizca.) ¿Basta con esto? — *Sí.* — ¿Es más pesado que antes? — *Todavía falta uno* (una pizca). — (Lo hacemos.) ¿Es más pesado que antes? — *Sí.* — ¿Y si quito un grano, es más ligero que antes? — *Sí.* — ¿Y con otro menos? — *Sí.*» Etc. «Quito uno más y queda uno, ¿es más ligero que antes? — *Sí.* — Y si lo quito, no queda nada, ¿es más ligero que antes? — *Sí.* Ahora es cero. Si pongo un grano, ¿es más pesado que antes? — *No.* — ¿Pero cuando quité un grano dijiste que era más ligero que antes? — ... — Y ahora, tengo cero y añado uno, ¿no es más pesado que antes? — (No.) *Hay que poner como antes* (una piz-

ca). — Una hormiga que empujara el grano, ¿lo encontraría pesado? — *Un poquito.* — ¿Y un ratón? — *Es menos pesado, el ratón es más gordo.* — Es siempre el mismo grano, ¿cómo puede cambiar de peso? — *Es siempre lo mismo. Si hubiera cambiado sería más pesado.* — ¿Para quién pesa? — *Para nadie.* — Pero tú has dicho que una pizca de sal pesa y una pizca son muchos granos. Y dices que un grano no pesa nada. ¿Entonces un nada más un nada hacen algo? — *Sí.*»

LIA (5;7). I: Piensa que *A* se mueve después del segundo golpe, y luego después del tercero «*a veces al segundo, al tercero, al cuarto o al quinto.* — ¿De qué depende? — *De la fuerza de los golpes*». Insistimos, sin embargo, en los golpes muy ligeros. «¿No siente el primero? — *Sí, a veces, pero se mueve más a menudo con el segundo.* — Pero con un golpe ¿avanza muy poco o nada en absoluto? — *A veces con uno avanza, pero más a menudo con dos y todos los demás.*» Cree al principio que avanza más en el comienzo de la barra que al final y luego se inclina hacia la igualdad.

II: Los granos de sal no pesan nada, pero con algunas pizcas: «*Ahora es casi un poco pesado. Antes no pesaba, ahora pesa.*» Si quitamos un grano cada vez no cambia más que añadirlo. Pero por pizcas: «*Ahora es menos pesado que antes, pero no pesa.* — Quito más. — *Es menos, menos pesado, cero pesado.* — Dejo muy poquito. — *Es cero pesado.*»

SEG (5;6). I. *A*, sólo se mueve al tercer golpe, pero se mueve menos en su extremidad «*porque se empuja*» en su punto de partida, excepto *B* «*porque es corta*». Con *B* seguido de *B'*: «*Esto avanza más al final* (extremo de *B'*). *En el principio* (de *B*) *avanza menos, al final de* (*B'*) *avanza más.*» Pero con *A*, vuelve a su idea: «*Al final menos porque empujamos al principio.*»

PAD (5;7) piensa, por el contrario (I), que *A* avanza «*solamente allí* (al final) *porque golpeamos aquí* (punto de partida)». No ocurre esto con la barra *B*, que es más pesada, pero de nuevo con *B'* (prolongando *B*) «*porque el hierro* (*B'*) *se hace más grande*».

II: Un grano no pesa nada: «*Porque hay sólo 1.* — ¿Y uno más (= 2), es más pesado que antes? — *No todavía.* — ¿Y uno más (= 3)? — *No todavía.* — ¿Cuántos hacen falta para que pese? — *Mucho.*» Ponemos una pizca. Por el contrario, «¿si quitamos un grano es más ligero? — *Sí.* — (Etc.) — ¿Y si sólo dejo uno? — *Es todavía más ligero.* — ¿Al quitar el último es todavía más ligero? — *Sí.* — ¿Y al volver a poner uno es más pesado que antes? — *No.* (Etc., hasta 3.)»

BRO (6;1). I: Un golpe ligero: «*No, no era bastante fuerte.* — ¿Y con varios golpes? — *No.* — (Prueba.) *Se ha movido un poquito porque había varios golpecitos, eso hace un golpe grande.* — ¿Ha comenzado a moverse desde el primer golpecito? — *No, al segundo o tercero, creo. No puede moverse desde el primero.* — ¿Es como si no existiera? — *Sí.*» En cuanto al desplazamiento de la barra la última parte es la que avanza más. — ¿Por qué? — *Porque... es más.* — ¿Si avanza un cuadrado (de papel cuadriculado) al principio? — *Al final es 2.* — ¿Y con un golpe más fuerte? — *Si al final avanza un cuadrado, al principio es medio cuadrado, por que el principio avanza menos que el final*». Con $B + B' + C$ (en línea), se moverá «*desde el tercer golpe.* — ¿Al segundo, no se mueve nada? — *Un poquito.* — ¿Y al primero? — *No era bastante fuerte, no puede moverse enseguida* (es decir, fuerte = repetición). — ¿Y avanza igual aquí (principio de *B)* y allí (final de *C)*? — *No, es siempre lo de adelante* (final de *C) lo que avanza más.* — ¿Por qué? — *Porque el principio* (punto de impacto en *B) es más ligero que el final.* — ¿Por qué? — *Es menos pesado.* — ¿Cómo lo sabes? — *Antes lo había encontrado. Ahora ya no me acuerdo*».

II: Un grano de más o de menos no cambia nada, ni dos ni tres, sino solamente un montón: «*Un montón es más pesado que el grano.* — ¿Y medio montón? — *También.* — ¿Y un cuarto de montón? — *Muy poquito más.* — ¿Y un octavo (se le enseña) es más pesado que el grano? — *No, es lo mismo.*»

CAN (6;5). I: «*Allí* (al comienzo de la barra A*) se mueve menos que al final.*» Pero no ocurre así con *B:* «¿Por qué? — *Porque va lentamente*», mientras que *A* «*va deprisa*» porque es grande.

BRU (6;10). I. *A* «*sólo se ha movido desde el cuarto* (deducción a partir de 15 golpes). — ¿No ha sentido los demás? — *No.* — ¿Qué ocurre para que sólo sienta el cuarto? — *No lo sé.* — ¿Al cuarto se mueve poco o mucho? — *Muy poquito.* — ¿Y al quinto? — *Mediano.* — ¿Y al sexto? — *Más fuerte.* — ¿Al séptimo? — *Más fuerte.* — ¿Al octavo? — *Más fuerte.* — ¿Y al tercero? — *Nada en absoluto*». Pero para ella el extremo de *A* avanza menos que el punto de partida. No ocurre así con *B* «*porque (A) es más largo*». $B + B'$ sólo avanza al tercer golpe, «*los dos primeros no han* (sido) *sentidos*».

II: Un grano de más o de menos no cambia nada, pero «*quizás 15*».

GIO (7;7). I: La barra *A* (después de 1 y luego de 10 golpes) ha avanzado «*desde el segundo, y luego todos los demás.* — ¿Y con el primero no se ha movido? — *No*». Pero las barras *(B* como *A)* avanzan más en su extremidad «*porque es en el final donde se mueve, el trozo al final es más grande porque es el trozo que*

avanza. — ¿Y el principio no avanza? — *Sí, pero menos».* Pero con $B + B'$ (en línea) no avanza desde el primer golpe: «*No, desde el octavo porque cuando hay un trozo (B') no deja moverse al primer trozo (B)*.» Luego, después de haber admitido un pequeño desplazamiento desde el séptimo golpe, al sexto «*muy poquito menos*» y al quinto «*no se ha movido*», cambia de opinión acerca de los movimientos de los extremos: «*No, al principio* (de *B*) *avanza más, porque cuando se da un golpe, se mueve en el principio, porque (B) empuja a (B')*» y finalmente los desplazamientos inicial y final son los mismos «*porque (B) hace un camino y luego (B* y *B') se mueven juntos*».

Como se ve, a estos sujetos no les cuesta nada admitir que los primeros golpes ligeros (de 1 a 6, etc.) dados a una barra no la hacen avanzar, mientras que los siguientes lo consiguen por un simple efecto acumulativo; o que un grano de sal no pesa nada, pero que un montoncito de granos tiene peso. De ahí la fórmula que acepta Bor sin ninguna dificultad: un nada más un nada, etc., hace algo. El problema que plantean las reacciones de este estadio es, por lo tanto, el de la incoordinación entre lo positivo (desplazamientos o pesos) y lo negativo (aparentemente ni lo uno ni lo otro). No podríamos contentarnos con decir a este respecto, como parece evidente en otras situaciones, que lo primero comienza necesariamente por predominar sobre lo segundo, porque en este caso particular lo negativo corresponde a lo no perceptible, cosa que hace natural la dificultad de estructurarlo. Pero como nos ha parecido que la primacía de lo positivo se debe a su carácter inmediatamente observable, mientras que lo negativo se infiere, en diversos grados, a partir de una expectativa, la presente situación constituye un tipo de caso límite que interesa estudiar: en éste se trata de decidir entre «nada» (ni desplazamiento ni peso) y «casi nada» (un desplazamiento y un peso mínimos) basándose exclusivamente en los observables positivos (repetición de golpes con efecto final visible y aumento del número de granos con resultado perceptible).

Ahora bien, como una coordinación de este tipo supone al principio una cuantificación suficiente de lo positivo, es natural que haya un fracaso completo en este estadio, incluso sin ninguna conciencia de las contradicciones continuas, puesto que esta cuantificación todavía está ausente. Y así

ocurre que en lo que respecta al desplazamiento la mayor parte de estos sujetos piensan que la extremidad terminal de las varillas avanza más que el punto de partida en el que se da el golpe (los demás sujetos piensan lo contrario); está claro entonces que esta indiferenciación del desplazamiento y del alargamiento facilita la idea de que el primero puede surgir *ex nihilo* de la repetición de golpes sin que los primeros tengan ya un efecto. En cuanto a esta repetición, la idea implícita de todos los niños es explicitada por Bro: «varios golpecitos hacen un golpe grande», pero el sujeto olvida entonces que esos golpes son discontinuos y que cada uno de ellos actúa por separado con adición de los efectos sucesivos y no de la fuerza de los golpes. Por lo tanto, el niño los reúne ilegítimamente en un todo mediante un procedimiento global. La idea de que los golpes, al repetirse, se hacen más fuertes pone de manifiesto la misma falsa aditividad (los sujetos saben que los golpes son muy ligeros). En cuanto al peso, volvemos a encontrar su carácter no relativo típico de este nivel: ligero no es sin más lo negativo de pesado (excepto a veces verbalmente), sino una cualidad distinta, de ahí la idea de ciertos sujetos de que la adición de un grano de sal no añade ningún peso, puesto que no pesa, pero que su supresión hace que el conjunto sea más ligero, puesto que es quitar algo.

§ 2. EL NIVEL IIA.—Los criterios de este nivel (7-8 años con dos casos de 6 años $^{1}/_{2}$ y algunos de 9 años) son la afirmación, por lo general bien justificada, de la igualdad de los desplazamientos en las dos extremidades de la barra, y la perplejidad respecto a la aditividad de los desplazamientos sucesivos a partir de los primeros no perceptibles:

MIC (6;6). I: Con diez golpes en *A:* «*Se mueve desde el octavo* (es él mismo el que ha golpeado). *He dado ya algunos* (antes). *Después comienza a moverse.* — ¿Y hasta ahí no cuentan? — *Con los demás no se mueve.* — ¿Cuándo ha comenzado? — *Al sexto.* ¿Y antes qué hacía? — *Al primero y segundo no se movía.* — ¿En absoluto? — *No.* — ¿Y al tercero? — *Comienza a moverse.* — ¿Por qué no inmediatamente? — *Porque el primer golpe es más ligero.* — Pero no, son todos iguales. — *Quizás es que no he mirado bien.* «Barra *B* (previsión): «*No con el primero ligero, pero si*

hay muchos golpes ligeros, se mueve.» Los desplazamientos al principio y al final de la barra son iguales, igualmente con *B*+*B'* porque «*se van a mover los dos.* — Mira los dos extremos. — (Prueba.) *Es difícil ver los dos juntos.* — ¿Qué crees? — *Ha avanzado lo mismo en todos lados* (igual para *BB'* + *C* + *A*)». Con *B* + *B'* + *C*: «*No se mueve.* — Da 15 golpes. — *Ha avanzado a partir del 8.* — ¿No encuentras nada extraño? — *Quizás se ha movido a partir del primero porque todos los golpes son iguales* (prueba uno). *No he visto nada, pero creo que se mueve a partir del tercero o del cuarto.* — ¿Cuando no se ve, puede moverse a pesar de todo? — *No, no es posible.*»

II: Un grano (+ 1, etc.) no pesa nada: «*Habría que poner por lo menos 9.* — ¿Y si quito 1? — *Pesa todavía menos... haría falta que sólo quedaran 3 para que ya no pesaran.*» Pero para una hormiga «*pesa un poco*». Duda entonces entre dar la razón a la hormiga o mantener que no pesa nada.

PER (7;7). I: «¿Si doy un golpecito se va a mover (*A*)? — *Sí.* — ¿Dónde? — *Al principio* (de la barra) *y al final, es lo mismo.* (Prueba.) *No, es demasiado pesado.* — ¿Y 15 golpes ligeros? — *Se va a mover un poco.* (Prueba.) *Sí, muy poquito.* — Con 1 no ha avanzado, ¿con 15 avanza? — *Sí.* — ¿Por qué? ¿Te parece normal? — *Porque 15 golpes ligeros hacen un golpe gordo.*» Con *B* y *B'* supone, después de comprobaciones, que el movimiento comienza a los 3 golpes y se da cuenta de que son 15 golpes «*ha avanzado mucho más... porque 15 es más que 3.* — ¿Entonces 3 es más que 2? — *Sí.* — ¿Y 2 que 1? — *Sí.* — ¿Y 1 que 0? — *Sí.* — Pero antes has dicho que comenzaba al tercer golpe y que los dos primeros no eran nada. ¿Es cierto? — *No sé.* — ¿Aquí ha avanzado a partir del tercer golpe? — *Sí, un milímetro.* — ¿Y al segundo golpe cuánto? — *Nada.* — ¿Y 2 es más grande que un golpe? — *No.* — ¿Avanza un poco más a cada golpe? — *Sí.* — ¿Y los dos primeros no hacen nada? — *Sí.* ¿Y 3 es más que 2? — *Sí.* — ¿Y 2 que 1? — *Sí.* — ¿Y no avanza, es cierto? — ...».

II: Un grano (etc.) no pesa nada, ni añadido ni quitado, sino solamente en montón. «¿Si quito, a partir de cuándo será menos pesado? — *A partir de la mitad.* — ¿Y si quito un poquito menos que la mitad, es como cero? — *Sí.* — ¿Te parece normal? — *Sí.*»

SER (7;6). I: Después de 10 golpes: «*Usted ha dado golpes cada vez más fuertes.* — (Se vuelve a empezar.) ¿Cómo eran los golpes? — *Ligeros.* — ¿Y se ha movido? — *Sí.* — ¿Desde cuál? — *El quinto.* — ¿Y al cuarto se ha movido? — *No.* — ¿Los otros 4 es como si no existieran? — *El cuarto ha empujado un poco, pero el quinto más que el cuarto.* — ¿Y el tercero? — *No se ha*

movido.» «*Si usted empuja allí* (principio de la barra), *el final retrocede lo mismo.»* Con $B + B' + C$ el movimiento comienza al sexto golpe: «¿Entonces el sexto es como si fuera el primero? — *Sí.* — (Damos un golpe.) ¿Se ha movido? — *Antes usted había dado el sexto más fuerte.* — No. ¿Por qué no se ha movido? — *No sé.* — ¿De verdad hace falta dar un quinto golpe antes? — *Sí, porque desde el quinto comienza a dar impulso y luego* (al sexto) *la regla se mueve.»*

II: 1 y 2 granos no pesan, pero «*3 es más pesado que 2 y 1.* — ¿2 no es más pesado que 1? — *Sí.* — ¿Pero tú me has dicho que 2 = 0? — ...». «*Si quitamos 1 grano pesa menos que si tuviéramos 1.* — Tú me has dicho que 1 = 0. ¿Qué es lo cierto? — *Que 1 = 0 y 2 = 1 = 0.* — ¿Y para una hormiguita esto pesa? *Sí, porque es más pequeña que nosotros y entonces siente el peso.* — ¿Un peso sólo existe cuando se siente? — *Sí... sí, existe pero no se siente.»*

KET (7;8). I: «*Desde el cuarto, si damos muchos golpes, avanza... Un golpe* (cualquiera) *no hace mucho, muchos golpes hacen que se mueva.* — ¿Y al tercero se mueve? — *No.* — ¿No ha sentido los primeros golpes? — *No.* — ¿Y por qué de repente? — *Porque antes se han dado golpes.* — ¿Es normal o extraño? — *Extraño.* — ¿Qué es lo que parece normal? — *Que se mueva al primero. Quizás es que no lo hemos visto.»* Pero a continuación ($B + B'$, etc.) vuelve a negar los efectos iniciales: «*Sólo ha sentido el quinto golpe.* — ¿Y por qué no el cuarto? — *Porque usted no ha dado bastantes golpes* (antes).» Por el contrario, una barra avanza de forma homogénea «*porque no está cortada en dos, es lo mismo* (en los dos extremos) *si damos un golpe*».

II: Reacciones habituales: + 1 ó — 1 no hacen nada. «Y 0 + 0 + 0... hacen $^1/_2$ gramo (pero atribuido por Ket al montón). — *No.* — ¿Las cosas que no existen hacen algo? — *Sí.»*

RAB (7;6). I: «*Claro que los dos lados* (dos extremos de la barra *A*) *han avanzado. Si empujamos al principio es la misma cantidad.»* Pero los primeros golpes no hacen nada, «*sólo se toca y no se empuja*». Y luego cambia de opinión: «¿Desde el primero? — *No se sabe*», pero luego dice «*desde luego, no*».

II: + 1 = — 1 = 0. Pero el grano tiene peso para la hormiga. Para el niño «*no siente nada, no tiene peso*».

CAV (8;7). I: «*Si avanza en el principio* (de *A*), *debe avanzar en el final, puesto que se mueve toda la plancha*», pero «*sólo avanza al quinto golpe porque es pesada... hay que dar varias veces para tener un golpe más fuerte*».

II: + 1 = 0, pero — 1 es menos pesado.

HAM (8;3). Las mismas reacciones con I: «*Cuando usted ha dado varios golpes más deprisa* (= más próximos), *se ha movido.*» II: + 1 (ó 2, 3, etc.) = — 1 = 0.

FLA (8;7). I: Un golpe no hace nada «*porque era demasiado suave.* — ¿Y 10 suaves? — *Un poco, porque hay varios*». Por el contrario, en II un grano es «*muy poquito*» más pesado y — 1 lo inverso, pero sólo «*cuando hay varios hay peso*».

FIS (8;10). I: La barra *A* avanza hacia el quinto golpe y «*quizás antes.* — ¿Al tercero? — *No, de eso nada.* — ¿Se puede decir que el cuarto es el primero? — *No, a pesar de todo es como si existieran* (desde 1 a 3), *ha hecho un ruido.* — ¿Entonces por qué sólo se mueve a partir del cuarto? — *Porque hay una potencia*».

SEL (9;7). I: «*Muchos golpes dan más fuerza que uno y se mueve.* — ¿Y si comenzara en el tercero? — *Hay que comenzar por el primero, sin eso no se mueve.*»

Estos sujetos pertenecen todos al nivel del comienzo de las operaciones concretas con el progreso que esto significa desde el punto de vista de las cuantificaciones y de las conservaciones. Afirman todos, en particular, la igualdad de los desplazamientos en las dos extremidades de la barra que se empuja «puesto que, dice Cav, se mueve toda la plancha». Ahora bien, esta conquista de la conservación de las longitudes en el caso del desplazamiento no es tan fácil como puede parecer, porque, cuando se trata de dos varillas superpuestas al principio y que luego una rebasa a la otra, hay que esperar, por lo general, hasta más tarde para que se dé una solución que afirme la igualdad cuantitativa de los dos rebasamientos.

Una vez que se dan estos progresos en la cuantificación, todos estos sujetos, tarde o temprano, encuentran bastante raro comprobar que, si de 10 a 15 golpes hacen avanzar la barra *A*, un solo golpe o los 2 ó 3 primeros parece que no tienen ningún efecto. Hay entonces dos soluciones y la primera parece imponerse: «Quizás es que no he mirado bien», dice Mic, por lo tanto, «quizás se ha movido a partir del primero». Pero en el nivel de las operaciones concretas,

en el que la lógica operatoria naciente sólo concierne a lo manipulable y lo perceptible, esta solución de un desplazamiento no percibido se descarta decididamente: «No, no es posible», responde también Mic a la pregunta sobre si el móvil puede moverse incluso cuando no se lo ve. Igualmente respecto al peso de un grano de sal, esos sujetos, aunque admiten que una hormiga lo sentiría, creen que para nosotros que no lo sentimos no existe: véase Rab, etc. (y Ser, aunque dice verbalmente lo contrario, continúa pensando que $2 = 1 = 0$). Ahora bien, esta identificación de lo existente y de lo perceptible, que se mantiene durante casi todo el estadio II, es útil de recordar en cuanto a las relaciones entre lo positivo y lo negativo, que gobiernan los problemas de la contradicción, puesto que excluye las nociones del «casi nada» o del «casi no» indispensables para la cuantificación de lo negativo (véase el capítulo 13, donde las reacciones al «casi vacío» y «un poquito vacío», etc., son sorprendentemente paralelas a lo que vemos aquí, aunque se trate de recipientes claramente perceptibles).

De ahí entonces la segunda solución: es que si los primeros golpes no producen ningún desplazamiento de la barra *A*, son necesarios a pesar de todo, a título de preparación: «Hay que comenzar por el primero, dice así Sel, sin eso no se mueve», o «porque antes (del comienzo visible) se han dado golpes» (Ket). Esta preparación ya no es simplemente la aditividad global del estadio I (que invoca todavía Per, «15 golpes ligeros hacen un golpe gordo», antes de comprobar la aditividad efectiva de los pequeños desplazamientos entre 3 y 15 sin poderla generalizar entre 1 y 3). Se trata más bien de una acción cualitativa y dinámica, pero acumulativa, que consiste «en dar impulso» (Ser, de ahí los golpes «cada vez más fuertes», aunque se consideren «ligeros»), o «una potencia» (Fis); igualmente, cuando Cav dice «hay que golpear varias veces para tener un golpe más fuerte» o cuando Ham habla de «varios golpes más deprisa», piensan en una transmisión acumulativa de efectos sucesivos. Por lo tanto, estamos en el camino de una cuantificación y, entre «nada» (desplazamiento nulo) y los efectos visibles, aparece un intermediario: «es como si existieran a pesar de todo», dice así Fis de los golpes 1 a 3.

Por lo que respecta a los granos de sal, volvemos a encontrar las mismas tendencias. Ket piensa que la adjunción o la supresión de un grano no hacen nada, pero rechaza la ecuación $0 + 0 + 0 + \ldots = {}^1/_2$ gr. (peso que atribuye al «montón»). Fla admite que es sólo «cuando hay varios (cuando) hay peso», pero un grano solo es ya «un poquito pesado», aunque precisando que no se trata de «peso», etc.

§ 3. EL NIVEL IIB Y EL ESTADIO III.—En el primero de estos niveles se precisa la necesidad de los golpes iniciales:

FAB (9;7). I: La barra *B* sólo se mueve a partir del tercer golpe: «*El tercer golpe es el que cuenta: pero el primero y el segundo cuentan también, sin lo cual el tercero sería el primero y no se movería. El primero y el segundo lo mueven un poquito.* — (Se añade *B*.) ¿La barra *B'* siente algo si damos un golpe en *B*? — *Sí, vibrará, pasa de (B) a (B'). — Se sentirá pero no avanzará.*» Después mantiene que con un golpe, *B* no avanza (pero vibra). II: $+n = -n = 0$ hasta 200.

ARI (9;5). I: «¿*(A)* se ha movido desde el primer golpe? — *No, desde el cuarto un poquito.* — ¿Al tercero nada? — *No estoy segura de que sea el cuarto. Pero si es el cuarto, el tercero habría empezado a vibrar un poquito, se preparaba, pero no se ha visto.* — ¿Al segundo? — *Pues menos que al tercero.* — ¿Y al primero? — *Nada de nada, pero da un choquecito, que hace vibrar el segundo y el tercero, y al cuarto comienza a moverse.*» II: Un grano «*no tiene ningún peso*», pero «¿añadir un grano donde no había nada? — *Hace que sea un poquito*» más pesado.

BON (10;9). I: la barra *A* sólo avanza al quinto. «Entonces si comienzo en el quinto, ¿se moverá? — *No, debe comenzar desde el principio, los primeros hacen que se mueva muy poquito.* — ¿Pero no avanza realmente hasta el quinto? — *Sí.*» II: al contrario que Ari, Bon mantiene que «*un grano de sal solo tiene muy poquito peso*», pero que si se añade no es más pesado que antes: «*Hace falta mucho.*»

DOM (10;3). I: «*(A) avanza ya desde el quinto, pero muy poco.* — ¿Los 4 primeros no cuentan? — *Se mueve, pero no se puede ver.* — ¿Y en 2? — *Incluso si no se ve, no se mueve.* — ¿Y 1 y 2 es como si no existieran? — *No, hay que dar 3 golpes en cualquier caso.* — ¿Los dos primeros no cuentan? — *Cuenta desde el segundo, pero no se ve.* — ¿Y el primero? — *Se mueve a pesar*

de todo, pero no se ve nada.» II: un grano: «*Pesa algo, pero nosotros tenemos mucha fuerza, es como si no se tiene nada, no se puede imaginar.* — ¿Y si quito un grano, pesa menos? — *Sí, pero casi nada menos.* — ¿Y 2 granos pesan más que 1? — *Sí, dos veces más que uno.»*

ROS (10;9). I: Comienzo del movimiento al sexto golpe «*porque el primero no tiene la fuerza del sexto*», pero se pregunta después si al primero «*se moverá un poquito*». II: «un grano en la huevera ¿hace más pesado que antes? — *Sí, un poquito*».

DUV (11;0). I: *A* sólo avanza «*desde el noveno golpe.* — ¿Y al octavo? — *Ha empezado un poco.* — ¿Y al séptimo? — *No.* — ¿Como si no hubiera nada? — *Sí.* — ¿Como si estuviera inmóvil? — *Estaba un poquito.* — ¿Y al sexto completamente inmóvil? — *Sí.* — ¿Y del primero al sexto? — *Comenzaba a venir.* ¿Cómo? — *Se ha movido un poco en ese sentido* (gesto de sacudida)». — *B* y *B'*: «*Se ha movido desde el tercer golpe.* — ¿Y el segundo? — *Ha empezado a vibrar, pero no se ha movido.* — ¿Al primero? — *Ha vibrado, pero menos que en el segundo.»* II: Un grano, «*pesa más que antes, el peso del grano se añade a la huevera*».

Finalmente presentamos casos del estadio III con sus respuestas exactas desde el comienzo.

EVY (11;3). I: Un golpe: «*No he visto*», y después de 10 golpes: «*Se ha movido porque se han dado todos seguidos, uno después de otro.* — ¿Y desde el primero? — *No, al principio no se ve. Sí, es necesario, si no no se movería* (al décimo). *Quizás se mueve un poquito sin que se vea, sin lo cual no se movería nunca.* — ¿Se mueve tanto al principio de la barra como al final? — *Claro, no puede encogerse.»* II: un grano: «Tiene un poco de peso que no se siente.»

NGU (11;5). I: «*Hay que empezar desde el primero porque el primero y el segundo es como si se dieran golpes que no son fuertes y aumenta... como si se diera cada vez más fuerte.»* II: Un grano: «(Ríe) *¡pesa una milésima de miligramo!»*

ISA (11;10). I: «*¡Si no se mueve la primera vez, no se mueve la decimoquinta!»*

GAD (11;11). «¿Primer golpe? — *Quizás se desplaza muy muy poco y si se dan varios golpes se puede ver.»* II: Un grano: «*Muy poco, casi nada, no pesa casi nada.»*

LIV (11;4). I: Después de 10: ¿El primero? — *Es como si se moviera. Realmente se mueve, pero no se ve.* — ¿Cómo sabes que es realmente? — *Es que se da un golpe: tiene que moverse a la fuerza un poquito.*»

Vemos que en el nivel IIB se alcanza un progreso sensible en la coordinación de lo positivo perceptible y de lo negativo invisible: algo ocurre bajo el efecto de los primeros golpes, aunque no se trata todavía de desplazamientos propiamente dichos. Ari es el más explícito: el primer golpe produce «un choquecito» que al segundo golpe «hace vibrar» la barra, y aún más al tercer golpe; finalmente «al cuarto, comienza a moverse». La misma solución en Duv: al segundo golpe «ha comenzado a vibrar, pero no se ha movido», luego la idea se extiende al primer golpe y con los golpes 1 a 6 se puede decir que «comenzaba a venir», o como dice Ari «se preparaba». Por lo tanto, estos sujetos tienen la idea de que entre la negación de los desplazamientos visibles y su afirmación debe haber un término medio, puesto que su aparición no comienza con los primeros golpes: de ahí la necesidad de una cuantificación de estos grados intermedios y de una aditividad continua. Pero al estar persuadidos, según las leyes del estadio II, de que lo no perceptible no existe, no hablan todavía de desplazamientos muy pequeños y recurren a términos de transición dinámicos: choques, vibraciones, sacudidas, etc. Otros sujetos, finalmente, dan el salto y admiten con Dom que la barra, desde el primer golpe «se mueve a pesar de todo, pero no se ve nada», lo cual constituye la solución del estadio III, pero después de tanteos.

En cuanto al peso del grano de sal, la solución es muy paralela (y es notable este paralelismo entre dos situaciones tan diferentes): Ari y Bon distinguen tener peso y hacer más pesado, el primero de estos sujetos le concede al grano una de estas propiedades pero no la segunda y el otro sujeto hace a la inversa. Dom, por el contrario, acepta las dos, aunque no se pueda «imaginar» tales cantidades mínimas, de tal forma que si quitamos un grano, «es casi nada menos».

Las respuestas del estadio III señalan finalmente el cambio de dirección decisivo característico de este período de

las operaciones formales: la primacía de la deducción necesaria sobre la supeditación a los observables. «Es necesario», dice Evy, que el desplazamiento comience desde el primer golpe, «sin ello no se movería nunca»; o «tiene que moverse a la fuerza», declara Liv, y ocurre «realmente, pero no se ve»; o también Isa: «si no se mueve la primera vez, no se mueve la decimoquinta». Por lo tanto, hay, finalmente, aditividad de los pequeños desplazamientos, cada uno de los cuales es imperceptible, pero cuya suma es visible, y no ya un efecto acumulativo en cuanto dinámico (Ngu que habla de golpes cada vez más fuertes se cuida de decir «es como si»). En cuanto al peso de los granos de sal, ya no hay problema: un grano tiene «un poco de peso que no se siente» (Evy).

§ 4. CONCLUSIONES.—En la mayor parte de las situaciones en las que se trata de coordinar las afirmaciones y las negaciones, son las primeras las que se sobreestiman (generalizaciones excesivas, etc.) y las segundas las que se olvidan. Por el contrario, en la presente investigación, intervienen más negaciones de las que se consideran, finalmente, como legítimas, y esto no ocurre en virtud de una tendencia inicial a sobreevaluarlas, sino porque la ausencia de observables perceptibles da lugar, imperativamente, a falsas inferencias (no desplazamientos). El problema reside, entonces, como de costumbre, en coordinar estas afirmaciones y negaciones encontrando grados de cuantificación complementarios los unos de los otros en estos dos campos de lo positivo y lo negativo. De hecho la solución parece simple: a partir de un desplazamiento visible que se puede afirmar después de diez o quince golpes, basta con construir una operación negativa (división o sustracción que retroceda en la serie de golpes paso a paso) susceptible de encontrar los desplazamientos elementales mínimos cuya multiplicación o adición da el desplazamiento final total. Pero como este cambio elemental de posición «casi no» es un desplazamiento, puesto que permanece invisible, a la vez que es ya una «parte muy pequeña» del todo que se observa al final, esta coordinación de las afirmaciones y las negaciones, que sería facilísima si cada elemento fuera visible, se convierte en un asunto de

puras inferencias cuyo análisis es, entonces, instructivo en lo que se refiere a la coordinación de las afirmaciones y de las negaciones.

Al principio la incoordinación es completa, puesto que tenemos que $(0 + 0 + ...) > 0$, por el hecho de que un desplazamiento positivo procede de desplazamientos nulos que, sin embargo, son necesarios; igualmente *n* granos de sal tienen un peso mientras que ninguno de ellos pesa. La primera solución en la que piensa el sujeto es interesante en el sentido de que traslada inmediatamente el problema del plano de los desplazamientos al de su causalidad, es decir, al del factor de producción positiva que los explica y que es la fuerza de los golpes; entonces, el efecto negativo se explica por una acción positiva insuficiente en el sentido de que los golpes iniciales son demasiado ligeros, pero «varios golpecitos hacen un golpe grande», dice ya Bro en el estadio I. Pero el problema que se plantea entonces es el de la naturaleza de esta aditividad y sobre todo el de dónde se encuentra: ¿en qué lugar se registran estos golpes ligeros sucesivos de forma que su suma produzca un golpe fuerte? Está claro al principio que es en la persona que da los golpes; de ahí la consecuencia de que golpee cada vez más fuerte. Pero esta interpretación que explicaría, efectivamente, la aparición brusca y discontinua de un desplazamiento se contradice con el hecho, reconocido por el sujeto, de que todos los golpes sucesivos son ligeros. De ahí entonces la solución del nivel IIA: Los golpes se registran en el objeto y, antes de desplazarlo, le dan ya una especie de «impulso» o de «potencia», porque, como dice Fis, los golpes uno a tres «es a pesar de todo como si existieran», cosa que constituye un bonito punto intermedio entre lo negativo y lo positivo (pero también un hermoso ejemplo de compensación incompleta). En el nivel IIB una transición más conduce al desplazamiento: es la «oscilación» o la «vibración» que dan los golpes en «preparación» de este desplazamiento. Pero sólo es en el estadio III cuando las operaciones inversas de partición y de reunión se coordinan de entrada, lo que asegura la solución del problema.

Ahora bien, el hecho extraño en esta evolución es que, más que admitir la existencia de desplazamientos muy pe-

queños que no se ven (cosa que el sujeto considera «imposible» durante mucho tiempo), pero que darían lugar a una aditividad simple con inversos evidentes el niño recurre al principio a especies de efectos acumulativos dinámicos que tampoco se perciben (no se ve el impulso, la potencia, ni siquiera las vibraciones) y que no pueden ser cuantificados sino de forma ordinal y cualitativa. De hecho hasta el estadio III el sujeto no consigue coordinar las operaciones negativas (inversas) y positivas, y lo que para él hace las veces de negaciones parciales (pequeño desplazamiento invisible) sólo son afirmaciones debilitadas, que insisten simplemente en lo que falta todavía para que los golpes produzcan un desplazamiento efectivo. Lo que el sujeto busca para eliminar las contradicciones es, en efecto, un «casi desplazamiento» y no un desplazamiento «casi nulo», sino precisamente no nulo. En este sentido los resultados, a la vez que recuerdan a los del capítulo 1 sobre las diferencias no perceptibles, son igualmente paralelos a los del capítulo 13 sobre las dificultades de coordinar lo lleno y lo vacío hasta la constitución de una cuantificación que permita componer las afirmaciones y las negaciones.

En cuanto al problema de los granos de sal, de los cuales, al principio, ninguno tiene peso, mientras que su suma en un montón de repente sí lo tiene (desde 9, 100 ó 200, etc.), la incoordinación de las negaciones y las afirmaciones es todavía más flagrante. Este problema es menos rico en soluciones, puesto que no intervienen en este caso acciones causales como dar un golpe, sino simplemente reuniones o disociaciones y las primeras no poseen, en cuanto actos, más o menos fuerza. Es tanto más sorprendente que el sujeto no vea durante mucho tiempo ninguna contradicción en la composición $(0 + 0 + \ldots) > 0$, cuanto que se trata de las propiedades de los objetos solos [1]. Sin embargo, es necesa-

[1] Recordemos que en el capítulo 2 hemos encontrado ya una composición aditiva análoga en la que el todo no es igual a la suma de las partes. Ahora bien, en una situación más simple como es la de este experimento, nos ha parecido que la acción que interviene no constituye todavía una adición operatoria (comparable a un desplazamiento en el sentido de que lo que se ha añadido en un lado se ha quitado necesariamente del otro) sino que sigue siendo análoga a las acciones aditivas sin sustracción complementaria que se observan en el nivel de las no conservaciones, produciendo entonces la acción una nueva adjunción material (aumento de la

rio recordar la existencia de una opinión sorprendente y frecuente, según la cual el hecho de quitar un grano del montón lo hace más ligero, mientras que la adjunción de una unidad no modifica para nada el peso total. Ahora bien, esto sugiere una explicación posible: un montón menos un grano es «casi el mismo montón», pero ya no es el montón entero, mientras que un montón más un grano es siempre el mismo montón, si se hace caso omiso de toda cuantificación cardinal.

En resumen, vemos en estos dos grupos de hechos un nuevo ejemplo de desequilibrio por incoordinación de las afirmaciones y las negaciones, o de las operaciones directas e inversas y, si no comprobamos bajo la misma forma espectacular que encontramos a propósito de lo lleno y lo vacío (capítulo 13) la primacía de la afirmación volvemos a encontrar su causa fundamental que es la primacía de lo observable en el sentido de lo directamente perceptible, en relación con lo que no se ve: los sujetos jóvenes que reconocen unánimemente que el grano de sal es pesado para las hormigas llegan incluso a rechazar cualquier peso para este grano porque no lo percibimos.

SECCIÓN II.—EL APILAMIENTO DE LAS HOJAS DE PAPEL

Con C. Dami

Otro problema sugerido por R. Carreras consiste en hacer construir dos pilas de la misma altura con fichas de papel delgado, en hacer verificar estas alturas conectando la parte superior por medio de una regla que el sujeto considera horizontal y en preguntar a éste si, quitando o añadiendo una sola hoja de papel en uno de los montones, las alturas permanecen iguales y la regla horizontal.

TÉCNICAS.—Las técnicas utilizadas han variado algo, pero el principio general es muy simple. Como introducción hacemos

cantidad de materia, etc.). En este caso particular, ese carácter de producción irracional es todavía más paradójico puesto que la acción de juntar en un montón, produce algo (> 0) ¡a partir de nada!

que el niño construya dos pilas iguales de 6-8 placas de plástico por correspondencia biunívoca haciendo verificar con la regla la igualdad de las alturas. Luego construimos o hacemos construir dos montones de 80-100 hojitas de papel delgado con el mismo procedimiento de correspondencia. Preguntamos entonces si una diferencia de una hoja modificará las alturas, verificables con la regla, o cuántas hojas hay que quitar o añadir para obtener una modificación real.

§ 5. INTRODUCCIÓN Y EJEMPLOS.—Estos problemas parecen completamente equivalentes a los de la sección I de este capítulo, pero esto sólo es cierto con una pequeña diferencia que, sin embargo, puede tener su importancia. En el caso de los desplazamientos después de impulsos o en el de los granos de sal, las evaluaciones cuantitativas se basan en operaciones aditivas elementales que tratan de una sola variable: desplazamientos o pequeños movimientos cuyas longitudes reunidas dan un desplazamiento mayor; pesos de granos aislados o pequeñas cantidades que resultan de su adición (peso de una «pizca» de granos de sal, etc.). En el presente caso, por el contrario, la evaluación puede o bien permanecer ordinal o cualitativa (la altura de una pila rebasa la de la otra o no y la regla permanece horizontal o no), o bien basarse en la correspondencia biunívoca de la cual se ha partido para construir las dos pilas que hay que comparar, pero en los dos casos se trata de dos variables que hay que poner en relación.

Ahora bien, estas diferencias pueden desempeñar un papel. En particular no hemos encontrado, excepto en uno o dos casos, oposiciones entre los efectos de quitar una hoja o de añadirla, como ha ocurrido con los granos de sal de las preguntas II de la sección I; y esto es evidente porque si se puede concebir que quitar un grano de un pequeño montón modifica su integridad, mientras que al añadir uno es «siempre el mismo montoncito», el problema de la supresión o de la adjunción de una hoja a uno de los dos montones no se plantea en términos de identidad (altura absoluta) de uno o del otro, sino solamente en términos de rebasamiento: ahora bien, desde ese punto de vista ya no hay diferencias entre añadir o quitar.

Veamos algunos ejemplos de reacciones del nivel IA:

ISA (6;6) prevé que al quitar una hoja de un lado, los montones *«ya no están a la misma altura»* y que la regla estará *«inclinada»*. — ¿Segura? — *Sí.* — Mira. — *Todavía está recta.* — ¿Y con 2? — *No, una más.* (Prueba con 3.) *No, la regla sigue plana. Las hojas no son gordas, entonces si quito una estará siempre a la misma altura.* — ¿Y con dos? — *No se puede adivinar.* — ¿Y con ese montón (4)? — *Con este montón se adivina: ¡son gordos estos trozos!*

FAV (6;6) las mismas reacciones iniciales, y luego, después de comprobaciones: «*No se inclina.* — ¿No hay diferencias de altura? — *No.* — ¿Cuánto hace falta? — *10.*»

NAD (6;7). «*Son finas, es como si no se hubiera quitado nada.* — ¿Y 2? — *Tampoco.* — ¿Y 3? — *Tampoco.* — ¿Y 4? — *Tampoco.* ¿Y 5? — *Ahora cambia.* — ¿La quinta es la que hace que cambie el montón? — *Sí.* — ¿Es una tarjeta como las demás? — *Claro, pero es que se quita poco a poco algo: al final hay una diferencia.*» A continuación Nad pasa al estadio II.

Podemos distinguir todavía un nivel IB caracterizado por las dudas del sujeto:

VIC (5;10) responde fácilmente a las preguntas preliminares sobre las placas de plástico. «Y si quito aquí una hoja de papel, ¿los dos montones se quedarán iguales? — *No.* — ¿Y la regla? — *Estará inclinada.* — ¿Como con las placas? — *Sí.* — (Comprobaciones.) — *No está inclinada.* — ¿Por qué? — *Son siempre los mismos pisos.* — ¿Y sin embargo he quitado un piso de este lado? — *Sí.* — ¿Como con las placas? — (No.) *Es muy gordo.* — ¿Y el papel? — *Es muy fino.* — ¿Y si quito una hay diferencia? — *Sí, un poquito más bajo.* — ¿Y la regla? — *No se ve diferencia porque es la misma altura.* — ¿Y si añado una hoja es la misma altura? — *No* (pone las manos sobre las pilas). *He puesto la mano allí y es más bajo* (en el otro lado). — ¿Y la regla? — *Estará un poco inclinada.* — Mira. — *Sí.* — ¿Inclinada? — *Sí, lo veo.* — ¿Y si quito una hoja? — (Duda.) — ¿Y si añado? — *Los dos igual de planos.* — ¿Cuánto hace falta para que esté más alto? — *Poner 3 allí.*»

FRA (6;7) prevé que la regla se inclinará después de que se haya quitado una hoja. Comprobación: «*No, se queda recta... quizás es también de la misma altura. Si quitamos todo* (= más), *se inclinará.* — ¿Pero si quitamos 1? — *No se inclina en absoluto... si quitamos 2 a la vez, se inclinará.* — ¿Y si añadimos 1? — *Siempre la misma altura porque la hoja se aplana.*»

Antes de discutir estos hechos, examinemos todavía las respuestas del estadio II:

RAL (7;0), sin la demostración con placas de plástico: «¿Si quito una hoja? — *Es un poquito más pequeño.* — ¿Lo ves? — *No se puede ver apenas... no se ve casi, pero no es lo mismo.* ¿Y la regla? — *No se ve, pero ya no está plana.*»

CHA (7;3), después de una hoja: «*La regla está recta porque las hojas son delgadas.* — ¿Y las alturas? — *En realidad no son lo mismo porque se ha quitado una hoja.*»

MOS (7;1): «*No se ve que la regla esté inclinada, porque es demasiado fino.*»

GRI (7;5): «*Parece que es lo mismo, pero en efecto* (de hecho) *no es la misma altura.*»

CAL (7;3): «*Los dos montones no tienen la misma altura, pero podríamos creer*(lo)*. Pero hay a pesar de todo una hoja menos.*»

§ 6. CONCLUSIÓN.—Considerando solamente la sucesión de las etapas, esta evolución es, a grandes rasgos, la misma que la de las preguntas de la sección I: las desigualdades no perceptibles se consideran al principio como inexistentes (como ocurre entre los sujetos más típicos del nivel IA: Isa y Fav) y al final como existentes con toda seguridad, pero no visibles debido a la delgadez del papel (estadio II). Pero al comparar estos dos grupos de resultados, nos sorprenden una serie de diferencias muy notables:

a) En primer lugar, hay un desfase considerable entre las edades a las que se adquiere una explicación satisfactoria. Hay que esperar hasta el estadio III de 11-12 años en el caso de los desplazamientos y, con respecto a los granos de sal, apenas se alcanza en el nivel IIB, y sólo se consigue hacia los 10 años; por el contrario, en los presentes rebasamientos en altura, casi todos los sujetos de 7 años responden correctamente desde los comienzos del estadio II y varios lo logran en el nivel IB.

b) La segunda diferencia notable es que, si en el estadio II los sujetos interrogados acerca del desplazamiento de una varilla no consideran «posible» que se produzca un movimiento sin que se vea (aunque formulen la hipótesis de haber «mirado mal»), los sujetos de este experimento lo encuentran muy natural desde los 7 años (a pesar del carácter «concreto» de las operaciones de este nivel IIA), y poseen, desde el nivel IB de 5 ½ -6 años, la idea de que un montón de tarjetas sea más bajo que otro y de que una regla esté ligeramente inclinada sin que se pueda comprobar visualmente, porque una hoja de papel es «demasiado fina» o «demasiado delgada» para que se perciba su espesor. Hay una oposición bastante sorprendente entre los juicios acerca de los desplazamientos o el peso de los granos de sal (que no es nulo para una hormiga, pero que lo es para nosotros porque es imperceptible), y las interpretaciones de los rebasamientos.

c) Una tercera diferencia es, como ya se ha dicho, que no encontramos apenas oposiciones entre «añadir» y «quitar» una hoja, mientras que son frecuentes con respecto al grano de sal y siempre en el mismo sentido (añadir no modifica nada, pero quitar sí altera el montón). Entre los sujetos de este experimento, Vic cree momentáneamente que quitar una hoja no cambia la altura del montón, pero que añadir hace que la regla tome una inclinación que él pretende incluso «ver», mientras que para Fra quitar modifica esta inclinación y añadir no hace nada porque la regla «aplana la hoja» (bonito compromiso, pero todavía contradictorio porque una hoja que se ha hecho más delgada conserva un grosor). Entonces, el problema reside en explicar estos tres tipos de diferencias entre las reacciones a los desplazamientos y a los rebasamientos, cuando ambos son imperceptibles. Ahora bien, desde el punto de vista de las adiciones y sustracciones, es decir de los elementos positivos o afirmativos y negativos, es evidente que existe una oposición de estructura entre estos dos procesos: un rebasamiento supone necesariamente dos términos, *A* que rebasa a *B* y *B* que es rebasado, mientras que un desplazamiento o movimiento simple no llega a ser relativo más que en un cierto nivel de

comprensión (cf. la relatividad galileica comparada con los movimientos absolutos de los aristotélicos). De ello resulta que un rebasamiento constituye desde el principio una relación asimétrica cuyos valores son seriables, mientras que un desplazamiento se puede concebir durante mucho tiempo en términos de cualidades absolutas. Además si *A* rebasa a *B*, todo avance de *A* sobre *B* se traduce por una inferioridad en «menos lejos» o «menos alto» respecto a *B;* lo que coordina las modificaciones, a la vez, de lo positivo y de lo negativo. Por el contrario, un desplazamiento de *A* solo, que se considere pequeño o grande, no implica todavía (antes de la relativización de estos predicados) que «más pequeño = menos grande» o «más grande = menos pequeño» ni, por lo tanto, que «casi nada = muy poquito de algo». En resumen, un rebasamiento cualquiera implica una serie de valores posibles y relativos, comprendidos entre un rebasamiento nulo (igualdad de los niveles y horizontalidad de la regla) y los rebasamientos muy grandes, mientras que los desplazamientos se conceptualizan como predicados no relativos afirmados o negados en bloque. De todo esto se desprende que una serie decreciente, como la de los rebasamientos claramente visibles, poco visibles, apenas visibles e invisibles, es mucho menos sorprendente para los sujetos del comienzo del estadio II que los desplazamientos que existieran, pero que fueran imperceptibles.

A estas consideraciones lógicas se añaden las condiciones de evaluación métrica que pueden desempeñar un papel desde los comienzos y que llegan a ser esenciales en el estadio II; en efecto, en la medida en que el sujeto se acuerda del modo de construcción de las dos pilas de hojas, por correspondencia biunívoca más o menos cuidadosamente observada, la adjunción o la supresión de una hoja establece la ruptura de esta correspondencia término a término y esto de nuevo con coordinación necesaria de las relaciones positivas y negativas (más de un lado = menos del otro). Por el contrario, los desplazamientos de las varillas o modificaciones del número de granos, en la sección I, no consisten más que en aumentos o adjunciones sin sustracciones (pero con posibilidad de lo inverso en el caso de los granos) ni, sobre todo, correspondencia que implique la coordina-

ción de las relaciones positivas y negativas. Ahora bien, desde un punto de vista semejante, recordamos (sección I, § 3) que todavía en el nivel IIB, los sujetos de 9-10 años, que continúan excluyendo la posibilidad de movimientos reales, pero invisibles, prefieren entonces imaginar «casi desplazamientos» (sacudidas, vibraciones, «preparaciones», etcétera), más que desplazamientos «casi nulos», es decir positivos pero imperceptibles. Por el contrario, y sobre todo si el sujeto se refiere a una correspondencia biunívoca, no se le ocurre hablar de un «casi rebasamiento» porque, añadiendo o suprimiendo una hoja por delgada que sea, hay ya la introducción de una desigualdad, puesto que este cambio actúa, a la vez, a favor de una de las pilas y en contra de la otra.

En una palabra, las diferencias notables entre los resultados descritos en las secciones I y II son tan instructivas como las contradicciones eliminadas mucho más tardíamente en las reacciones de la sección I para mostrarnos el papel fundamental de las compensaciones entre lo positivo y lo negativo en la equilibración de un pensamiento que intenta eliminar sus conflictos. Sólo una coordinación de este tipo permite, en efecto, dominar la noción paradójica del «casi no», que logre conciliar el mínimo de positivo con el máximo de negativo compatible con lo positivo, e incluso conferir a este concepto la significación dinámica y relativa de una magnitud seriable en oposición a los predicados estáticos y absolutos.

15. LAS CONTRADICCIONES EN EL CASO DE FACTORES EXTERIORES MULTIPLES

Con Thalia Vergopoulo (Sección I),
M. Gainotti-Amann (Sección II)
y J. de Lannoy (Sección III)

SECCIÓN I.—LOS MOVIMIENTOS RELATIVOS

Con Thalia Vergopoulo

Toda acción, aunque sea doblemente positiva en la caracterización (lógica) de su objetivo y en el movimiento (cinemático o vectorial) que le aproxima a ese fin, supone dos tipos de negaciones o de propiedades negativas; unas externas, que consisten en excluir lo que no es ella misma, y en particular las acciones próximas pero distintas con las cuales podría ser contradictorio confundirla, y otras internas, que hacen corresponder al avance hacia el fin un alejamiento a partir del punto de origen. Hemos visto (capítulo 9, sección II) a qué contradicciones puede conducir el descuido de estas últimas condiciones negativas, pero es en el campo de los movimientos relativos donde ambas son particularmente importantes: cuando un movimiento *A* se pone en relación con otro movimiento *B*, es esencial, por una parte, distinguir este movimiento *A* del desplazamiento *A'* de sentido contrario y, por otra parte, tener en cuenta su punto de partida y no sólo el de llegada. Conocemos desde hace tiempo estos problemas de los movimientos relativos, pero nos ha parecido interesante volver a ocuparnos de ellos en un caso especialmente simple: el de un viajero que recorre el interior de un tren mientras éste atraviesa un túnel; el problema consiste en saber si el viajero permanecerá más tiempo o menos tiempo en el túnel según que se mantenga inmóvil en su sitio o que camine en la misma dirección que el tren, o en sentido inverso. Se trata en este caso de examinar entre otras cosas si los éxitos serán tan tardíos

(11-12 años) como en nuestros antiguos problemas sobre el movimiento relativo y si las dificultades y contradicciones dependen efectivamente del olvido de estos dos tipos de condiciones negativas que acabamos de señalar.

Se dispone de un largo túnel de cartón que se puede levantar sin moverlo abriéndolo como un libro y de un largo tren que lo recorre. Dos personajes, uno negro *N* y otro blanco *B* pueden permanecer inmóviles (situación 0), cada uno en uno de los extremos del tren y el problema que se plantea ya en ese caso es saber si uno de los dos permanecerá más tiempo en el túnel que el otro o no. En la situación I, *N* está primero en la parte delantera del tren y lo recorre en sentido inverso a su marcha. Situación II: *N* está detrás, *B* delante y *N* camina hacia adelante, es decir, recorriendo el tren en el mismo sentido que éste. Situación III: *N*, delante del tren, se dirige hacia *B*, que está atrás, pero hacia la mitad vuelve a su sitio a buscar el periódico y luego nuevamente hacia *B* en la parte de atrás. En la situación 0 se puede añadir la posición de *N* y *B* inmóviles, pero ambos en la parte delantera del tren y en la situación II se puede añadir II bis, en que *B* y *N* están atrás y luego *N* va hacia adelante.

§ 1. EL ESTADIO I.—En un nivel 0 de 4 años los sujetos no comprenden el problema, pero desde un nivel IA de 5 años responden a la pregunta y se centran o bien en la entrada en el túnel o bien, y sobre todo, en la salida:

LUQ (5;10). Situación 0 (inmóviles): «¿Han estado el mismo tiempo en el túnel? — *No, cuando uno (B) estaba atrás, el otro (N) estaba delante.* — ¿Pero *N* ha entrado primero? — (Manipula y comprueba de nuevo.) *Sí, porque N entra en el túnel, luego N ha salido y el otro también.* — ¿Entonces han estado el mismo tiempo? — *No, B está más porque está después.* — ¿Pero *N* ha entrado primero? — *Sí.* — ¿Entonces lo mismo? — *No, B está más, porque B está en el túnel cuando N está fuera.*» Situación II: «¿El mismo tiempo? — (Vuelve a hacer que *N* camine hacia delante.) *Sí, porque N ha ido a ver a su amigo* (han salido, pues, juntos).» II bis: «¿El mismo tiempo? — *No, B más* (correcto), *porque estaba al final del todo* (razón inadecuada).» Situación I: «*El mismo tiempo, porque N fue a ver a su amigo* (y salieron juntos).» Repetición de la situación 0: «*N más porque estaba primero dentro.* — ¿Quién ha salido primero? — *N.* — ¿Quién entra el último? — *B.* — ¿Quién sale el último? — *B.* — ¿Entonces, el mismo tiempo? — *No, B más, porque estaba detrás.*»

BON (5;11). Situación 0: «*Es B el que está más, porque N está al principio y B al final.*» Situación I: «*Los dos están igual en el túnel.* — ¿Por qué? — *Porque N quería ir hacia B y después han salido del túnel juntos.*» Situación II: «*B está más porque ha salido el último* (correcto de hecho, pero con un argumento falso).»

BAC (5;5). Situación 0: «*B está más que el otro.* — ¿Por qué? — *Porque está detrás, está más tiempo en lo oscuro.*» Situación II: La misma reacción que Bon.

KAS (5;9). Situación 0: «*N entra antes y está más tiempo.* — ¿Pero también sale antes? ¿No están el mismo tiempo? — *Sí... no, el B está más cuando se sale y N más cuando se entra. Están lo mismo.* — ¿No uno más que el otro? — *El B más tiempo porque sale el último.*» Situación I: «*Los dos lo mismo porque salen juntos*», luego «*B está más porque N entra antes y B después*».

CAN (6;1). Situación III: «*Han estado al mismo tiempo en lo oscuro y después N se ha quedado* (vuelto) *un poquito a su sitio para coger el periódico* (lo que, por tanto, no tiene importancia). — ¿Entonces *N* ha estado más, menos o igual? — *Lo mismo: Cuando N estaba allí* (detrás después de haberse encontrado con *B*) *han estado un poquito en lo oscuro.*»

Lo característico de estas reacciones es, por tanto, descuidar los trayectos y sus direcciones, aunque se perciben y reproducen bien, y juzgar la duración en el túnel basándose esencialmente en el orden de salida, aunque el de entrada se observe también. Kas percibe un instante que en la situación 0 (inmóviles en los dos extremos) los dos órdenes se compensan, pero, después de haber atribuido más importancia al principio a la entrada anterior de *N*, vuelve a la idea general de que el último que sale permanece más tiempo [1]. Incluso en la situación III con búsqueda del periódico, no cambia nada para Can.

[1] Ciertamente podríamos sospechar en este caso que existe un malentendido semántico sistemático ya que los términos «permanecer más en el túnel» pueden significar o bien «salir más tarde», pero con idénticas duraciones de permanencia, o bien «permanecer durante una duración más larga». Pero a lo largo de extensos interrogatorios (los extractos de los que se citan están reducidos considerablemente) hemos tomado, naturalmente, todas las precauciones para que los términos empleados «el mismo tiempo» se entiendan adecuadamente en el sentido de una duración y no

Con el nivel IB los desplazamientos comienzan a desempeñar un papel, primero negativo y luego positivo, pero independiente de su dirección con respecto a la del tren:

ALA (6;5). Situación I: «*El B ha estado más.* — ¿Por qué? — *Porque no se ha movido. El N permanece menos tiempo* (falso) *porque se ha movido.*» Situación II: «*B está más. No se ha movido.*» Situación 0: «*Los dos han estado más. El B y el N han estado el mismo tiempo.* — ¿No uno más que el otro? — *No, el N y el B están más.* — ¿Por qué? — *Porque no se han movido, entonces se quedan en sus sitios.* — Los que se mueven están... *Menos tiempo.* — ¿Por qué? — *Porque el otro, el...*» Después Ala cambia de opinión momentáneamente, sin duda bajo la influencia de esa pregunta sin respuesta, y luego vuelve a la idea de que el movimiento disminuye la duración.

GIA (6;9) piensa igualmente que en la situación I *N* está menos tiempo porque se ha movido, mientras que *B* está más en el túnel «*porque estaba en la cola y no se ha movido del sitio*». La misma respuesta para la situación II, pero en la situación 0 Gia vuelve a las reacciones IA: *B* más, «*porque ha pasado después* (por el túnel)».

CAT (6;4), por el contrario, estima en la situación II que el *N* permanece más tiempo: «*Es ciertamente el N porque debe andar para encontrar a su amigo.*» Igualmente en la situación I: «*Debe andar para encontrar a su amigo.*» Situación 0: «*El mismo tiempo, porque cada uno se ha quedado en su sitio.*»

COR (7;7). Situaciones I y II: «*N está más tiempo porque ha andado.*» Situación 0: «*Están igual porque no se han movido.*»

La reacción de Cat y de Cor parece la más normal: moverse exige tiempo y eso aumenta la duración en el túnel. Las reacciones inversas se explican sin duda como un compromiso entre los residuos del tipo IA (el que está en la cola del tren está más tiempo) y la consideración de los desplazamientos. Pero ésta, que sigue siendo todavía independiente de las direcciones, puede conducir evidentemente

---

del orden de sucesión de las salidas. Pero, como ya es bien sabido, estos dos tipos de nociones, métrica y ordinal (cf. en el espacio «[trayecto] más largo» = «llegar más lejos»), permanecen indiferenciadas en el estadio I, no por simple malentendido verbal, sino por razones de conceptualización efectiva.

tanto a la idea de que cada movimiento aproxima a la salida y disminuye el tiempo de estacionamiento en lo oscuro como a la idea contraria de Cat y de Cor a la que vuelven a veces algunos sujetos del nivel IA. Obsérvese, además, que todas las respuestas precedentes se han dado después de comprobaciones, pues las preguntas sobre anticipaciones eran demasiado difíciles en este estadio I. En esas condiciones es posible, multiplicando las comprobaciones, procediendo muy lentamente o planteando preguntas que facilitan la lectura, obtener finalmente una descripción correcta de las duraciones, pero sin explicaciones y con la condición de limitarse a los dos personajes *N* y *B*. Por el contrario, si se añade un tercero en las situaciones I y II (la mujer *M* de *N* que permanece inmóvil en el lugar inicial de *N)*, la propia lectura se torna demasiado compleja en lo tocante a las relaciones entre *B*, *N* y *M*.

§ 2. LOS ESTADIOS II y III.—El nivel IIA establece ciertos progresos sensibles en las comprobaciones y su explicación, pero que todavía no están precedidos de anticipaciones correctas:

RAU (7;2) prevé para la situación I que *B* estará más «*porque está detrás*», lo cual es, pues, una reacción del estadio I. Por el contrario, después de dos comprobaciones: «*N permanece más tiempo porque B se queda en el sitio y N va hacia B.*» En la situación II (comprobación): «*B está más porque está siempre detrás y N ha estado delante... y ha salido antes.*» Situación 0: «*Los dos están lo mismo.* — ¿Por qué? — *Porque B ha rodado y N también: han rodado lo mismo.* (Rau no invoca ya simplemente su inmovilidad, en oposición a los desplazamientos, sino ¡un mismo movimiento del tren!). — Pero un niño me ha dicho que *N* está más porque entra antes. — (Se ríe.) *Sí, N ha entrado antes y B después, pero B también ha salido después.*»

DID (8;3) prevé para la situación I que *B* «*está más porque es N el que cambia de sitio*», lo cual es una reacción IB, e igualmente para la situación II. Pero en la comprobación lo ve desde el principio y se asombra de que *N* esté más «*porque si se hubiera quedado en su sitio habría salido el primero*». Inversamente, para la situación II «*es el B el que está más tiempo porque está en la parte de atrás del tren.* — ¿Pero *N* estaba también allí? — *Sí, pero como se ha ido ha estado menos tiempo en lo oscuro*». Situación III: el *N* más tiempo «*porque ha entrado el primero*

en el túnel y ha salido (en la parte de atrás) *con su amigo.* — ¿Y si quisiéramos que estuviera lo mismo? — *Lo habríamos puesto con su amigo y no lo habríamos cambiado de sitio.* — ¿Y así (cada uno en su extremo)? — *Sí, porque N ha entrado el primero y B el último y N sale el primero y B el último».* Por el contrario, con tres personajes *(B, N* y *M),* Did vuelve a caer curiosamente en las reacciones del estadio I durante las mismas comprobaciones; para la situación I: «*N* (que camina en sentido contrario al tren) y *B* (inmóvil detrás) *han estado más tiempo y M* (inmóvil delante) *menos tiempo*»; y para la situación II «*los tres lo mismo*», luego *N* más tiempo que *M* (en cabeza) «*porque estaba en la cola del tren y ha venido a la cabeza*».

Todas las explicaciones de este nivel IA no son tan buenas, en su totalidad, como las precedentes, que además han estado precedidas de varios tanteos. Por otra parte, una primera laguna general caracteriza estas reacciones: el fracaso en todas las anticipaciones que, de hecho, no pasan del nivel de las explicaciones del estadio I. Lo mismo sucede (segunda laguna general) con las reacciones en las situaciones con tres personajes, después de las comprobaciones, en las que se vuelve igualmente a lo que dicen los sujetos del estadio I para *N* y *B* solos.

Por el contrario, después de comprobaciones y con dos personajes, los progresos son sensibles. En lo que respecta a la situación 0, estos sujetos no se limitan ya a decir como en el nivel IB que *N* y *B* permanecen el mismo tiempo en el túnel porque no se mueven, en lugar de decir que uno de los dos se desplaza: Rau se refiere a que la duración de «rodamiento» del tren es la misma y Did precisa el hecho de que si uno de los dos entra primero en el túnel sale también primero. En las situaciones I y II comprenden que si *N* va en dirección inversa del tren saldrá del túnel más tarde que si se hubiera quedado delante y lo contrario si camina en la misma dirección que el tren. En una palabra, ponen en relación el orden de sucesión de las entradas y de las salidas de ambos comparando *N* y *B* y teniendo en cuenta el sentido de los desplazamientos.

Los sujetos del nivel IIB logran anticipar la solución de las preguntas sobre dos personajes, así como explicar las situaciones con tres después de comprobación correcta, pero no prevén las soluciones de estos últimos problemas.

ARI (9;3). Situación I (anticipación): *N* permanecerá más tiempo «*porque entra antes en el túnel y salen juntos (B y N), por tanto, está más tiempo*». — Situación II (previsión): «*Es lo contrario, porque N ha atravesado* (el tren) *y ha salido primero.*» Situación III (previsión): «*Me parece que es lo mismo que en la primera pregunta.*» Situación I con *M* y *N* delante, *B* detrás y *N* que va hacia *B:* «*B está menos tiempo y M y N están igual*», lo cual es doblemente falso para *M* y *N* y para *B* comparado con *M*. Comprobación: «*Ah sí, evidentemente: N está más tiempo que M y B; si se clasifican por orden, el que está más tiempo es N; y M y B serían iguales, porque M entra la primera y sale la primera, y B entra el último y sale el último.*» Por el contrario, Ari generaliza invirtiendo su razonamiento en la situación III con tres personajes desde la anticipación.

Los sujetos del estadio III resuelven estos últimos problemas desde la previsión, pero a ello añaden referencias espontáneas a la composición de las velocidades relativas:

PEL (10;4). Situación II: «*N está menos que B porque si se considera la velocidad del tren, N va más deprisa, entonces lo ha hecho más deprisa; es como si se sumaran dos velocidades, la del tren y la de N. Eso hace una velocidad mayor para N y menor para B* (inmóvil con respecto a la velocidad del tren).» Situación I: «*Si va hacia atrás está más tiempo en la oscuridad porque al desplazarse hacia atrás va más lentamente que el tren hasta que encuentra a su compañero.*»

ISA (11;3). Situación II con tres personajes: *N* está menos tiempo porque «*el tren va siempre a la misma velocidad, pero N corre, se mueve* (en el sentido del tren), *entonces es como si el tren se moviera dos veces para él.* — ¿Y en el sentido inverso? — *Está más tiempo en el túnel porque vuelve hacia atrás, es como si fuera dos veces más lentamente* (que el tren)».

Se ve que a pesar de la mayor facilidad de estos problemas con relación a nuestras antiguas pruebas sobre movimientos relativos [2], la composición de las velocidades relativas sólo aparece igualmente en el nivel de 11-12 años. Está, sin embargo, implícita desde las respuestas del nivel IIA, pero en términos de comparaciones entre las entradas y salidas, y no como aquí en cuanto composiciones directas de velocidades.

[2] J. Piaget, *Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant*, París, PUF, 1946, caps. V y VIII.

§ 3. Conclusión.—Si examinamos el conjunto de esta evolución comprobamos que, como estaba previsto, la primera fuente de las contradicciones observadas proviene de la ausencia de establecimiento de relación entre el punto de partida de las acciones o movimientos y su término. En las situaciones presentes, en las que no hay ni transporte de un objeto ni desplazamiento en todos los casos de los personajes, el punto de llegada de los cambios considerados, es decir, la salida del túnel, recibe, como de costumbre, un papel privilegiado con respecto a los puntos de partida (entradas en el túnel), puesto que el argumento más general del nivel IA es que el que sale el último recorre el túnel durante un tiempo mayor y, en el caso de salidas simultáneas, las duraciones son iguales independientemente de los desplazamientos anteriores eventuales de *N* o *B*. En el nivel IB las cosas parecen cambiar, puesto que estos desplazamientos comienzan a considerarse, pero no siempre en cuanto imponen el establecimiento de una relación entre las entradas y las salidas, es decir, los comienzos y las terminaciones de la acción; es porque estos movimientos parecen aproximar a *N* al objetivo (salida) o porque consumen tiempo. Sólo es, pues, como habitualmente, en el nivel de las operaciones concretas (IIA) cuando comienza la búsqueda de relaciones entre los puntos de partida y de llegada de las acciones, pero sólo en el plano de las comprobaciones, pues las anticipaciones permanecen centradas en los puntos de llegada, hasta el nivel IIA en las situaciones con dos personajes e incluso hasta el estadio III en las situaciones con tres.

Pero a esta primera fuente de contradicciones, tan duradera y sistemática, se añade una segunda: la que hemos atribuido, en la introducción a esta sección, a las negaciones externas y no ya a las internas indisociables de los aspectos positivos de la acción (y éstos son relativos a los caracteres del objetivo o a la marcha orientada hacia éste). Se trata entonces de la falta de distinción o de oposición entre una acción y las que difieren de ella, pero con las cuales el sujeto la confunde. En el presente caso las variedades de acciones que habría que distinguir son los diversos desplazamientos de *N* en función de sus direcciones. En efecto, durante todo el estadio I estas direcciones concordantes u opuestas a la

del tren no desempeñan todavía ningún papel: en el nivel IA la única pregunta es la de saber si *N* «se reúne con su amigo», es decir, si salen juntos o no, y en el nivel IB es sólo oponer los movimientos a los estados inmóviles; esas dos acciones tan diferentes, la de moverse aproximándose hacia la salida del túnel o alejándose de ella, se confunden y nuevamente es sólo en el estadio operatorio II cuando se elimina esa segunda fuente de contradicciones, primero parcialmente (IIA durante las comprobaciones y no en las previsiones), luego casi completamente (nivel IIB) y finalmente mediante una deducción dotada de necesidad intrínseca (composición de las velocidades del estadio III).

En una palabra, esta investigación ha mostrado, como muchas otras, que la fuente de las contradicciones iniciales debe buscarse en el descuido de los aspectos negativos (internos o externos en los sentidos precisados en la introducción a esta sección) característicos de toda acción: alejamiento del punto de partida y oposición con respecto a acciones próximas pero diferentes.

SECCIÓN II.—EL PAPEL DE LA NEGACIÓN EN LA CONJUNCIÓN DE DOS FACTORES: EL «NO SOLO»

Con M. Gainotti-Amann

En las exposiciones precedentes sólo hemos considerado acciones que poseen necesariamente un componente positivo y otro negativo (añadir después de haber quitado, aproximarse hacia un objetivo alejándose del punto de partida, etc.). En las observaciones que siguen y que se refieren una vez más al equilibrio de pesos en la balanza (completando de este modo el capítulo 6), tratamos, por el contrario, de acciones que dependen al mismo tiempo de dos factores positivos, el peso y su posición (es decir, su distancia con respecto al eje central), y las reacciones iniciales consisten naturalmente en retener el más pregnante, es decir el peso, y descuidar el otro. Sin embargo, puede tener algún interés examinar esta situación desde el punto de vista de la negación, porque, aunque no se trate aquí, en forma alguna,

de una negación incompleta («casi no» como en el capítulo 14), ni de una negación relativa o restringida (las clases secundarias *A'* = *B* . *no-A*, como en el capítulo 8), por el contrario, interviene, cuando son necesarias dos condiciones, un tipo particular e importante de conexión negativa que caracteriza cada una de ellas: el de la condición no suficiente aunque necesaria, que en el lenguaje corriente se puede designar por las palabras «no sólo». Lo que descubren los sujetos de los niveles superiores es que el equilibrio depende «no sólo» de los pesos absolutos, sino también de su posición (técnicamente esto supone reunir estas nociones en la de «momento», pero nos mantenemos en el punto de vista de nuestros sujetos más avanzados que ven ahí dos factores distintos).

El interés de esta evolución del «no sólo» consiste entonces en mostrarnos que antes de llegar a esta noción, los sujetos intentan primero todo tipo de retoques del único factor que consideran inicialmente, incluyendo observables ligados a él, antes que renunciar a su papel exclusivo.

§ 4. El estadio I.—En el nivel IA se puede casi decir que el sujeto no conoce todavía, ni incluso busca, condiciones necesarias y suficientes para asegurar el equilibrio de la balanza (única tarea pedida con cinco tipos de pesos diferentes *A* > *B* > ... > *E*). Por supuesto admiten que un peso pesado en uno de los brazos le hace bajar, pero como hemos visto en el capítulo 6 ni siquiera esto es completamente general. Por lo demás invocan todo tipo de factores, incluido (cosa que es importante observar) el lugar en el que se depositan los pesos, pero por supuesto sin comprensión del papel de la distancia con respecto al centro.

Sid (5;5) pone un *A* (el más pesado) en cada lado: «*Si se ponen, se sostiene.* — Fracaso: posiciones diferentes. — ¿Por qué no funciona? — *Porque es pesado.* — ¿Pero antes habías dicho que debe ser pesado? — *No... sí.* (Pone un *E* en cada lado: éxito.) — ¿Por qué? — *Porque son ligeros... lo que hace falta son pequeños.*

Pat (5;0): «*Hacen falta los más pequeños que no hacen bajar la balanza.* — ¿Dónde ponerlos? — *Los pondría en el medio, no*

de lado, entonces no bajaría.» A continuación pone un *A* (pesado) sólo en un lado, y luego otro en el otro lado, pero en otro sitio. «¿Y si se ponen al mismo tiempo? — *No creo, porque no puedo hacer que vuelva a subir.»* Exito: «*Allí se sostiene.* — ¿Por qué? — *Porque están bastante cerca del borde.»*

SYL (5;1) cuando la balanza permanece inclinada la rectifica con las manos durante un momento para que se sostenga. Después de un éxito: «*Es porque estaban bien colocados.* — ¿Hay sitios buenos y sitios malos? — *No, todos son buenos.»*

GOT (5;3). «*Se sostiene mejor con los grandes... ¡Ay!, se cae. Hay que poner mucho.»*

CAR (5;11): «*Hay que ponerlos juntos* (la misma colocación en los dos lados).»

MER (5;10): «*No sé por qué no funciona: son los grandes los que molestan, son demasiado pesados.»*

En algunos casos es útil, pues, que el peso esté «bien colocado», como dice Syl, pero no es necesario, puesto que según el mismo sujeto «todos son buenos», cosa tanto más comprensible cuanto que Syl cree también que puede obtener el mismo resultado con las manos y el equilibrio permanecerá entonces estable después de algunos instantes. Unas veces los pesos pesados actúan mejor, pero con la condición de no serlo «demasiado», otras veces los ligeros son más indicados, porque son menos perturbadores. A veces «hay que poner mucho» o incluso «junto», es decir, formando una misma figura. Pero colocar los pesos al mismo tiempo tiene el peligro de impedir a la balanza que «vuelva a subir», etc. En vano buscaremos, en este fenomenismo, el rastro de condiciones necesarias, pues cada una puede ser en un momento suficiente, pero todavía nunca suficiente y necesaria.

La relación de condición necesaria comienza a bosquejarse en el nivel IB (6-7 años), pero bajo una forma legal sin comprensión causal: el equilibrio se alcanza cuando hay simetría en la igualdad de pesos. Desde el punto de vista de las relaciones entre afirmaciones y negaciones es interesante entonces ver que, en la medida en que esta condición está

en camino de convertirse en necesaria, el sujeto la considera como suficiente y no se le ocurre la idea, ni siquiera en caso de contradicción con los resultados, de preguntarse si la posición desempeña también un papel, aunque pueda entrar igualmente en la simetría:

HEB (6;5): éxito con *B* y *B:* «¿Por qué?» — *Los dos son del mismo tamaño.* — ¿Y con *A* y *A*? — *No sé* (los pone a distancias diferentes). *Son demasiado pesados»*, etc. Ninguna referencia a las posiciones.

BER (6;10): idénticas reacciones. Al fracasar con pesos iguales, salvo las posiciones: *«es más pesado aquí que allí»*. Añade uno pequeño. Al regular las distancias en la acción lo logra: *«los he puesto mejor que antes, los he puesto tumbados»*.

MOR (6;10) termina por desplazarlos cerca del centro: «¿Y en los extremos? — *No, no funcionará.»*

CER (6;10): *«Parece que la balanza es más pesada de un lado que del otro.»*

NAT (6;6): *«Hay que poner uno en cada lado.* — ¿Cómo? — *Del mismo tamaño.»* Luego con *A* y *A*: *«Tienen el mismo peso, el mismo tamaño, la misma forma»*, pero los pone a distancias desiguales: fracaso *«porque eran demasiado gordos»*. Pone entonces *A B D* en los dos lados, pero sin preocuparse de la posición: *«No lo consigo... quizá éste (A) es más pequeño que aquél* (el otro *A*).» Nuevo fracaso, luego regulación (en la acción) de las posiciones: éxito. «¿Por qué? — *Quizá antes he soltado la balanza demasiado fuerte.»* A continuación Nat parece, sin embargo, tomar conciencia del factor posición: *«He puesto las mismas piezas y a la misma distancia»*, pero no se ocupa de más y con *A* y *A* fracaso: «¿Por qué? — *Es más pesado aquí que allí.* — ¿Por qué? — *No sé.* — Reflexiona. — *Los he colocado casi en el mismo sitio, pero no completamente.* — Prueba. — *No deben tocarse, si no es demasiado peso.»*

Por tanto, para estos sujetos es necesaria una simetría en los pesos de las piezas elegidas, en el número, etc., pero no en las posiciones, y los fracasos se atribuyen a desigualdades misteriosas sin comprender el papel de las distancias. A veces hay, sin embargo, regulación de éstas en la acción,

pero sin toma de conciencia. Ber atribuye su éxito al hecho de que ha «tumbado» las piezas y Nat, que es la que más se aproxima a la solución, cree finalmente que las posiciones simétricas conducen al éxito porque ha separado los pesos.

§ 5. EL ESTADIO II.—En el nivel IIA (7-8 años), en el que, como hemos visto (capítulo 6), se comprende la acción inversa y compensada de pesos iguales, el sujeto comienza a darse cuenta de que su simetría no basta. Pero el descubrimiento del papel de las posiciones no se debe todavía a una negación conceptual, como si la igualdad de los pesos se considerara una condición necesaria y «no suficiente»: son los tanteos y regulaciones de la acción los que conducen a un ajuste de las posiciones y sólo entonces se realiza la toma de conciencia; hay que señalar, en efecto, que los tanteos motores referentes a las posiciones no suponen una hipótesis previa sobre el papel de éstas. Al colocar un peso el sujeto puede ponerlo sin intención en dos posiciones próximas y sucesivas o desplazarlo de otras y, al comprobar entonces movimientos de la balanza, regular las posiciones paso a paso según el resultado. Sólo *a posteriori* se dará cuenta de que con pesos iguales es necesario ponerlos igualmente en posiciones simétricas:

GON (7;2) empieza con igualdades independientemente de las posiciones: *No, no funciona* (regulación activa). *Allí era pesado y aquí no. Entonces he aproximado los 4 un poco para que el peso venga más hacia el extremo.*» Después de otros ensayos: «*Las mismas piezas deben estar en el mismo lugar.* — ¿Por qué? *Porque cada vez es un poco más pesado aquí* (un extremo) *si se empujan los otros hacia el medio.*»

KAR (7;1). El mismo comienzo: «*Verdaderamente no lo entiendo.*» Múltiples tanteos con 4 elementos, después: «*Si hay uno que está más allí* (hacia el centro), *se inclina. Es preciso que estén en el mismo sitio.*»

DEP (8;0) las mismas reacciones, luego: «*La distancia sirve para algo.* — ¿Para qué? — *Eso me pregunto.*»

ISA (8;6): «*He visto que si uno está más hacia delante, se inclina... cuando se pone en el mismo sitio, funciona, si no, no funciona.*»

Veamos un ejemplo del nivel IIB, con comprensión desde el comienzo:

MAG (9;0): «*Esos dos gordos tienen el mismo peso, estará en equilibrio con uno en cada extremo.* — ¿Cómo es eso? — *Para empezar* (!) *hay que regular en el mismo lugar los plomos. Si se pone uno aquí y el otro allá se inclina hacia un extremo.*»

En resumen, esta evolución muestra hasta qué punto, una vez que se ha encontrado una condición necesaria que garantiza el equilibrio pedido, les resulta poco natural a los sujetos más jóvenes creer que no es suficiente a pesar de las contradicciones entre los hechos observados y las anticipaciones basadas en esa única condición. Hay que alcanzar el nivel IIA para que las regulaciones de la acción conduzcan a la toma de conciencia del papel de una segunda condición. Aunque se trata en este caso de una negación relativa a la significación de la condición descubierta en primer lugar y no se refiere en absoluto a la exclusión o inversión de esa misma condición, esta dificultad para establecer su situación de «no suficiente» constituye un caso particular de la resistencia a todas las formas de negación, cualesquiera que sean sus múltiples variedades. En lo que respecta a esas negaciones especiales que intervienen en las relaciones «necesarias pero no suficientes», se las puede comparar con las que caracterizan una intersección de clases. Si las clases A_1 y A_2 tienen una parte común A_1A_2, tenemos entonces dos subclases secundarias A_1 *no*-A_2 y A_2 *no*-A_1 que poseen cada una una negación restringida. Igualmente si los pesos a_1 y las posiciones a_2 desempeñan ambas un papel necesario, sólo su conjunción a_1a_2 es suficiente para regular el equilibrio y de ahí las negaciones restringidas a_1 *no*-a_2 y a_2 *no*-a_1 que caracterizan las relaciones «no suficientes». Pero, contrariamente a las propiedades de las clases A_1 y A_2 que están dadas y son observables en todas las situaciones una vez construidas esas clases, las propiedades «necesaria y suficiente» o «necesaria pero no suficiente» son siempre relativas a deducciones causales o lógico-matemáticas y de ahí el carácter derivado, pero no menos esencial, de este tipo de negaciones, cuya negligencia es fuente de contradicciones.

SECCIÓN III.—LAS COMBINACIONES DE TRES FACTORES

Con J. de Lannoy

La sección precedente nos ha colocado ante esa forma particular de negación que interviene cuando una condición, que es necesaria para la producción de un fenómeno, no es, sin embargo, suficiente, cosa que no resulta comprensible para el sujeto ni rápida ni fácilmente. Se tratará aquí de una situación en la que intervienen tres factores y que por este hecho es todavía más complicada, aunque se trate de un juego familiar cuyos diversos aspectos parecen fácilmente explicables: el juego de la *balle-pelote* practicado en Bélgica y que consiste simplemente en lanzar una pelota contra una pared, por encima de una línea, pero de tal modo que vuelva cerca del jugador y que su o sus adversarios no puedan cogerla (la mano abierta sirve de raqueta). Para lograr este objetivo hay que distinguir tres factores, la distancia del jugador a la pared, la altura del punto de impacto de la pelota contra la pared y la fuerza del golpe, y es necesaria su conjunción, pues ninguno de ellos es suficiente para determinar el resultado. Por tanto, será necesario considerar un conjunto complejo de negaciones, tan indispensables como los elementos positivos, para comprender los procesos que intervienen.

Más exactamente intervienen dos implicaciones (lejos $\supset$ fuerte y alto $\supset$ fuerte) y dos exclusiones o negaciones de la implicación (débil y lejos o débil y alto), de tal manera que subsisten 4 combinaciones aceptables contra 4 excluidas [3]:

Aceptables	*Excluidas*
1) Lejos, fuerte y alto.	5) Lejos, débil y alto.
2) Lejos, fuerte y bajo.	6) Lejos, débil y bajo.
3) Cerca, fuerte y alto.	7) Cerca, débil y alto.
4) Cerca, débil y bajo.	8) Cerca, fuerte y bajo.

[3] Llamamos «bajo» a lo que se aproxima a la línea pero queda por encima de ella y admitimos como posibles sólo los casos en los que la pelota vuelve a la posición de lanzamiento. En 8) la pelota rebasa este punto, pero con habilidad el jugador podría, naturalmente, cogerla al vuelo.

Se ve entonces que las dos implicaciones de las 4 combinaciones aceptables entrañan una disimetría: a «fuerte» corresponden tres posibilidades (1, 2, 3) y a «débil» una sola (4). Recíprocamente si el jugador está «cerca», puede lanzar la pelota «fuerte» y «alto» (en ese caso caerá «en picado») o «bajo» y con un golpe «débil», mientras que si está «lejos» sólo puede lanzarla «fuerte», cualquiera que sea el punto de impacto de la pelota por encima de la línea. Esta falta de simetría es la que puede crear en el sujeto una impresión de extrañeza que se traduce mediante las palabras «raro, curioso, no es normal», por no tener en cuenta los tres factores a la vez. Pero sólo se trata de una «seudocontradicción», puesto que se elimina desde el momento en que interviene una combinación suficiente de las variables.

El procedimiento de interrogatorio es muy simple. Se comienza por preguntar a los sujetos (la investigación ha sido realizada cerca de Bruselas) cómo se juega a la pelota y cómo, si se está cerca de la pared, hay que lanzar la pelota para que vuelva a caer al lado de uno. Se pregunta también qué habría que hacer para que llegue lejos detrás de uno (por ejemplo, a 10 m.: combinaciones normalmente excluidas, puesto que favorecen al adversario). Luego se pasa al patio para jugar realmente examinando las diversas posibilidades y el experimentador puede, en un momento dado, jugar también adoptando combinaciones no previstas por el sujeto. A continuación se interroga a éste sobre la concordancia entre sus anticipaciones y las acciones observadas haciendo que las explique. Finalmente se recuerdan las disimetrías entre «lejos» y «cerca» para examinar lo que piensa el niño.

§ 6. El nivel IIB.—Hasta este nivel, los sujetos o bien son demasiado pequeños para jugar, o bien sólo utilizan algunas combinaciones y sólo aceptan las nuevas que ven aplicadas, sin asombrarse de nada, excepto de los efectos imprevistos, que explican con dificultad:

Dep (10;11) se niega a toda previsión en posición próxima: «*Si le da muy fuerte volverá, pero usted no sabrá a dónde.* — ¿Nunca? — *Quizá muy lejos o muy cerca.*» Después de ensayos: «*Yo creía que si no se le golpeaba fuerte iba a ir también lejos.*»

Pau (10;10) se asombra de que cerca se puede lanzar la pelota alta y que caiga «en picado»: «*Es como si el muro se hubiera*

dado la vuelta, como si se lanzara la pelota desde más lejos y volviera aquí.»

Boc (10;1) piensa que a pesar de un cierto alejamiento, «*si va muy arriba la pelota no tendrá bastante fuerza para ir hasta allí* (lejos): *irá así* (más cerca) *y para eso hay que golpear ya muy fuerte*». Si se golpea más bajo «*entonces hay más posibilidades de que haga una trayectoria más larga*». Ante las disimetrías entre lejos y cerca: «*No me parece que sea nada curioso: si hay tres o cuatro formas de lanzar, sólo es eso.*»

Bar (10;4) no piensa que se pueda predecir si una pelota lanzada desde lejos alta caerá cerca o lejos: «¿Pero a qué se debe que caiga cerca o lejos de la pared? — *Porque debe tener un impuso fuerte para ir alto y para que golpee la pared y no tiene bastante potencia para que golpee la pared muy fuerte y vuelva 10 m.*» Lanzada de cerca «*hay que dar un impulso potente para que vaya alta y no tenga* (= más) *fuerza para ir* (después) *a 10 m.* (de distancia a la vuelta)». O también: «*Cuando va hacia arriba, golpea la pared y puede ir en un sentido o en el otro.*»

Ver (11;5) piensa que al lanzarla de cerca hacia arriba la pelota «*va a caer más lejos*» y no cerca de la pared.

Si naturalmente cada uno de estos sujetos sabe que una pelota lanzada oblicuamente contra la pared partirá hacia el lado opuesto al de incidencia se ve que a pesar de su edad prevén muy mal las direcciones y las distancias de vuelta cuando los puntos de impacto varían en altura. Son, pues, todavía incapaces de combinar los tres factores y a menudo incluso dos de ellos, tanto en el plano de las explicaciones *a posteriori* como en el de las anticipaciones. Es evidente que no pueden experimentar sentimientos de contradicción o incluso de extrañeza en presencia de las disimetrías que se les señalan.

§ 7. El estadio iii.—En el nivel siguiente (iiia), por el contrario, los sujetos que comienzan a coordinar las variables, pero en situaciones particulares o locales, encuentran extraña la asimetría que se les señala:

Jak (11;6) describe bastante correctamente los principales golpes posibles, salvo en lo que concierne al factor distancia en

posición próxima: «*Cuando se está lejos la pelota disminuye su velocidad* (por tanto, hay que golpear fuerte) *y cuando se está cerca, está directamente contra la pared, entonces hay una velocidad mayor y puede ir lejos.*» No prevé, por tanto, los golpes débiles de cerca, pero acepta que la pelota alta volverá al lanzador cerca de la pared: «*Cuando se le da en el aire no golpea completamente, va contra, pero no con un choque como si se le da derecho*», y de ahí la bajada «en picado». En presencia de las dos posibilidades en la situación próxima: «*Es extraño...* (pero) *no sé explicar lo que pasa. Sé cómo lo hago, pero no sabría enseñárselo a otro.*»

DEN (12;3) tampoco ha previsto las dos posibilidades desde cerca: «*No lo había pensado nunca... pero si hay dos posibilidades para uno debería haber dos posibilidades para el otro.*»

REN (12;10) acepta naturalmente que «*si estuviera cerca de la pared, pues bien, la pelota caería cerca de mí*», pero cree que al lanzarla alto se alejará forzosamente: «*La pelota va bastante alto, puesto que está bastante alta, puede caer bastante lejos*»; se siente confundido después al ver la caída en picado: «*Normalmente hay una de las dos soluciones que no debería suceder.* — ¿Por qué? — *Porque si golpeo bajo y si golpeo fuerte, alto, no es lo mismo.*» Por tanto, dos acciones distintas no deberían dar el mismo resultado, pero olvida que ha dicho previamente que cerca de la pared la pelota volvería cerca de él, aunque omitiendo precisar que en ese caso la lanzaría suavemente.

DEL (12;4) está de acuerdo con que de lejos hay que lanzarla siempre fuerte porque «*si se quiere que llegue lejos hay que echarle fuerza, es normal que no haya más que una posibilidad si hay que llegar al sitio al que se quiere llegar.* — ¿Pero entonces de cerca (él mismo ha mostrado las dos posibilidades)? — *Sí, pero hay quizás más posibilidades que no conozco en los dos casos; hay quizás más posibilidades en el primer caso.* — ¿Qué otras? — *Es posible, pero yo no sé, no las conozco*».

XAV (13;2), de cerca, «*para empezar he lanzado una pelota muy corta y golpeado simplemente para que vuelva a mis pies. Después he tratado de lanzar una pelota que caiga también a mis pies, pero de un modo diferente y no lo he logrado. La segunda vez ha caído casi al lado.* — Entonces, ¿cómo se hace? — *Esta posibilidad sucede simplemente por accidente, porque la pelota gira, entonces frena un poco su impulso; o, en lugar de hacer eso, evidentemente no hay que golpear demasiado fuerte y sobre todo en altura.* — Entonces de lejos ¿no hay más que una posi-

bilidad: golpear fuerte, y de cerca hay dos? ¿No es raro? — *Sí, un poco, que haya dos posibilidades para uno y una sola para el otro. Debería ser al contrario.* — ¿Al contrario? — *Sí, si se golpea bastante fuerte pero subiendo, la pelota debería también ir hacia atrás* (como al lanzarla de lejos). *Se golpea fuerte a las dos* (de cerca y de lejos) *y no se llega al mismo resultado.* — ¿Es normal? — *Sí, puesto que pasa todos los días...* — ¿Normal pero raro? — *¡Sí!* (acento de convicción).»

Se ve la perplejidad de estos sujetos. Para unos, como Xav, una misma acción conduce a resultados diferentes, lo que es contradictorio. Para otros, como Ren, son dos acciones distintas que conducen a un mismo resultado, lo cual les parece igualmente inadmisible, del mismo modo que, de forma general, la falta de simetría entre las dos posibilidades en posición próxima cuyos efectos son semejantes y la posibilidad única (lanzar fuerte) en posición alejada. De hecho, estas impresiones de extrañeza sólo dependen naturalmente de un análisis insuficiente, en el plano de las anticipaciones, de las diversas combinaciones posibles aceptables o excluidas entre los tres factores en presencia, pues los sujetos olvidan uno de los tres factores o se limitan a sus asociaciones habituales. Los sujetos cuyo análisis previo es mejor, como Del y Xav, o bien formulan la hipótesis de otras posibilidades no conocidas por ellos (Del) o de un simple accidente, en el caso de la bajada en «picado» (Xav). Pero un análisis de ese tipo de las combinaciones posibles es difícil por el doble juego de negaciones que implica, lo que explica su carácter tardío, puesto que no se alcanza ni siquiera en este nivel IIIA. Por una parte, en efecto, para tres variables *A*, *B* y *C*, las 8 combinaciones posibles se refieren simétricamente tanto a las negaciones como a las afirmaciones: ABC, $\bar{A}BC$, $A\bar{B}C$, $AB\bar{C}$, $\bar{A}\bar{B}C$, etc. Por otra parte, si estas 8 combinaciones son simétricas, 4 están excluidas debido a la asimetría de las implicaciones que intervienen y de ahí la disimetría de las variables «fuerte» y «débil».

Por el contrario, en un nivel IIIB, los sujetos no encuentran ya nada anormal en las faltas de simetría a pesar de las sugerencias del experimentador, porque realizan un análisis más a fondo de las combinaciones entre las tres variables:

HOA (11;10): «*Es natural: como se está bastante cerca de la pared hay que golpear con menos fuerza y hay varias posibilidades. Si se quiere golpear más alto se golpea más fuerte para que venga cerca de uno*», mientras que a distancia «*sólo hay una posibilidad, porque debo lanzar mucho más fuerte*», etc.

GUI (12;1): «*Sí, es curioso que haya una sola posibilidad para lanzar la pelota detrás* (= lejos del muro) *y dos para lanzar cerca.* — ¿Es normal eso? — *No, pero sí, porque cuando se golpea lejos está uno obligado a golpear fuerte para lanzarla lejos, pero cuando se está muy cerca se puede hacer lo que se quiera.*»

WIL (13;7), después del enunciado de las posibilidades: «*Había olvidado decir que* (de cerca) *si se golpea alto llegaba también.*» Se niega, por tanto, a encontrar «curiosa» la falta de simetría que se le señala: «*Sólo se refiere en todo caso a la posición en que se encuentra uno*», pero transpone finalmente la asimetría hasta dentro de los propios conceptos: a distancia actúa la fuerza, mientras que de cerca es «*la misma potencia de todas formas... la fuerza es lo que se despliega para llegar a una distancia bastante grande, mientras que la potencia se despliega para ir a cualquier sitio*».

La eliminación de las contradicciones (o seudocontradicciones) del nivel precedente se debe a dos factores: un mejor análisis previo de las combinaciones posibles entre las tres variables a la vez y el hecho de tener en cuenta las dos implicaciones «lejos $\supset$ fuerte» y «alto $\supset$ fuerte» con las exclusiones que conllevan, puesto que no son simétricas. A estas implicaciones señaladas por Hoa y Gui, Wil añade una más que engloba el conjunto: la «fuerza» implica lo que llama la «potencia» pero sin reciprocidad. Se ve así hasta qué punto la solución de un problema todavía no comprendido en el nivel IIB, comprendido pero no resuelto en el nivel IIIA y finalmente dominado en IIIB, está de hecho condicionada por la comprensión gradual, explícita o implícita, del juego de las negaciones, con sus simetrías con respecto a las afirmaciones en el cuadro de las combinaciones posibles y sus asimetrías en el de las implicaciones que deciden sobre cuáles son aceptables y cuáles están excluidas.

CONCLUSIONES GENERALES

Para empezar recordemos los problemas que nos hemos planteado al proyectar esta obra. Se trataba esencialmente de establecer el *status* operatorio de lo que comúnmente se denomina contradicción en el pensamiento natural y cuyos caracteres están bastante alejados de los de la contradicción lógica o formal, mientras que están más próximos a los de la denominada «contradicción dialéctica».

I. Observaciones previas

La contradicción lógica consiste, en efecto, en afirmar simultáneamente la verdad de p y de *no-p*, o, si $q \supset p$, en afirmar simultáneamente $q \,.\, p$ y $q \,.$ *no-p*, y esto a pesar de un conjunto de definiciones, de axiomas o de teoremas admitidos hasta ese momento, así como de reglas que precisan la utilización de la negación y de la implicación. En otras palabras, la contradicción lógica consiste en un error de cálculo formal con respecto a un procedimiento que hubiera permitido evitarlo y bastará corregirlo en cuanto se perciba la falta, mientras que en el plano del pensamiento natural, las contradicciones son sin duda inevitables porque surgen a propósito de problemas que el sujeto debía plantearse sin poder resolverlos previamente (a falta del mecanismo formal que supone una especie de precorrección del error); estos problemas consisten, en efecto, en preguntarse si una acción *a* es compatible con una acción *b*, o incluso favorable a su ejecución, o si son incompatibles o simplemente dificultantes la una con respecto a la otra. Ahora bien, el único método del que dispone el pensamiento no formalizado es el de probarlas y juzgar a través de sus resultados

si existe acuerdo o no. Un pensamiento más evolucionado consistirá en anticipar estos ensayos y estos resultados, o en conceptualizarlos en grados diversos, pero, incluso llegando a las definiciones, éstas no consistirán más que en tomas de conciencia de acciones anteriores en tanto que no exista formalización completa. Nuestro primer problema ha sido, por lo tanto, establecer qué son las «contradicciones» en este pensamiento natural, desde el punto de vista de las acciones y operaciones del sujeto (cuyas formalizaciones ulteriores pueden con certeza ser consideradas finalmente como un caso particular, pero un caso límite con reestructuración profunda de los métodos una vez franqueado el límite).

Nuestro segundo problema ha sido caracterizar en qué consisten las «superaciones» con respecto a esas contradicciones «naturales». Aquí también es bastante profundo el contraste con el pensamiento formalizado porque no se «supera» una contradicción lógica o formal [1], sino que se la suprime o descarta por corrección local o cambiando de teoría. No existe, en efecto, lógica de la superación, como lo ha mostrado Henriques en nuestro Centro, y si se puede y debe hablar de «superaciones dialécticas» en múltiples terrenos, quiere decir que la contradicción dialéctica está más próxima a las del pensamiento natural que a las de la lógica formal.

El tercer problema central examinado en esta obra ha sido el de las relaciones de las contradicciones y superaciones «naturales» con los procesos de equilibración, que siempre nos han parecido constitutivos del desarrollo cognitivo. Ahora bien, estas relaciones son naturalmente de cuasi-identidad, porque si la contradicción de especie «natural» no es de naturaleza formal y si no existe lógica de la superación, de aquí resulta con certeza que la primera sólo consiste en oposiciones y conflictos, y, por tanto, en desequilibrios, y que la superación es una reequilibración. Pero ¿en qué consisten tanto las primeras como esta última?

De aquí proviene entonces un cuarto problema, que, gracias a los resultados inesperados de nuestras investigaciones, se ha convertido finalmente en el principal que ha sido dis-

[1] Incluso en el sentido de la *Aufhebung* [superación] de Hegel.

cutido en estas páginas: ¿cómo explicar la abundancia de contradicciones en el curso de los primeros estadios del desarrollo, cuando se hubiera podido esperar igualmente encontrar en cada estadio otras imprevistas con una frecuencia aproximadamente constante (puesto que cada nuevo problema o cada nueva construcción preoperatoria u operatoria puede presentarlas en sus fronteras) o incluso en número absoluto creciente, pero con una frecuencia relativa constante, en proporción de la extensión continua de los terrenos cognitivos (y a pesar de su carácter globalmente progresivo)? Ahora bien, de hecho parece claro que las contradicciones, a veces sentidas como tales, pero sobre todo inadvertidas e inconscientes, abundan sobre todo en los niveles preoperatorios y caracterizan una especie de estado crónico del nivel IA (naturalmente limitándonos a retener entre estas contradicciones virtuales solamente aquellas que serán consideradas reales por los sujetos en el curso de los estadios ulteriores, sin referirnos al estadio cognitivo del experimentador adulto). Por tanto, hay aquí claramente un problema: ¿de qué factores dependen tales desequilibrios de partida? Ahora bien, éste era un problema nuevo para nosotros, porque hasta aquí habíamos considerado muy equivocadamente estos desequilibrios iniciales como si fueran evidentes o como si debieran ser atribuidos a diversas dificultades de síntesis, lo que se reducía de hecho a explicaciones tautológicas, mientras que los resultados presentes, en gran parte imprevistos, proporcionan un comienzo de solución.

II. Naturaleza de las contradicciones

El examen del primero de estos cuatro problemas ha dado lugar a las comprobaciones siguientes. En una primera aproximación, nos encontramos en presencia de tres grandes clases de contradicciones:

1) Las más simples provienen de que una misma acción puede parecer que conduce a resultados considerados como

opuestos, lo cual da la impresión de una falta de identidad, mientras que se trata de hecho de acciones distintas o de resultados que representan dos casos particulares en una relación más general todavía no descubierta. Como ejemplo de la primera de estas dos eventualidades, recordamos el caso de las ruedas por una pendiente (Cap. 5) que a veces descienden o a veces suben un poco porque estos movimientos no resultan de la misma acción, dado que el centro de gravedad de la rueda (que es un peso situado sobre la llanta) está orientado o bien hacia la parte de abajo del plano inclinado, o bien hacia la parte de arriba. Como ejemplo de resultados aparentemente distintos para el sujeto, pero en realidad idénticos, recordemos el caso de las letras en espejo (Cap. 8), que parecen estar invertidas o no estarlo, cuando de hecho lo están todas, pero algunas no lo parecen porque su forma es simétrica.

2) Una segunda gran categoría de contradicciones está caracterizada por una oposición incompleta entre clases de objetos que deberían ser disjuntas porque una supone la negación de algunas propiedades de la otra, y se consideran erróneamente como si tuvieran una parte común, y por consiguiente contradictoria en su propia composición. Recordemos a este respecto el ejemplo de las clases de equivalencia construidas por los sujetos jóvenes cuando existen diferencias imperceptibles entre cada paso $(A = B = C = \dots = G)$, pero muy visibles entre los extremos $(A < G)$; en este caso (capítulo 1) los sujetos jóvenes construían dos clases distintas, por ejemplo

$$(A = B = C = D) < (D = E = F = G)$$

sin ver (o sin ver al principio) que el elemento D no puede pertenecer a las dos a la vez sin contradicción.

3) Un tercer conjunto de contradicciones resulta de las inferencias erróneas, en particular de falsas implicaciones: este es el caso particular de los cubos rojos a que contienen todos un cascabel g (Cap. 8), por tanto, $a \supset g$, de donde el

sujeto concluye hasta bastante tarde la recíproca ($g \supset a$) que, en este caso, es falsa mientras que la considera incluso como necesaria.

Ahora bien, el carácter común de estas tres clases, es decir la definición más general de la contradicción, es que consisten en compensaciones incompletas entre las afirmaciones (que atribuyen la cualidad *a* a la clase *A*) y las negaciones (atribución de *no-a* a la clase complementaria A' bajo $B = A + A'$, ya sea *B* el universo del discurso o una clase cualquiera que posee una propiedad *b* común a *A* y a A' y que agota $A + A'$). Esta definición se aplica directamente a la categoría 2), que constituye, por tanto, un prototipo. Pero vale también más indirectamente para la categoría 1), puesto que el error del sujeto consiste entonces en no ver o bien que la acción considerada corresponde de hecho a dos clases *A* y A' de subacciones cuyos efectos son distintos, o bien que los resultados aparentemente diferentes *A* y A' son de hecho equivalentes bajo *B* (inversiones en el espejo) pero simplemente con manifestaciones distintas (letras simétricas *A* y asimétricas A'). En cuanto a la categoría 3), los errores de inferencia o falsas implicaciones consisten o bien en olvidar que si $a \supset b$ entonces se tiene $a . b \vee \bar{a}b \vee \bar{a}\bar{b}$, y que la conjunción $\bar{a} . b$ excluye $b \supset a$, puesto que es su negación, o bien más generalmente en suponer una implicación $x \supset y$, mientras que se tiene a veces $x . \bar{y}$ que la excluye. Por tanto, en los tres casos (1-3), la contradicción resulta de una compensación incompleta entre las negaciones y las afirmaciones, lo cual es evidente desde el punto de vista lógico, pero, desde el punto de vista de las relaciones entre la lógica y el pensamiento natural, presenta un interés doble.

Recordemos en primer lugar que desde el punto de vista lógico la definición estricta de la contradicción $p . \bar{p}$ o $p . q$ si $q \supset \bar{p}$ es que constituye la operación inversa de la tautología $p * q = p . q \vee p . \bar{q} \vee \bar{p} . q \vee \bar{p} . \bar{q}$. De aquí resulta que es igualmente contradictorio afirmar simultáneamente en una misma situación la verdad de una operación, por ejemplo $p \vee q$ y de su inversa $\bar{p} . \bar{q}$. Pero desde el punto de vista del pensamiento natural, la noción más amplia y más vaga de la compensación incompleta supone dos tipos de ventajas: a) permite distinguir grados en la contradicción según

que la parte que erróneamente se supone común $A \cdot \bar{A}$ entre dos clases complementarias, sea más o menos extensa o comporte más o menos caracteres contradictorios $a \cdot \bar{a}$; b) en segundo lugar plantea el problema psicogenético, que volveremos a encontrar más adelante, de la pregnancia respectiva de las afirmaciones y negaciones y de su naturaleza según que las negaciones estén más o menos interiorizadas (desde la existencia o las propiedades de un objeto hasta la construcción por el sujeto de clases con caracteres más o menos negativos) y las afirmaciones más o menos relativizadas (desde los predicados absolutos hasta las cualidades relativas). (Véase VIII.)

III. Otras clasificaciones

Esto nos conduce a otras clasificaciones posibles de las contradicciones que, sin embargo, permanecen subordinadas a las consideraciones anteriores. En primer lugar existe una distinción fundamental en la que apenas habíamos pensado antes de que los resultados de nuestras investigaciones nos la impusieran: es la que existe entre seudocontradicciones y las contradicciones reales, constituidas las primeras por conexiones que les parecen contradictorias a los sujetos de un nivel inferior y que no lo son ya en los niveles siguientes, mientras que las segundas lo son para los sujetos de los niveles superiores, incluso si no las observan o no las ponen en tela de juicio en cuanto contradictorias en los niveles inferiores. Como ejemplo de la primera podemos recordar el caso (Cap. 13) de los vasos que están al mismo tiempo medio llenos y medio vacíos, cosa que los sujetos jóvenes se niegan a admitir como posible (a falta de relativización de las nociones de lleno y de vacío) y como ejemplo de la segunda, recordemos los vasos al mismo tiempo «casi llenos» y «casi vacíos», conexión que sólo llega a ser extraña una vez que se ha construido una cuantificación suficiente de la cualidad «vacío» (hasta ese momento «casi vacío» = «parcialmente vacío», mientras que «casi lleno» es correctamente asimilado o reestructurado).

Ahora bien, esta distinción entre las seudocontradicciones y las contradicciones reales, cuyo alcance sobrepasa quizás ampliamente las fronteras de la psicogénesis (la «contradicción» dialéctica del ser y del no ser, cuya «superación» conduce a la noción de devenir, ¿no participa un poco de la naturaleza de las seudocontradicciones?), no se opone en nada a la definición de lo contradictorio mediante la compensación incompleta, salvo que, en el caso de las primeras, lo que resulte de ese tipo de regulación insuficiente de las compensaciones entre afirmaciones y negaciones sea el propio error relativo a la delimitación de lo que es o no contradictorio.

Se podría introducir otra subdivisión, la de las contradicciones o conflictos que se producen entre un esquema de acciones o de operaciones del sujeto y otro esquema de la misma naturaleza, y las contradicciones entre una previsión del sujeto, es decir un esquema anticipador, y un hecho exterior que infirma esta previsión. Pero, como lo hemos observado sin cesar, la diferencia entre estas dos formas de contradicciones es mucho menor de lo que se podría suponer, porque, si la previsión es naturalmente función de un esquema, la comprobación o el registro del hecho que viene a contradecirla son también indisociables de una interpretación, y, por tanto, de uno o varios esquemas de asimilación, lo mismo que sucedía con hechos previstos correcta o erróneamente y anteriormente admitidos. De aquí resulta que en cierto sentido hay nuevamente contradicciones o acuerdos entre los esquemas del sujeto y la única diferencia que subsiste es que, durante conflictos entre dos esquemas por sí solos, la corrección o la superación se efectúa mediante acomodación del uno al otro y asimilación recíproca con construcción endógena tanto de negaciones como de afirmaciones, mientras que, allí donde intervienen hechos imprevistos, estos mismos procesos se acompañan, además, de una sumisión necesaria a datos externos y nuevos y de negaciones impuestas desde fuera. Pero en general se añade una diferencia de otra naturaleza: en caso de contradicción entre un hecho nuevo y una previsión, este conflicto es inmediata o rápidamente consciente, mientras que una contra-

dicción entre esquemas solos puede permanecer más o menos tiempo inconsciente. Volveremos sobre ello (en IV).

De aquí proviene una tercera variedad de subdivisiones posibles, relativa a la toma de conciencia progresiva y más o menos lenta de las contradicciones que intervienen. A este respecto es necesario en primer lugar distinguir dos casos: el de las contradicciones entre afirmaciones o comprobaciones sucesivas, en el que el sujeto simplemente olvida este pasado incluso reciente, y el de conflictos entre tomas de posición actuales y simultáneas, los únicos interesantes porque son más o menos duraderos. Respecto a ellos, es necesario entonces distinguir las contradicciones rápidamente conscientes y las que no se imponen a la conciencia más que con un gran retraso e incluso sólo en el momento en que el sujeto llega a ser capaz de eliminarlas mediante una superación más o menos lograda. Se puede hablar entonces de contradicciones virtuales con respecto a las que permanecen inconscientes, y actualizadas con respecto a las que comienzan a constituir un problema en la reflexión del sujeto. Pero, insistimos en ello una vez más, no se tiene el derecho a hablar de contradicciones virtuales más que en la medida en que el sujeto las actualizará en niveles ulteriores y no cuando se trata, en todos los niveles hasta los 12-15 años, de contradicciones sensibles únicamente para el adulto que las comprueba desde fuera.

Todavía una precisión: igual que las seudocontradicciones, las que surgen entre una previsión y un hecho o las que permanecen durante algún tiempo como virtuales dependen todas ellas también de compensaciones incompletas entre afirmaciones y negaciones. Por lo que respecta a los grados de conciencia, no cambian naturalmente nada. En cuanto a la intervención de un hecho nuevo *H'*, nunca contradice más que parcialmente una anticipación, en el sentido de que la previsión estaba fundada en otros hechos *H* cuyo error consistía únicamente en creerlos más generales de lo que en realidad eran, mientras que existen *H'* que son *no-H* y se trata de conciliarlos subsumiéndolos bajo una ley *L* que se aplica al conjunto *H* + *no-H*. Se ve, por tanto, una vez más que la contradicción resulta de la negligencia de negaciones parciales *(no-H)* y que su superación consiste en compensar

afirmaciones y negaciones en un nuevo sistema cuya forma general más simple es $B = A + A'$, en donde $A' = B \,.\, no\text{-}A$ y $A = B \,.\, no\text{-}A'$.

IV. Las superaciones

Así llegamos al segundo de los problemas recordados en I, que es el de la estructura de las superaciones. Ahora bien, como han mostrado todas las investigaciones y como hemos insistido en diversas ocasiones, las superaciones parece que se efectúan siempre según dos procesos solidarios, uno extensional y otro en comprensión: ampliación del referencial y relativización de las nociones. Estos dos procesos, que son ambos constructivos, se producen siempre juntos, en grados diversos, puesto que el primero, al ampliar el campo, introduce nuevos elementos y, por consiguiente, nuevas relaciones que flexibilizan las nociones de partida. Cuando (capítulo 15, sección II) el sujeto descubre en la balanza que el peso por sí solo conduce a resultados contradictorios y está obligado a añadir la distancia al centro (de hecho, el «momento»), se produce simultáneamente extensión del referencial y relativización de la acción de los pesos en función de su posición, etc.

Pero lo que es necesario señalar ahora es que tanto uno como otro de estos dos aspectos de toda superación exige una aportación de nuevas compensaciones entre las afirmaciones y las negaciones. Decir que el peso no basta para eliminar las contradicciones encontradas y que es preciso añadir un factor de posición (o distancia), es por supuesto reorganizar la clasificación de los factores y completar una clase primaria *A* de partida (o varias) con clases secundarias *A'*, que serán *no-A* con relación al encajamiento más próximo: de ahí más negaciones o seminegaciones, así como afirmaciones para equilibrar el nuevo referencial. Pero en lo que respecta a la relativización, sucede necesariamente lo mismo. Si el sujeto dominaba ya las conversiones (más pesado = menos ligero, etc.), accederá a inversiones más complejas que refuerzan las compensaciones: (más pesa-

do × menos lejos del centro) = (menos pesado × más lejos del centro), etc.

Si se ha visto y dicho todo esto a propósito de cada investigación conviene completarlo ahora con dos observaciones relativas a los hechos comprobados hasta ahora, pero no explicados y ambos relativos a ese proceso, que continúa siendo bastante misterioso, de la toma de conciencia difícil y tardía de un gran número de contradicciones. En efecto, constituye un problema preocupante el de comprender por qué tantas contradicciones, que nos saltan a la vista (así como a los niños de los niveles operatorios suficientes), permanecen inadvertidas durante tanto tiempo para los sujetos jóvenes. ¿Por qué, por ejemplo, un sujeto de 5-6 años puede afirmar la desigualdad de dos filas de elementos, incluso si se centra en las longitudes distintas de éstas, en tanto que él mismo acaba de construir mediante correspondencias simultáneas las dos colecciones que intervienen y de certificar su equivalencia duradera? De forma general, ¿por qué la contradicción entre dos esquemas (en este caso la correspondencia y después la evaluación ordinal de las filas desniveladas) puede permanecer durante tanto tiempo inconsciente?

A propósito de este problema deben analizarse con más detalle dos hechos a la luz de lo que acabamos de recordar, es decir, que la superación consiste en compensaciones mediante un recurso a negaciones construidas a este efecto. El primero de estos hechos es que, como acabamos de indicar, la toma de conciencia de la contradicción es mucho más fácil cuando aparece entre una previsión y un dato nuevo exterior que le inflige un mentís. Ahora bien, la respuesta es ahora muy simple: en este caso la negación no necesita ser construida, sino que es impuesta desde fuera por el acontecimiento nuevo que surge y que simplemente se trata de situar en un referencial ampliado, lo cual constituye un problema más o menos fácil o difícil de superación y no ya de toma de conciencia de la contradicción.

El segundo hecho bastante general es que la toma de conciencia de una contradicción entre esquemas no se produce más que en el nivel en que el sujeto llega a ser capaz de superación, mientras que en el caso precedente el sujeto

puede a menudo buscar durante largo tiempo antes de lograr integrar el hecho nuevo (con la negación que conlleva) en un sistema adecuado de elementos positivos y negativos (clases secundarias, etc.). Ahora bien, en el caso de una contradicción entre esquemas, sólo ese sistema que hay que construir es susceptible de evidenciar la necesidad de las negaciones, a falta de las cuales el pensamiento procede mediante una serie de afirmaciones locales y aisladas, actuando cada factor soberanamente en su propio terreno (igualdad para las correspondencias, desigualdad para las filas de longitudes distintas, etc.), y de aquí la inconsciencia de la contradicción.

Dicho más simplemente, puesto que una contradicción es la aceptación de una parte común entre dos clases complementarias $(A \times no\text{-}A) > 0$ o de una conjunción entre dos cualidades exclusivas $(a \,.\, a > 0)$, para sentirla es preciso estar en posesión de la negación, A o a y, allí donde nos parece evidente, el sujeto no la ve por el hecho de que no la posee todavía, sino que debe construirla; entonces no razona más que sobre los caracteres positivos de esas clases o propiedades en las que únicamente el establecimiento de relaciones nuevas (que sólo intervienen precisamente en las superaciones) permitirá percibir también sus caracteres negativos. He aquí, por lo tanto, una situación muy diferente de aquellas en las que las negaciones se imponen desde fuera y con relación entonces a una anticipación que desmienten.

V. Contradicción y equilibración

Llegamos ahora a nuestro problema central, el de las relaciones entre la contradicción y la equilibración, porque se ve desde el principio que si, por razones cualesquiera, las afirmaciones dominaran sistemáticamente sobre las negaciones en el curso de los estadios iniciales, las consideraciones que preceden tomarán una significación completamente distinta de la simplemente descriptiva.

Pero antes de llegar a este punto, recordemos por qué las contradicciones características de los niveles elementales

consisten en desequilibrios y no en contradicciones lógicas. Lo que acabamos de ver proporciona ya un índice: está claro que una contradicción, de la que el sujeto no logra tomar conciencia durante largo tiempo, no puede resultar más que de «trabajos virtuales no compensados» y no de una incompatibilidad formal entre enunciados. Pero en nuestros hechos interviene una razón mucho más general y es que nos presentan toda una gama de situaciones intermedias entre lo que es necesario denominar contradicciones en la acción y las contradicciones en el pensamiento. Pueden existir, en efecto, contradicciones en la acción, como la que consistiría en querer alcanzar un objetivo y dirigirse sin razón en sentido contrario (y de ahí las dificultades de la conducta del desvío): aquí sólo se trata naturalmente de actividades sensoriomotrices que se favorecen o se dificultan, lo cual caracteriza los procesos de equilibración y no de formalización. Ahora bien, cuando en el capítulo 3 el sujeto debe juzgar los resultados de la acción de dar la vuelta a un objeto una o dos veces, o cuando en la sección II del capítulo 10 se trata de evitar que un lobo se coma a una cabra y ésta a una col, estamos todavía cerca de tales situaciones prácticas, por lo que caben todas las transiciones posibles entre éstas y las coordinaciones de acciones conceptualizadas, o entre éstas y las operaciones del pensamiento. Hasta estas últimas, lo que denominamos contradicción en el plano del pensamiento natural sólo consiste en conflictos o en oposiciones virtuales o actualizadas, es decir, en desequilibrios de los cuales las contradicciones lógicas sólo constituyen un punto de llegada tardío.

Los problemas son entonces encontrar el porqué de estos desequilibrios, de su frecuencia en los estados iniciales y sobre todo de la lentitud con la cual se superan. Ahora bien, estos son problemas reales, porque cuanto más simples son las acciones menos conflictos deberían provocar; y efectivamente, en el plano de la acción pura o sensoriomotriz, las oposiciones que intervienen sólo provienen de obstáculos o de perturbaciones de fuentes externas. Pero también aquí su dificultad sigue siendo relativa a los objetivos que se persiguen y, cuando los objetivos son modestos, los obstáculos lo son igualmente. Por ello los conflictos y desequilibrios de

los que nos hemos ocupado dependen esencialmente de la conceptualización de las acciones y, por tanto, de la comprensión de las situaciones. Pero en este caso ¿por qué esta intelección es conflictiva en lugar de progresar en línea directa mediante una sucesión de pequeñas conquistas acumulativas? Por supuesto es preciso considerar la dificultad de las descentraciones necesarias con respecto a las ilusiones subjetivas nacidas de centraciones que se ignoran. Pero ¿por qué las deformaciones debidas a las centraciones ilegítimas conducen a contradicciones y no simplemente a errores de hecho, fáciles de corregir?

Si lo anterior es exacto, es decir, si la contradicción consiste en compensaciones incompletas entre las afirmaciones y las negaciones, debemos encontrar entonces una razón general de los desequilibrios iniciales que no dependa ni simplemente de obstáculos exteriores, ni de centraciones subjetivas cualesquiera, sino de tales centraciones polarizadas de forma sistemática en uno de los dos términos en detrimento del otro. Ahora bien, esto es lo que se ha producido cuando las investigaciones han versado sobre elementos positivos y negativos que hay que poner en relación. Y así el capítulo 8 nos ha mostrado la dificultad de construir la clase secundaria con negación parcial $A' = B \,.\, no\text{-}A$ en el caso de cubos no rojos que contenían cascabeles, como si de «todos los rojos tienen cascabel» se dedujera que todos los que tienen cascabel son rojos. En el capítulo 13 se ha descrito la asimetría de las cuantificaciones elementales de lo lleno y lo vacío, en el capítulo 14, las resistencias que encuentra la noción de «casi no», etc. En todas estas situaciones, que hemos podido multiplicar, hemos observado efectivamente un desequilibrio sistemático a favor de las afirmaciones, constituyendo éstas las conductas más naturales y más espontáneas, mientras que las negaciones, mucho más difíciles de construir y de manipular, presentan siempre un retraso con respecto a las primeras hasta los niveles operatorios [2]. En particular el sujeto no se da cuenta

[2] En nuestro estudio con B. Inhelder sobre *La genèse des structures logiques élémentaires* [*La génesis de las estructuras lógicas elementales*, Buenos Aires, Ed. Guadalupe, 1967] hemos estudiado entre otras cosas la evolución de las negaciones, pidiendo, con respecto a 18 objetos de diferen-

en absoluto durante largo tiempo de que toda acción conlleva necesaria e intrínsecamente un aspecto negativo (alejarse del punto de partida y anular el estado inicial) tanto como positivo (aproximarse del objetivo y producir un estado final) acompañado de una transferencia que conlleva una especie de sustracción inicial (quitar algo al principio) tanto como la adición final (añadir a la llegada). Volveremos en VIII sobre las negaciones interiores a las propias acciones.

VI. Afirmaciones y negaciones

Para empezar se trata de extraer las razones generales de esta primacía inicial de la afirmación sobre la negación. Ahora bien, éstas son múltiples y las encontramos en todos los escalones jerárquicos de la conducta. En el nivel perceptivo sólo se perciben los caracteres positivos y la negación no es un proceso que dependa de la percepción. Por supuesto que se puede percibir en un sentido que un objeto no está donde se le acaba de ver o no está en su lugar habitual, pero en este caso no son puras percepciones, son comprobaciones que responden a una expectativa y ésta como aquélla dependen de toda la acción y sobrepasan la percepción. Se podrían invocar también los caracteres relativamente negativos del «fondo» con respecto a las «figuras» (desvalorización de las magnitudes que pertenecen al fondo, percepción de un espacio en profundidad si un fondo plano permanece sin fronteras ni figuras, etc.), pero precisamente, desde los trabajos de la *Gestaltpsychologie*, sabemos que la percepción del fondo no es la de una ausencia o de un

tes formas, tamaños y colores, indicar «los que no son» *A* y *B* o *A, B* y *C*. La evolución de las respuestas de 4 a 7 años ha puesto de manifiesto una tendencia muy clara: la referencia a las clases alejadas disminuye con la edad, mientras que la negación con respecto a las clases cercanas (por tanto, la complementariedad con respecto a los encajamientos más próximos) aumenta de un 14 a un 67 por 100. En otro sondeo en el que pedíamos comentar negaciones como que un perro o una margarita, etc., «no es un tulipán», hemos obtenido respuestas como «el perro ... es más no un tulipán» que la margarita, y que la negación que trata sobre una flor distinta es «un poco más cierta porque es también la categoría de las flores», lo que hace más útil la relación negativa.

elemento negativo, sino, por el contrario, la de un soporte necesario a toda figura.

En el plano de la acción sensoriomotriz no encontramos conductas negativas endógenas, sino solámente movimientos destinados a descartar un obstáculo, subordinados, por tanto, a la prosecución de un objetivo positivo, puesto que toda acción completa persigue tales objetivos. En el caso de las retroacciones o *feedbacks* sucede lo mismo y estas vueltas hacia atrás durante los tanteos no son todavía operaciones inversas, sino simples repeticiones o comienzos nuevos de ensayos que continúan persiguiendo su objetivo positivo[3]. Por otra parte, la actividad de todo esquema de acciones consiste en asimilar objetos en el doble sentido de utilizarlos para la satisfacción (positiva) de una necesidad y de conferirles o reconocer en ellos propiedades igualmente positivas. Por supuesto, desde que intervienen conductas interindividuales, incluso antes del lenguaje, se producen reacciones de rechazo, pero se trata nuevamente de descartar un obstáculo o una dificultad y no todavía de negaciones endógenas.

Con los comienzos de la conceptualización, se observa, por el contrario, la formación de juicios negativos elementales, pero siempre relativos a afirmaciones o elementos positivos previos: «es pequeño, no grande», dirá de este modo el niño a propósito de un objeto; o «abuelo ido» mostrando el camino que ha tomado para irse. Ahora bien, la actuación primaria continúa siendo en este caso la de la comprobación, forzosamente positiva, o de la justificación, mientras que las negaciones suponen establecer relaciones o inferencias de formaciones secundarias y mucho más limitadas porque están ligadas a expectativas no cumplidas, a previsiones desmentidas o a cambios que modifican la posición o una cualidad de un objeto.

En el plano de las expresiones verbales es sorprendente comprobar que el lenguaje, incluso adulto, sólo expresa el más y el menos en términos positivos: «más o menos pesado» puede aplicarse de este modo tanto a valores muy

[3] Es cierto que con algunas correcciones (*feedbacks* negativos) que pueden, sin embargo, concebirse como mejoras.

pequeños como a otros, mientras que «más o menos ligero», que es lógicamente equivalente, sólo designa una cierta categoría de pesos pequeños [4].

De hecho, el empleo de la negación sólo progresa con la construcción gradual de las estructuras de conjunto y sólo se hace sistemática cuando éstas alcanzan un *status* operatorio. Por ejemplo, en el curso del desarrollo de las clasificaciones, el niño del nivel IB (colecciones no figurales), que distribuye un conjunto de fichas redondas B en blancas A y en rojas A', dirá que las segundas no son «no blancas», pero no por ello es una clase secundaria de los «redondos no blancos», es decir $A' = B \,.\, \bar{A}$, porque, cuando se pregunta al sujeto si hay más redondos que blancos o rojos, es decir $B > A$ o $B > A'$, no sabe cuantificar esta inclusión y no compara A o A' más que con su complementaria, como si los «redondos» B se redujeran a éstas. Es necesario, por tanto, esperar el nivel operatorio para que en este caso la negación se manipule correctamente y esto es cierto para todos los restantes «agrupamientos» de operaciones concretas. Esto es, por otra parte, evidente, puesto que la reversibilidad operatoria que se alcanza sólo en ese nivel IIA consiste en hacer corresponder una operación inversa, es decir una negación, con *cada* operación directa o afirmación.

VII. Niveles de las afirmaciones y negaciones

Las consideraciones precedentes han proporcionado algunas de las razones de la primacía inicial de las afirmaciones y de la carencia correspondiente de las negaciones en los estadios elementales; conviene ahora caracterizar las situaciones sucesivas de unas y otras en el curso del desarrollo que conduce a sus compensaciones.

A) En lo tocante a las afirmaciones podemos distinguir tres formas sucesivas que corresponden a los tres niveles principales de las funciones cognitivas:

[4] Y lo mismo «más o menos grande» o «más o menos pequeño», etc. En un dialecto de la Costa de Marfil, el baulé, existe una palabra para decir «mayor» pero ninguna para expresar la relación «menor».

1) Dado que la acción elemental equivale al mismo tiempo a modificar el objeto y a asimilarlo, la primera forma de la afirmación consiste en una toma de posesión de los caracteres (anteriores o modificados) del objeto (caracteres comprobados o previstos), sin añadir nada más, por el hecho de que los esquemas de asimilación están centrados primeramente en la «comprensión» sin tomar conciencia de su «extensión».

2) En el nivel de la conceptualización preoperatoria los caracteres comunes de los objetos o sus conexiones se extraen y organizan en forma de sistemas más o menos coherentes de clases y de relaciones cuyas estructuras se añaden a las propiedades de esos objetos individuales sirviéndoles de marco: un segundo tipo de afirmaciones se referirá, por tanto, a los caracteres positivos de esos marcos y a las pertenencias que les permiten subsumir las diversas categorías de datos exteriores.

3) En los niveles operatorios, una vez estructurados esos marcos y subdivididos de forma estable y coherente, las afirmaciones estarán reguladas por la acción de esas operaciones y adquirirán por este hecho formas nuevas, especialmente mediante la organización de las clases primarias o secundarias o mediante la forma relacional que tomarán los predicados hasta entonces indiferenciados y absolutos.

En una palabra, la sucesión de estas tres formas de afirmaciones depende de un doble proceso de interiorización mediante construcciones endógenas y de relativización debido a las adjunciones sucesivas que enriquecen la asimilación de los datos exógenos.

B) A estas tres etapas de la afirmación corresponden tres formas principales de negaciones, pero más delicadas de precisar, dada su pobreza inicial y los múltiples avatares que señalan su elaboración:

1) A las propiedades de los objetos de las que tienden a tomar posesión las afirmaciones de la primera forma corresponden en negativo las perturbaciones exteriores que se

oponen a las modificaciones y a las comprobaciones deseadas y previstas. La primera de las formas de negaciones que provienen del sujeto es entonces una especie de negación motora o práctica, si es que puede hablarse así, que tiende a suprimir o a compensar la perturbación a fin de volver a alcanzar el estado positivo anterior. En caso de fracaso hay acomodación y de aquí nuevas afirmaciones. En ambos casos la negación sólo es transitoria y está subordinada a una necesidad primaria de afirmación.

Señalemos también que esta primera situación corresponde en el campo de las equilibraciones a lo que en otro lugar[5] hemos denominado las conductas de tipo α, en donde las perturbaciones sólo deben suprimirse o neutralizarse y no todavía integrarse a título de variaciones en el interior de los sistemas en acción.

2) Con los progresos de la conceptualización y la construcción de clases y relaciones que enmarcan los objetos en un retículo todavía laxo en sus estructuras de conjunto, pero susceptible de organizaciones locales, se constituye un segundo tipo de negaciones, que consiste en negar a un objeto la pertenencia a una clase o la participación en una relación. Se trata entonces de una negación de comprobación y no ya práctica, y su papel es tanto menos despreciable cuanto que el enmarcamiento conceptual de los objetos permite integrar en esos sistemas interpretativos un número creciente de perturbaciones externas a título de variaciones funcionales que es importante considerar en sí mismas y no descartar (conductas β en el campo de la equilibración); las negaciones de comprobación sirven entonces para excluir una variación de este marco relacional, de la misma forma que pueden hacerlo a propósito de una función o de una relación cualquiera, o para oponer a ese marco lo que no depende de él.

Pero como en este nivel el enmarcamiento conceptual sigue siendo local y no alcanza la consistencia de las estruc-

[5] Véase nuestro estudio sobre *L'équilibration des structures cognitives* [París, PUF, 1975. Trad. castellana: *La equilibración de las estructuras cognitivas*, Madrid, Siglo XXI, 1978].

turas de conjunto operatorias, es evidente que entonces el número y la precisión cualitativa de las negaciones se mantienen muy inferiores a los de las afirmaciones: incluso a título comprobatorio la negación sólo desempeña un papel ocasional y momentáneo sin alcanzar el carácter duradero de las operaciones inversas características de una estructura operatoria. Por tanto, no es sorprendente que su elaboración en extensión (por ejemplo, la cuantificación de lo vacío y no de lo lleno: Cap. 13) o en comprensión (caracteres de las clases secundarias: Cap. 8) continúe siendo muy inferior a la de las afirmaciones y de ahí una primacía todavía muy resistente de los elementos positivos sobre los negativos.

3) Finalmente, con las estructuras operatorias, a cada afirmación corresponde una negación (por ejemplo, a cada clase *A*, su complementaria *no-A*, a cada dominio de relaciones, el dominio complementario al cual no se aplica, etc.), y, a título de operaciones inversas, las negaciones llegan a ser tan permanentes como las afirmaciones, tanto más cuanto que estas operaciones inversas engloban de ahora en adelante a título de variaciones internas del sistema lo que hasta entonces permanecía parcialmente en el estado de perturbaciones externas (conductas γ en el campo de la equilibración).

Considerando esta evolución de las negaciones, encontramos en ella los dos procesos de interiorización o de incremento de las construcciones endógenas y de relativización, que caracterizaban el desarrollo de las afirmaciones, pero con un retraso sistemático en las etapas 1) y 2), en donde los elementos positivos conservan una pregnancia muy superior, en la medida en que los enmarcamientos conceptuales u operatorios debidos a las actividades del sujeto son demasiado pobres para dominar el conjunto de los caracteres de los objetos. Además, este cuadro de la formación de las negaciones se aplica esencialmente a las situaciones en que el sujeto acepta los desmentidos de la experiencia. Cuando no es éste el caso, como hemos visto en la sección II del capítulo 5, a propósito de las curvas mecánicas (en que los errores de la previsión son atribuidos inicialmente a faltas del lápiz, después a la resistencia del material, después a

fracasos materiales de la acción y sólo finalmente a errores en los razonamientos generalizadores del sujeto), el retraso que se produce en la sucesión de las formas 1), 2) y 3) de la negación confirma *a fortiori* las dificultades de la interiorización o construcción endógena, así como de la relativización de las negaciones.

VIII. Contradicciones entre acciones

A estas tres formas sucesivas de afirmaciones y de negaciones (con un retraso sistemático de éstas en los niveles I y II) corresponden finalmente las tres formas de contradicciones encontradas continuamente en esta obra y que ahora podemos analizar desde el punto de vista de las negaciones internas o las propias acciones.

A las afirmaciones que tratan de aprehender directamente las propiedades, anteriores o modificadas, de los objetos individuales y a las negaciones que no consisten más que en eliminar perturbaciones, corresponde una primera forma de contradicción que consiste en oposiciones entre acciones. Aunque inmediatamente conscientes en principio y relativamente fáciles de eliminar en el caso de acciones poco complicadas, por el contrario estas contradicciones se multiplican y se hacen más resistentes cuando las acciones son más complejas y sobre todo cuando se trata de organizarlas y a este efecto interviene una parte de previsión que pone entonces al desnudo las razones de tales contradicciones. Recordemos, por ejemplo, las secciones I y II del capítulo 10, en donde el sujeto, para conseguir una contigüidad entre 3 lápices los asocia 2 a 2, olvidando el contacto entre 1 y 3, etc., o para hacer pasar el lobo, la cabra y la col no trata más que de asegurar las compatibilidades en una de las orillas y olvida las incompatibilidades que subsisten en la otra; o también cuando el sujeto, al transferir n elementos de una colección a otra, no ve que la diferencia entre ellas es entonces de $2n$; etc.

En todos estos casos la razón de las contradicciones depende del hecho de que el sujeto, centrado en el objetivo o punto de llegada de las acciones, en cuanto valores posi-

tivos, descuida las negaciones, sustracciones o factores negativos concomitantes. Conviene, por lo tanto, en estas observaciones finales, recordar las condiciones lógicas de la ejecución de cada acción que dominan, en última instancia, todo el problema de la contradicción. Enunciaremos dos:

La primera de estas condiciones depende de que toda acción, por simple que sea, e incluso considerada en cuanto acción individual y aislable (independientemente de la clase o del esquema a los que pertenece), es distinta de todas las demás. Por ejemplo, colocar un objeto en un punto es distinto de colocarlo en otra parte o de dejarlo donde estaba; dejar una col en presencia de un lobo es distinto a dejarla al lado de una cabra. En otras palabras, el carácter afirmativo o positivo de una acción es indisociable de un aspecto negativo o de una exclusión, que opone esta acción *a* a lo que no es ella misma, y por tanto a la totalidad de las acciones *no-a,* tanto si esta totalidad comprende el conjunto de todas las restantes acciones posible como si las restringe a la extensión de la clase o del esquema encajante más próximo. Ahora bien, esta primera condición de coherencia tiene su importancia en cuanto que no es siempre evidente para el sujeto, incluso en niveles que sobrepasan los más elementales: hemos visto en II que una de las tres clases corrientes de contradicciones depende de que el sujeto cree a veces que una misma acción puede dar lugar a resultados opuestos y esa aparente falta de identidad resulta entonces del hecho de que el sujeto confunde en una sola dos acciones que son en realidad distintas.

La segunda condición lógica muy general en toda acción es que su resultado positivo es siempre y necesariamente solidario de una transferencia a partir de una situación negativa de partida: introducir una modificación en un objeto es, en efecto, simultáneamente y de forma indisociable, enriquecerlo con un estado nuevo y (en este sentido) positivo, y abolir el estado anterior o inicial, lo que consiste en una negación o sustracción. Ahora bien, esta segunda condición de toda acción, aunque universal, es mucho menos observada por el sujeto, debido a que, al actuar, está centrado siempre en el objetivo a alcanzar y, por consiguiente, en el estado positivo y final. Por otra parte, cuando la fuente de

lo que se ha quitado al principio permanece externa al campo considerado de la, o de las acciones a ejecutar, este factor negativo no puede desempeñar ningún papel: introducir un clavo en un punto puede constituir una acción lograda si el clavo ha sido tomado de una reserva externa cualquiera, mientras que su origen plantea un problema si ha debido extraerse de otro punto en donde era útil. Ahora bien, en las situaciones en las que hemos visto al sujeto aferrarse a contradicciones, se debe precisamente a que la transferencia que liga el estado inicial al estado final, al permanecer interna al sistema considerado, no puede descuidarse sin comprometer la comprensión e incluso el logro de las acciones en curso.

En una palabra, toda acción, por positivo que sea su objetivo, es solidaria de dos sistemas de negaciones, uno externo que la opone a lo que no es ella en cuanto caracterizada afirmativamente por ese objetivo y el otro interno, que hace positivo el carácter de la transferencia, en la dirección del objetivo, solidario de una sustracción o de un alejamiento a partir del punto de origen. Es entonces el descuido de tales aspectos negativos lo que engendra las contradicciones.

IX. Contradicciones entre subsistemas

La segunda forma de contradicción o contradicción entre esquemas o entre subsistemas, que corresponde a las afirmaciones y negaciones del tipo 2) relativo a la conceptualización de las acciones, así como al enmarcamiento conceptual de los objetos, plantea problemas análogos, aunque en apariencia alejados de los anteriores.

De forma general estas contradicciones dependen de una falta de coordinación y por ello permanecen inconscientes de forma bastante duradera, porque su superación sólo puede ser obtenida mediante la intervención de estructuras operatorias de conjunto, cuyo carácter común es su necesidad intrínseca (la transitividad serial para el capítulo 1, la composición aditiva de las partes en un todo igual a su suma para el capítulo 2, etc.). El problema previo es entonces el de las condiciones lógicas de toda coordinación nece-

saria, y como vamos a ver se trata nuevamente de compensaciones entre los factores positivos o afirmativos de llegada y los factores negativos de partida.

La primera de estas condiciones (que corresponde a la segunda de las distinguidas en VIII) consiste, en efecto, en un conjunto de transferencias entre el estado inicial y el estado final que aseguran la compensación entre lo que se ha tomado o quitado al comienzo y lo que se ha añadido a la llegada: reunir un conjunto de partes en un todo equivalente a su suma es quitar cada una de las partes de su situación local inicial para añadirla a las otras en una situación final y, en el nivel de las operaciones concretas, esa transferencia consiste en un desplazamiento que asegura la conservación de las partes en su nueva posición; construir una relación $A < C$ en una serie transitiva a partir de $A < B$ y $B < C$, es extraer la diferencia entre A y B (despreciando su valor absoluto, etc.) para añadirla a la que separa B de C y extraer una nueva totalidad AC; etc. Recordemos en particular la importancia de estas transferencias a partir de los estados iniciales hasta los estados finales en todas las acciones que consisten en modificar la forma de los objetos y a propósito de las cuales se plantean los problemas de conservación (de la sustancia, del peso, etc.). Las no conservaciones tan generales, que caracterizan los niveles preoperatorios del desarrollo, resultan en este caso precisamente del hecho de que los sujetos ignoran o descuidan tales transferencias y se imaginan entonces que los incrementos observados en una de las dimensiones del objeto (aumento de longitud, etc.) se deben a adiciones al término de la acción, pero sin sustracción en su punto de partida, y de aquí la no conservación. Por el contrario, en cuanto se percibe la necesidad de la transferencia, lo que se añade a la llegada corresponde a lo que se quita en el comienzo y el cambio de posición de los elementos transferidos va acompañado por ello mismo de lo que puede denominarse una «conmutabilidad» (si una parte A del objeto cambia de posición con relación a B su suma $A + B$ permanece constante), forma más general de la conmutatividad $(A + B = B + A)$ y fuente de la conservación. Pero estas transferencias que conectan los estados iniciales con los puntos de llegada de la composición van acompa-

ñadas de otro carácter fundamental, segunda condición de toda coordinación necesaria, que consiste en una serie de exclusiones, cuyo carácter negativo es indisociable del carácter positivo o afirmativo de la construcción. De modo general, en efecto, imponer una conclusión con necesidad es excluir todas las restantes posibilidades: afirmar la necesidad $A < C$ es excluir $A \geqslant C$, afirmar que el todo T es igual a la suma de las partes P (cosa que no ven en absoluto los sujetos preoperatorios del capítulo 2) es excluir que $T \gtreqless \Sigma P$), etc. Y, desde el comienzo de la construcción, transferir un elemento como una clase A extraída de su situación inicial aislada, para incluirla en una clase encajante B, es excluir de A la clase secundaria complementaria A', así como cualquier parte común entre A y $A' = B$. *no-A*, etc.

En una palabra, toda coordinación necesaria, como toda acción simple, es, también, solidaria de dos tipos de negaciones, unas externas que la oponen a lo que no es ella (con lo que su resultado contiene de positivo), y las otras internas en cuanto las transferencias exigidas para su realización y orientadas positivamente en la dirección de ésta implican sustracciones a partir de su punto de origen.

Así vemos la analogía profunda entre las condiciones lógicas de la ejecución de toda acción y la construcción de toda coordinación inferencial, puesto que en ambas encontramos una transferencia que asegura la compensación entre lo que se ha quitado de una parte y añadido de otra y un conjunto de exclusiones complementarias de los caracteres positivos. Estos dos factores aseguran, de esta forma, las identidades o conservaciones necesarias tanto a las acciones como a las coordinaciones, sin subestimar los caracteres de construcción, puesto que hay cambios y producción de novedades. La negligencia de los aspectos negativos característicos de estas situaciones iniciales o de esas exclusiones, es entonces lo que, al comprometer las compensaciones indispensables para la coherencia del todo, explica las contradicciones de los tipos 1) y 2), y en particular de las del tipo 2), sensiblemente más resistentes, que conciernen a las relaciones entre subsistemas o entre esquemas.

X. Contradicción y operaciones

Finalmente cuando las afirmaciones y las negaciones alcanzan su tercera forma y a cada afirmación corresponde una negación, como sucede en las estructuras operatorias, las contradicciones que pueden surgir todavía en el interior o en las aplicaciones inmediatas de estas estructuras ya no consisten más que en errores momentáneos o en faltas de razonamiento que olvidan en un punto o en otro esa compensación necesaria de los elementos positivos y negativos, o, dicho en otras palabras, esa correspondencia necesaria entre operaciones directas e inversas. En efecto, tales sistemas operatorios constituyen lo que se puede denominar con Ashby «regulaciones perfectas», cuya propiedad principal es proporcionar una precorrección de los errores, en oposición a las correcciones *a posteriori,* y, por tanto, a las superaciones que modifican el sistema. Nos aproximamos entonces a lo que caracteriza las contradicciones lógicas o formales, con la diferencia de que los sistemas lógicos añaden a esto formalizaciones de diferentes grados, mientras que el pensamiento natural, incluso en sus niveles superiores, se limita a utilizar las operaciones propias de las diversas estructuras, pero sin producir modelos reflexivos o teóricos. Ciertamente de esto resulta una oposición bastante duradera: las contradicciones características del pensamiento natural se refieren esencialmente al contenido de las acciones o de los juicios, mientras que el principio lógico de no contradicción se limita a prohibirnos afirmar simultáneamente *a* y *no-a* o aplicar al mismo tiempo una operación y su inversa, pero sin poder decidir por sí mismo sobre la verdad o la falsedad de los contenidos estructurados de esta forma. Pero como el pensamiento natural en su desarrollo espontáneo conduce a conferir a éstos una forma operatoria y como la formalización lógica consiste en enriquecer esta última mediante un procedimiento exacto que la completa, hay finalmente convergencia entre los dos, de tal manera que contradicciones y no contradicciones lógicas pueden ser consideradas como los casos límites de contradicciones y no contradicciones características del pensamiento natural. Aquí encontra-

mos, sin duda, una justificación para la interpretación, que hemos mantenido a lo largo de toda esta obra, de la contradicción como compensación incompleta entre las afirmaciones y las negaciones. Por lo que respecta a las contradicciones dialécticas, limitémonos a recordar que el pensamiento natural, siendo esencialmente dialéctico en su desarrollo en cuanto sucesión de desequilibrios y de reequilibraciones, sólo pueden depender de tales mecanismos, a condición de recordar que esas contradicciones, tanto «dialécticas» como naturales, son sólo la expresión, pero no la fuente causal de esos desequilibrios.

Pero si, a partir del nivel en el que la formalización se hace posible, se impone la distinción, a pesar de sus relaciones, entre las contradicciones formales y las que se refieren a los contenidos, no debe creerse que éstas ya no se presentan en el pensamiento racional en general, ni incluso en el pensamiento científico. Considerando sólo este último, está claro, en efecto, que al lado de teorías (provisionalmente) acabadas y ya formalizadas, es necesario considerar el conjunto de problemas todavía en estudio que dan lugar a diversas hipótesis o modelos explicativos sometidos a ensayo o adoptados a falta de otros mejores. Además es frecuente que un hecho nuevo que terminará por excluir una teoría admitida no sea comprendido de esta forma y dé lugar entre tanto a series de retoques locales de las teorías anteriores sin que se vea que de hecho la coherencia de éstas está amenazada. En esos diversos terrenos es fácil entonces (pero *a posteriori*) evidenciar la existencia de contradicciones. Ahora bien, analizándolas se comprueba naturalmente que resultaban de la utilización de nociones muy globales y mal definidas cuyas ambigüedades serán eliminadas por los progresos ulteriores, o de nociones que, sin ser falsas, se conciben como demasiado generales cuando no se aplican sin retoques o diferenciaciones a los nuevos campos explorados. En todos estos casos es posible entonces percibir que la fuente de las contradicciones no dependía de los caracteres positivos de los conceptos o principios reconocidos ulteriormente como insuficientes o no generales, sino esencialmente del hecho de que era difícil o imposible discernir a partir de qué fronteras era necesario introducir restriccio-

nes, negaciones parciales o incompatibilidades. En otras palabras, con respecto a un carácter cualquiera *a* (por ejemplo, la continuidad), cuya negación *no-a* tiene un sentido igualmente corriente (carácter discontinuo de las estructuras granulares, cristalinas, etc.), el problema, en un terreno nuevo y todavía mal elaborado, consiste en determinar en qué y en qué punto los datos imprevistos dependen de *no-a* cuando la propiedad positiva *a* parece imponerse. Max Planck ha contado, en un pasaje de sus recuerdos conmovedor y altamente instructivo, la dificultad considerable que tuvo para reconocer que sus primeros trabajos sobre la radiación del cuerpo negro, con las formulaciones matemáticas que conseguía darles, implicaban en realidad la negación del continuo y la hipótesis de los *quanta,* a lo que se negaba de alguna forma moralmente, de evidente que le parecía por otro lado la necesidad de la continuidad. En tales casos, y de hecho son innumerables, aunque este ejemplo sea particularmente conocido y casi demasiado masivo, se ve hasta qué punto la equilibración de las afirmaciones y de las negaciones es un problema general para todo pensamiento en desarrollo, a partir de sus primeros balbuceos en el nivel de la primera infancia y hasta las transformaciones y dudas de rango superior que pueden caracterizar las fases de transición y de invención características del devenir científico en sus períodos de renovación o de crisis. En efecto, cuanto más numerosas son las variables, más dificultades se encuentran para establecer si un dato nuevo es compatible con un carácter *a* más o menos general o si supone más pronto o más tarde la negación *no-a:* a este respecto, como en los casos elementales, la negación supone toda una elaboración secundaria con necesidad de implicaciones mediadoras en oposición con la aprehensión mucho más directa de las propiedades positivas, incluso si éstas son también inferidas y no observadas directamente, como en el comienzo. Valía la pena, por lo tanto, retrazar, desde un punto de vista psicogenético, los comienzos de este fenómeno complejo que es la contradicción, en el plano del pensamiento natural, y los obstáculos que retrasan el manejo correcto de las negaciones en su difícil equilibración con las afirmaciones.

En cuanto a esta equilibración, hemos insistido en varias ocasiones, a lo largo de esta obra, en el carácter activo y constructivo de las superaciones de la contradicción, en su doble aspecto extensional de ampliación de los referenciales y cualitativo de transformación de las nociones en el sentido de la relativización. Aquí también son innumerables las analogías con el desarrollo del pensamiento científico. Pero los dos caracteres que presentan esas superaciones, por una parte de compensación con respecto a las perturbaciones, fuentes de contradicción, y por otra de construcción, que reposan, más o menos directamente, sobre abstracciones reflexivas, constituirán tanto el uno como el otro el objeto de estudios separados que aparecerán en obras ulteriores.



El tema de este libro —la contradicción en el pensamiento espontáneo de los sujetos— mantiene plena actualidad: el problema de la contradicción ocupa un lugar central en el ámbito del pensamiento dialéctico. Por otra parte, Jean Piaget ha dado pruebas a través de su vasta obra de lo que puede ser el empleo del método dialéctico, pues dialéctica es su concepción del desarrollo cognitivo del sujeto humano. Para la elaboración de este volumen se ha servido de la ayuda de muy diversos colaboradores. La división del trabajo entre Piaget y ellos es ésta: él diseñó la prueba, los colaboradores reunieron los datos mediante una serie de entrevistas y Piaget los interpretó.

En la primera parte del libro se desarrolla el análisis de un cierto número de hechos relacionados con los desequilibrios o «contradicciones» que provienen de falsas identidades, de compensaciones incompletas o de inferencias mal reguladas. Estos hechos se agrupan en dos categorías, según se trate de los aspectos lógico-matemáticos o de los aspectos físicos. El resultado de estos análisis plantea el porqué de los desequilibrios iniciales y de las faltas de compensaciones, y a despejar el problema está dedicada la segunda parte. La conclusión muestra cómo los hechos encajan armoniosamente en la teoría piagetiana, elaborada, rica y flexible.

Jean Piaget (n. 1896) merece la consideración de un clásico en psicología de la inteligencia. Siglo XXI ha pubicado **Biología y conocimiento** y **Adaptación vital y psicología de la inteligencia,** y tiene en preparación **La equilibración de las estructuras cognitivas.**